



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.



I разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете  
науке и технолошког развоја Републике Србије  
ЗАДАЦИ-БЕТА КАТЕГОРИЈА\*

ОКРУЖНИ НИВО  
20. фебруар 2021.

1. Два тела, занемарљивих маса и димензија, истовремено почињу да се крећу у хоризонталној равни из тачака А и В које се налазе на растојању  $L$ , брзинама једнаких и константних интензитета  $v$ . Тела се крећу праволинијски, у међусобно нормалним правцима, у смеровима као што је приказано на слици 1. Одредити после колико времена, од почетка кретања тела, ће растојање између њих бити минимално и одредити колико оно износи. Тела током кретања не мењају правце и смерове кретања, као ни интензитета брзина. Величине  $L$  и  $v$  су познате. [20 поена]

2. Пројектил је испаљен са подлоге брзином интензитета  $v_0 = 5 \text{ m/s}$  под углом  $\alpha = 60^\circ$  у односу на хоризонталу. Дуж његове путање постављене су три препреке  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$  (видети слику 2). Висина препреке  $P_1$  износи  $h_1 = 0,8 \text{ m}$ , висина препреке  $P_2$  износи  $h_2 = 1 \text{ m}$  и висина препреке  $P_3$  износи  $h_3 = 0,5 \text{ m}$ . Препреке  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$  су постављене редом на растојањима  $x_1 = 0,5 \text{ m}$ ,  $x_2 = 1,2 \text{ m}$  и  $x_3 = 2 \text{ m}$  од тачке А (слика 2). Препреке  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$  истовремено започињу спуштање одређеним равномерним брзинама, у тренутку када се пројектил испали. Одредити минималне брзине спуштања сваке од препрека да би пројектил успешно стигао до тачке В без удара у неку од препрека. Занемарити дебљину препрека. [20 поена]

3. На непокретну стрму раван нагибног угла  $\alpha = 30^\circ$  постављена су два тела маса  $m_1 = 1,5 \text{ kg}$  и  $m_2 = 1 \text{ kg}$ , тако да се суседним странама додирују (слика 3) и потом се пуне да се слободно крећу. Коefицијент трења између стрме равни и тела масе  $m_1$  износи  $\mu_1 = 0,3$ . Коefицијент трења између стрме равни и тела масе  $m_2$  износи  $\mu_2 = 0,5$ .

а) Одредити интензитета убрзања тела  $m_1$  и  $m_2$  у односу на непокретну стрму раван. [10 поена]

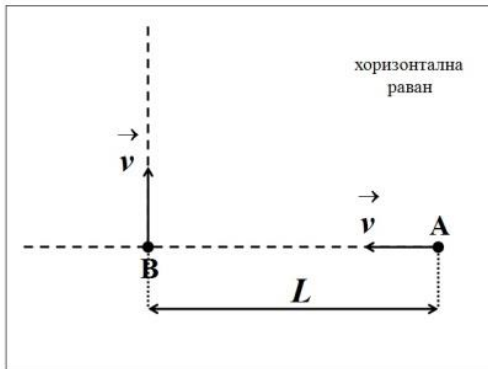
б) Одредити интензитета убрзања тела у односу на непокретну стрму раван, као и интензитет силе интеракције између тела током кретања, уколико им заменимо места при постављању на стрму раван. [10 поена]

4. На котур унутрашњег полупречника  $r$  и спољашњег полупречника  $R$  постављене су две круте, дугачке, паралелне и хоризонталне даске (слика 4). Одредити брзину центра масе котура и угаону брзину ротације котура (око осе која пролази кроз центар котура и нормална је на основу котура), ако даске почну да се крећу брзинама константних интензитета  $v_1$  и  $v_2$  као што је приказано на слици 4. Све величине наведене у задатку сматрати познатим. Котур не проклизава у односу на даске. Додатно, одредити и смер ротације котура у следећа два случаја : а)  $v_2 > v_1$  и б)  $v_2 < v_1$ . [20 поена]

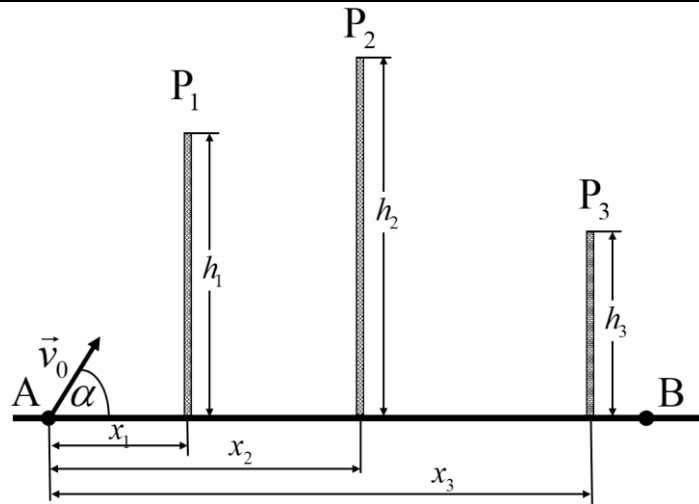
5. У систему са слике 5 одредити интензитета убрзања тела  $m_1 = 2 \text{ kg}$  и  $m_2 = 9 \text{ kg}$  у односу на непокретни координатни систем  $xOy$ . Маса котурова, масе неистегљивих нити, и све силе трења и отпора у систему занемарити. Нити су у сваком тренутку затегнуте и у вертикалном положају. [20 поена]



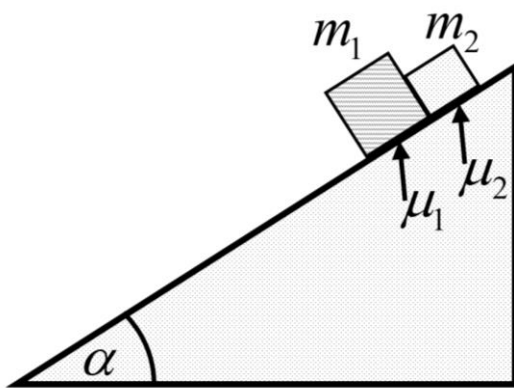
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.



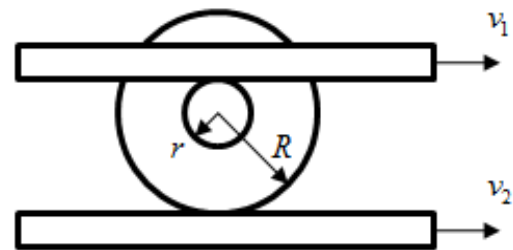
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

У задацима 2, 3 и 5 узети да је убрзање силе Земљине теже је  $g = 9,81\text{m/s}^2$ .

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

\* У бета категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима гимназија општег типа, специјализованих гимназија за области које нису математика и физика, средњих стручних школа и уметничких школа.

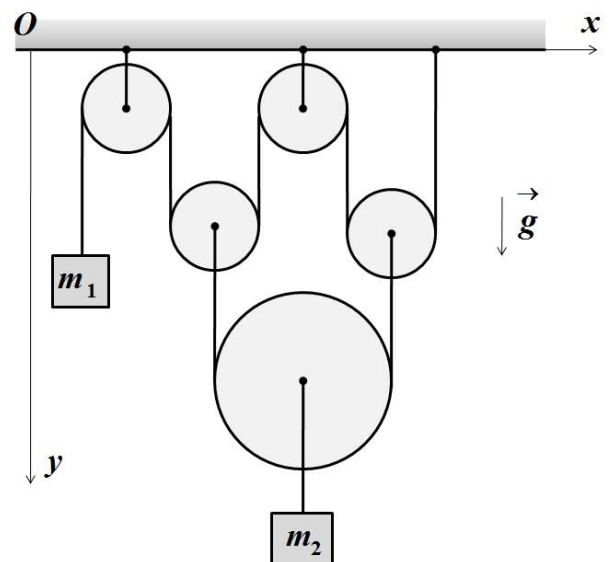
Задатке припремили: 1,4,5 Владимир Чубровић, 2,3-Милош Адамовић и 3-Марко Милошевић, ПМФ Крагујевац

Рецензент: доц. др Саша Симић, ПМФ Крагујевац

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа:

доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

**Свим такмичарима желимо успешан рад!**



слика 5



I разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете,  
науке и технолошког развоја Републике Србије  
РЕШЕЊА-БЕТА КАТЕГОРИЈА\*

ОКРУЖНИ НИВО  
20. фебруар 2021.

**1.** Први начин. Растојање између тела у тренутку  $t$  је  $l = \sqrt{v^2 t^2 + (L - vt)^2}$  [5п] и може да се прикаже у облику  $l = \sqrt{(vt\sqrt{2} - L/\sqrt{2})^2 + L^2/2}$  [5п], тако да је растојање између тела минимално када је први квадратни члан под кореном једнак нули, тј. у тренутку  $t_{\min}$  када је задовољена једнакост  $vt_{\min}\sqrt{2} - L/\sqrt{2} = 0$ , тако да је  $t_{\min} = \frac{L}{2v}$  [5п], а минимално растојање износи  $l_{\min} = L/\sqrt{2}$  [5п].

Други начин. Поставимо почетак непокретног координатног система у тачку В. Вектор релативне брзине другог тела (које започиње кретање из тачке А) у односу на прво тело (које започиње кретање из тачке В) је  $\vec{v}_{\text{rel}}$ , а интензитет релативне брзине је  $v_{\text{rel}} = \sqrt{v^2 + v^2} = v\sqrt{2}$  [5п]. Дакле, друго тело се у односу на прво креће по правој линији (правац АС, смер од А ка С) брзином интензитета  $v_{\text{rel}} = v\sqrt{2}$  (слика 1). Минимално растојање  $l_{\min}$  између тела је у том случају једнако минималном растојању тачке В од правца АС (путање другог тела у односу на прво) тј.  $l_{\min} = \overline{BC}$  и износи  $l_{\min} = L/\sqrt{2}$  [5п]. Друго тело за време  $t_{\min}$  пређе пут који је једнак  $L/\sqrt{2}$  [5п], ( $\overline{AC} = L/\sqrt{2}$ ), крећући се брзином интензитета  $v_{\text{rel}} = v\sqrt{2}$ , тако да је  $t_{\min} = \frac{L}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{v_{\text{rel}}} = \frac{L}{2v}$  [5п].

**2.** Коначне једначине кретања тела, које се у почетном тренутку налазило у координатном почетку, дуж  $x$  и  $y$  осе у случају косог хица у току времена су редом  $x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t$  и  $y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - gt^2/2$ . У случају када је  $\alpha = 60^\circ$  претходне једначине имају облик  $x = v_0 t/2$  [4п] и  $y = \sqrt{3}v_0 t/2 - gt^2/2$  [4п]. Пројектил ће од почетка кретања прећи дуж  $x$ -осе растојање  $x_1$  за време  $t_1 = \frac{2x_1}{v_0} = 0,2\text{s}$  [1п], растојање  $x_2$  за време  $t_2 = \frac{2x_2}{v_0} = 0,48\text{s}$  [1п] и растојање  $x_3$

за време  $t_3 = \frac{2x_3}{v_0} = 0,8\text{s}$  [1п]. У тренутку  $t_1$  пројектил ће се наћи у тачки  $(x_1, y_1)$ , где је

$y_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \approx 0,67\text{m}$  [1п]. У тренутку  $t_2$ , пројектил ће се наћи у тачки  $(x_2, y_2)$ , где је

$y_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2} \approx 0,95\text{m}$  [1п]. У тренутку  $t_3$ , пројектил ће се наћи у тачки  $(x_3, y_3)$ , где је

$y_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t_3 - \frac{gt_3^2}{2} \approx 0,32\text{m}$  [1п]. Минимални интензитет брзине којом се прва препрека треба равномерно спустити

износи  $v_1 = \frac{h_1 - y_1}{t_1} = \frac{h_1}{t_1} - \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{gt_1}{2} \approx 0,65\text{m/s}$  [1+1п]. За другу препреку је минимални интензитет брзине

$v_2 = \frac{h_2 - y_2}{t_2} = \frac{h_2}{t_2} - \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{gt_2}{2} \approx 0,11\text{m/s}$  [1+1п] и за трећу препреку је минимални интензитет брзине

$v_3 = \frac{h_3 - y_3}{t_3} = \frac{h_3}{t_3} - \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{gt_3}{2} \approx 0,22\text{m/s}$  [1+1п].

**3.** а) Једначине кретања тела су редом  $m_1 a_1 = \frac{m_1 g}{2} - F_{r1}$  [2п] и  $m_2 a_2 = \frac{m_2 g}{2} - F_{r2}$  [2п], где је  $F_{r1} = \frac{\sqrt{3}\mu_1 m_1 g}{2}$  [1п] и

$F_{r2} = \frac{\sqrt{3}\mu_2 m_2 g}{2}$  [1п], одакле је  $a_1 = \frac{g}{2}(1 - \sqrt{3}\mu_1) \approx 2,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  [1+1п] и  $a_2 = \frac{g}{2}(1 - \sqrt{3}\mu_2) \approx 0,66 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  [1+1п] (слика 2а).

б) Уколико тела замене места, тело масе  $m_1$  које има веће убрзање при независном кретању ће константно бити приљубљено уз тело масе  $m_2$  и на њега ће деловати одређеном силом  $\vec{F}_{12}$ . Тада ће и прво тело деловати на друго



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.**



силом  $\vec{F}_{21}$ , где ће на основу III Њутновог закона важити  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ ,  $F_{12} = F_{21}$  [2п] и притом ће им интензитети убрзања бити једнаки  $a'_1 = a'_2 = a$ , као на слици 2.б. Једначине кретања за овај случај гласе

$$m_2 a = \frac{m_2 g}{2} (1 - \sqrt{3} \mu_2) + F_{12} \text{ [2п]} \text{ и } m_1 a = \frac{m_1 g}{2} (1 - \sqrt{3} \mu_1) - F_{12} \text{ [2п]}, \text{ одакле је } a = \frac{g}{2} \left( 1 - \sqrt{3} \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} \right) \approx 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ [1+1п]} \text{ и}$$

$$F_{12} = \frac{\sqrt{3} g m_1 m_2 (\mu_2 - \mu_1)}{2(m_1 + m_2)} \approx 1 \text{ N [1+1п]}.$$

4. Претпоставимо да је смер ротације котура у смеру приказаном на слици 3. Тренутне брзине тачака А и В котура су редом  $v_A = v_C + \omega R$  и  $v_B = v_C - \omega r$ . Како котур не проклизава по даскама важи  $v_A = v_2$  и  $v_B = v_1$  тј.  $v_2 = v_C + \omega R$  [5п] и  $v_1 = v_C - \omega r$  [5п]. Из последње две једначине добијамо да је угаона брзина ротације котура

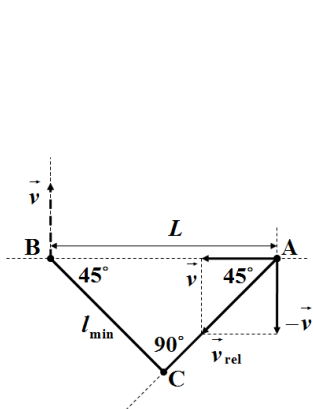
$$\omega = \frac{v_2 - v_1}{R + r} \text{ [3п]} \text{ и брзина центра масе котура } v_C = \frac{v_1 R + v_2 r}{R + r} \text{ [3п]}.$$

а) Ако је  $v_2 > v_1$  следи да је  $\omega > 0$ , тако да је смер ротације котура у претпостављеном смеру [2п].

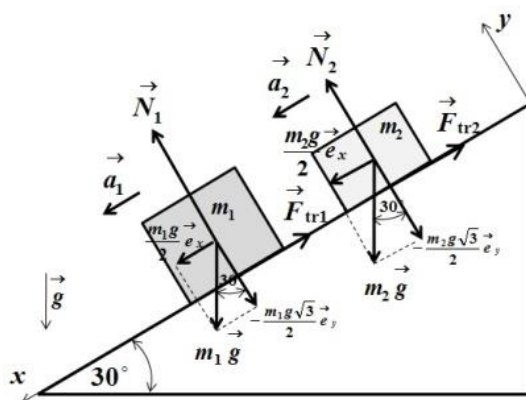
б) Ако је  $v_2 < v_1$ , следи да је  $\omega < 0$ , тако да је смер ротације котура у смеру супротном од претпостављеног [2п].

5. Једначине кретања тела у односу на непокретни координатни систем  $xOy$  су редом  $m_1 a_{1y} = m_1 g - T$  [2п],  $m_2 a_{2y} = m_2 g - 4T$  [4п]. Из услова неистегљивости нити важе редом следеће релације између помераја тела и дужина нити  $y_1 + 2y_{k1} + 2y_{k2} - 4d + 4r\pi = L_1 = \text{const}$  [2п],  $2y_{k3} - y_{k2} - y_{k1} + 2r\pi = L_2 = \text{const}$  [2п] и  $y_2 - y_{k3} = L_3 = \text{const}$  [2п] (слика 4) (признати једначине иако не садрже чланове  $-4d$ ,  $4r\pi$  и  $2r\pi$ ). Након што се изврше двоструке промене по времену последње три једначине, и пошто тела започињу кретања из стања мировања, веза између убрзања тела је  $a_{1y} + 4a_{2y} = 0$  [4п]. Из претходних једначина добијамо  $T = \frac{5m_1 m_2 g}{m_2 + 16m_1}$ ,  $a_{1y} = \frac{4(4m_1 - m_2)g}{m_2 + 16m_1}$  [1п],

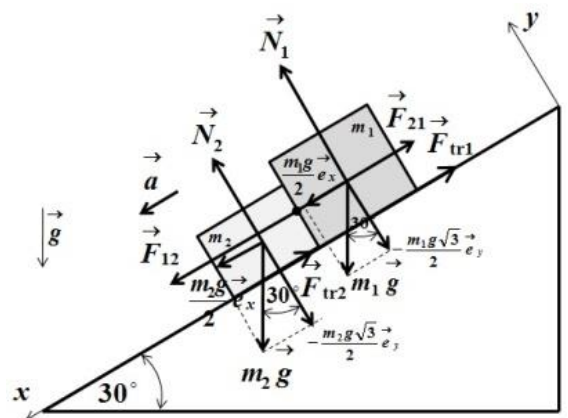
$a_{2y} = \frac{(m_2 - 4m_1)g}{m_2 + 16m_1}$  [1п]. Када се уврсте бројне вредности у последње две једнакости добија се  $a_{1y} = -0,96 \text{ m/s}^2$  и  $a_{2y} \approx 0,24 \text{ m/s}^2$ . Дакле тело масе  $m_1$  се креће вертикално навише убрзањем интензитета  $a_{1y} \approx 0,96 \text{ m/s}^2$  [1п], док се тело масе  $m_2$  креће вертикално наниже убрзањем интензитета  $a_{2y} \approx 0,24 \text{ m/s}^2$  [1п].



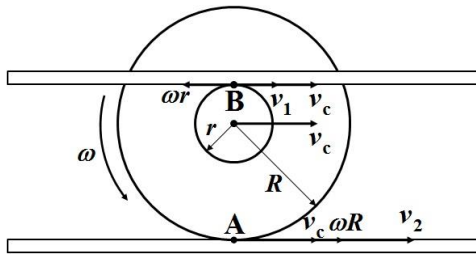
Слика 1



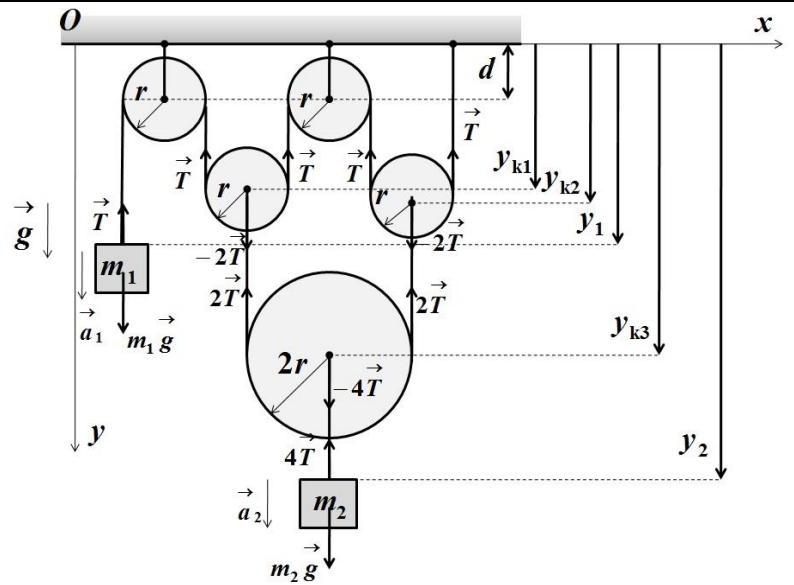
Слика 2.а



Слика 2.б



Слика 3



Слика 4

(У свим задацима признати и друге тачне начине решавања са еквивалентним начином бодовања)