



I разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете
науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

ОКРУЖНИ НИВО
20. фебруар 2021.

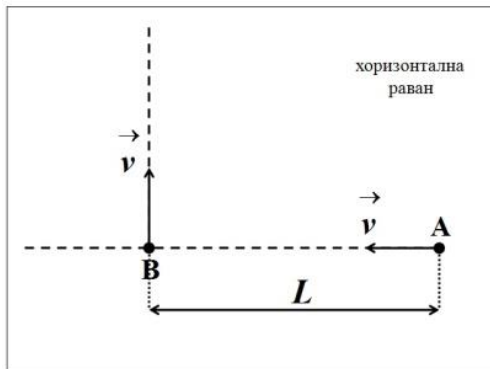
1. Два тела, занемарљивих маса и димензија, истовремено почињу да се крећу у хоризонталној равни из тачака А и В које се налазе на растојању L , брзинама једнаких и константних интензитета v . Тела се крећу праволинијски, у међусобно нормалним правцима, у смеровима као што је приказано на слици 1. Одредити после колико времена, од почетка кретања тела, ће растојање између њих бити минимално и одредити колико оно износи. Тела током кретања не мењају правце и смерове кретања, као ни интензитета брзина. Величине L и v су познате. [20 поена]

2. Пројектил је испаљен са подлоге брзином интензитета $v_0 = 5 \text{ m/s}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ у односу на хоризонталу. Дуж његове путање постављене су три препреке P_1 , P_2 и P_3 (видети слику 2). Висина препреке P_1 износи $h_1 = 0,8 \text{ m}$, висина препреке P_2 износи $h_2 = 1 \text{ m}$ и висина препреке P_3 износи $h_3 = 0,5 \text{ m}$. Препреке P_1 , P_2 и P_3 су постављене редом на растојањима $x_1 = 0,5 \text{ m}$, $x_2 = 1,2 \text{ m}$ и $x_3 = 2 \text{ m}$ од тачке А (слика 2). Препреке P_1 , P_2 и P_3 истовремено започињу спуштање одређеним равномерним брзинама, у тренутку када се пројектил испали. Одредити минималне брзине спуштања сваке од препрека да би пројектил успешно стигао до тачке В без удара у неку од препрека. Занемарити дебљину препрека. [20 поена]

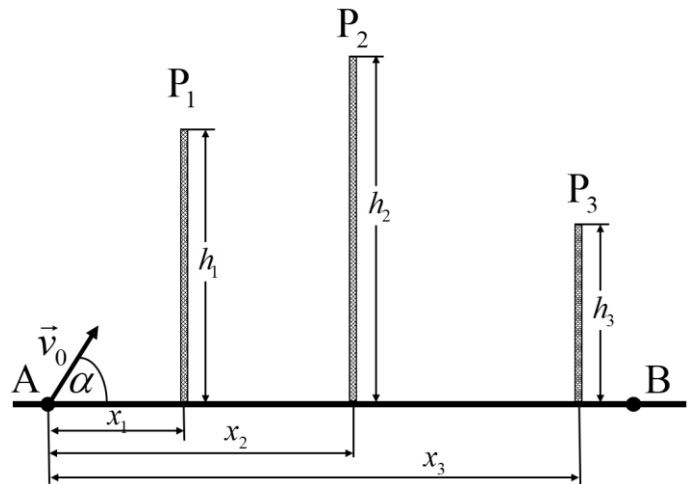
3. На стрмој равни (непокретног клина) нагибног угла $\alpha = 60^\circ$ постављена је непокретна преграда која је у односу на њу постављена под углом од $\varphi = 45^\circ$ (слика 3). Тело масе m и занемарљивих димензија постави се на стрму раван и прислони уз преграду на њеном почетку (тачка В) и затим пусти да се слободно креће. Коефицијент трења између тела и стрме равни је $\mu_1 = 0,3$, а између тела и преграде је $\mu_2 = 0,5$. Одредити после колико времена од почетка кретања ће се тело наћи на дну преграде, ако је дужина преграде $\overline{AB} = l = 6,9 \text{ m}$. Тело је током посматраног кретања у сваком тренутку у контакту и са стрмом равни и са преградом. [20 поена]

4. Котур се састоји од два круто спојена ваљка полупречника r и R која су причвршћена и постављена као на слици 4а. Котур се ослања унутрашњим ваљком на две дугачке паралелне хоризонтално постављене даске које се крећу константним брзинама \vec{v} у хоризонталном правцу, као на слици 4б. Унутрашњи ваљак котура се по дасци котрља без проклизавања. На спољашњи ваљак је намотана танка, безмасена и неистегљива нит која је у сваком тренутку затегнута. Између нити и котура не постоји проклизавање. Нит је причвршћена у тачки D за вертикални зид, као на слици 4а. У тренутку када нит заклапа са вертикалом угао $\alpha = 60^\circ$, одредити брзину центра масе котура, угаону брзину ротације котура и угаону брзину ротације нити око тачке вешања D. Све величине наведене у задатку сматрати познатим, као и дужину ненамотаног дела нити l у тренутку када је $\alpha = 60^\circ$. [20 поена]

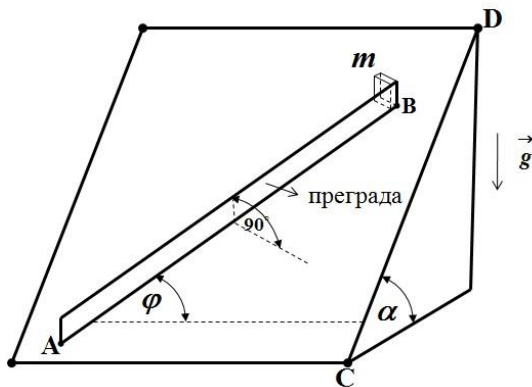
5. У систему са слике 5 одредити интензитета убрзања тела $m_1 = m$, $m_2 = m$ и $m_3 = 2m$, у односу на непокретни координатни систем xOy . Масе идентичних котурова, масе неистегљивих нити, и све силе трења и отпора у систему занемарити. Нити су у сваком тренутку затегнуте и у вертикалном положају. Тела започињу кретање из стања мировања. [20 поена]



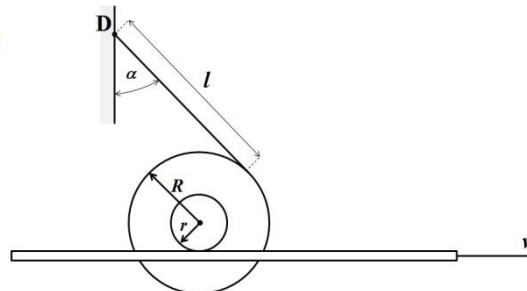
слика 1



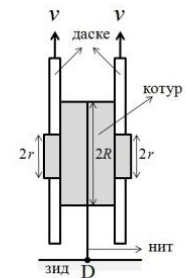
слика 2



слика 3



слика 4а



Поглед на даске, котур и нит нормално на равна цртежа са слике 4.а

слика 4б

У задацима 2, 3 и 5 узети да је убрзање силе Земљине теже је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

*У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

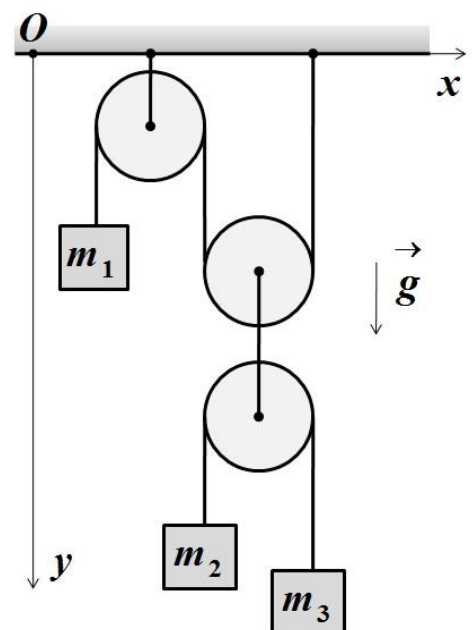
Задатке 1, 3, 4 и 5 припремио Владимир Чубровић; задатке 2 и 4 Милош Адамовић, ПМФ Крагујевац;

Рецензент: доц. др Саша Симић, ПМФ Крагујевац

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа:

доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад!



слика 5



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.



I разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете,
науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

ОПШТИНСКИ НИВО
30. јануар 2021.

1. Први начин. Растојање између тела у тренутку t је $l = \sqrt{v^2 t^2 + (L - vt)^2}$ [5п] и може да се прикаже у облику $l = \sqrt{(vt\sqrt{2} - L/\sqrt{2})^2 + L^2/2}$ [5п], тако да је растојање између тела минимално када је први квадратни члан под кореном једнак нули, тј. у тренутку t_{\min} када је задовољена једнакост $vt_{\min}\sqrt{2} - L/\sqrt{2} = 0$, тако да је $t_{\min} = \frac{L}{2v}$ [5п], а минимално растојање износи $l_{\min} = L/\sqrt{2}$ [5п].

Други начин. Поставимо почетак непокретног координатног система у тачку В. Вектор релативне брзине другог тела (које започиње кретање из тачке А) у односу на прво тело (које започиње кретање из тачке В) је \vec{v}_{rel} , а интензитет релативне брзине је $v_{\text{rel}} = \sqrt{v^2 + v^2} = v\sqrt{2}$ [5п]. Дакле, друго тело се у односу на прво креће по правој линији (правац АС, смер од А ка С) брзином интензитета $v_{\text{rel}} = v\sqrt{2}$ (слика 1). Минимално растојање l_{\min} између тела је у том случају једнако минималном растојању тачке В од правца АС (путање другог тела у односу на прво) тј. $l_{\min} = \overline{BC}$ и износи $l_{\min} = L/\sqrt{2}$ [5п]. Друго тело за време t_{\min} пређе пут који је једнак $L/\sqrt{2}$ [5п], ($\overline{AC} = L/\sqrt{2}$), крећући се брзином интензитета $v_{\text{rel}} = v\sqrt{2}$, тако да је $t_{\min} = \frac{L}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{v_{\text{rel}}} = \frac{L}{2v}$ [5п].

2. Коначне једначине кретања тела, које се у почетном тренутку налазило у координатном почетку, дуж x и y осе у случају косог хица у току времена су редом $x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t$ и $y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - gt^2/2$. У случају када је $\alpha = 60^\circ$ претходне једначине имају облик $x = v_0 t/2$ [4п] и $y = \sqrt{3}v_0 t/2 - gt^2/2$ [4п]. Пројектил ће од почетка кретања прећи дуж x -осе растојање x_1 за време $t_1 = \frac{2x_1}{v_0} = 0,2\text{s}$ [1п], растојање x_2 за време $t_2 = \frac{2x_2}{v_0} = 0,48\text{s}$ [1п] и растојање x_3 за време $t_3 = \frac{2x_3}{v_0} = 0,8\text{s}$ [1п]. У тренутку t_1 пројектил ће се наћи у тачки (x_1, y_1) , где је $y_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \approx 0,67\text{m}$ [1п].

У тренутку t_2 , пројектил ће се наћи у тачки (x_2, y_2) , где је $y_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2} \approx 0,95\text{m}$ [1п]. У тренутку t_3 , пројектил ће се наћи у тачки (x_3, y_3) , где је $y_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t_3 - \frac{gt_3^2}{2} \approx 0,32\text{m}$ [1п]. Минимални интензитет брзине којом се прва

препрека треба равномерно спустити износи $v_1 = \frac{h_1 - y_1}{t_1} = \frac{h_1}{t_1} - \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{gt_1}{2} \approx 0,65\text{m/s}$ [1+1п]. За другу препреку је

минимални интензитет брзине $v_2 = \frac{h_2 - y_2}{t_2} = \frac{h_2}{t_2} - \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{gt_2}{2} \approx 0,11\text{m/s}$ [1+1п] и за трећу препреку је минимални

интензитет брзине $v_3 = \frac{h_3 - y_3}{t_3} = \frac{h_3}{t_3} - \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{gt_3}{2} \approx 0,22\text{m/s}$ [1+1п].

3. Једначине кретања тела по стрмој равни дуж преграде су редом $ma = \frac{mg\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2$ [8п], $N_1 - \frac{mg}{2} = 0$ [3п] и $N_2 - \frac{mg\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ [5п] (видети слику 2), тако да је $a = \frac{g}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \mu_1 - \mu_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right) \approx 1,53\text{m/s}^2$ [1+1п]. Тражено

време је $t = \sqrt{\frac{2l}{a}} \approx 3\text{s}$ [1+1п].



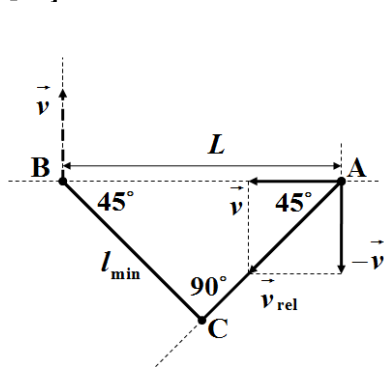
**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.**



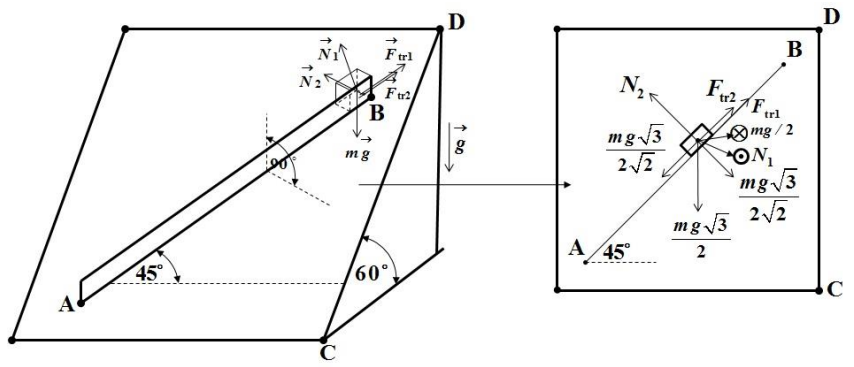
4. У тренутку када даска почне да се креће, котур ће почети да ротира угаоном брзином ω у смеру приказаном на слици 3, а центар масе котура ће почети да се креће транслаторно у десну страну брзином интензитета v_C (слика 3). Тренутна брзина тачке А котура је $v_A = v_C + \omega r$. Како котур не проклизава по дасци важи $v_A = v$ тј. $v = v_C + \omega r$ [5п]. Ако између нити и котура нема проклизавања, пројекција тренутне брзине тачке В котура на правац нити једнака је тренутној брзини нити, која је једнака нули, тако да је $v_B = v_C \sin \alpha - \omega R$. У тренутку $\alpha = 60^\circ$ важи да је $v_C \frac{\sqrt{3}}{2} - \omega R = 0$ [5п], тј. $\omega = \frac{v_C \sqrt{3}}{2R}$ [2п]. Комбинацијом претходних једначина добијамо $v_C = \frac{v}{1 + \frac{r\sqrt{3}}{2R}}$ [3п]. Угаона

брзина нити износи $\omega' = \frac{v_C \cos \alpha}{l}$ а у тренутку $\alpha = 60^\circ$ угаона брзина је $\omega' = \frac{v_C}{2l}$ [5п].

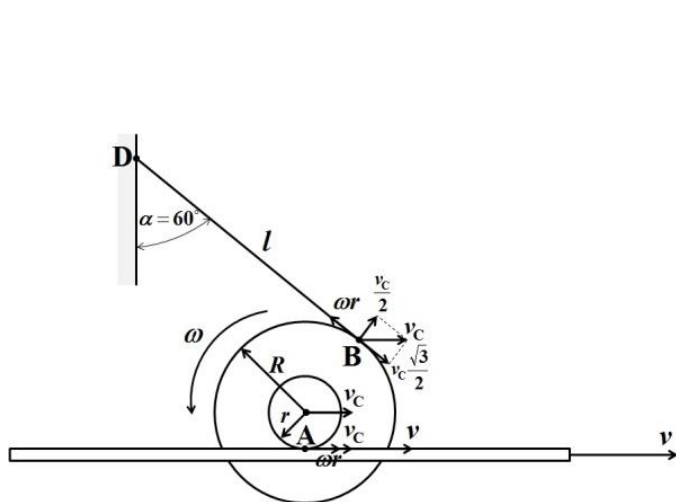
5. Једначине кретања тела у односу на непокретни координатни систем xOy су редом $ma_{1y} = mg - T$ [1п], $ma_{2y} = mg - T$ [1п] и $2ma_{3y} = 2mg - T$ [1п]. Из услова неистегљивости нити важе редом следеће релације између помераја тела и дужина нити $y_1 + 2y_{k1} + 2r\pi - 2d = L_1 = \text{const}$ [2п], $y_{k2} - y_{k1} = L_2 = \text{const}$ [2п] и $(y_2 - y_{k2}) + (y_3 - y_{k2}) + r\pi = L_3 = \text{const}$ [2п] (признати једначине иако не садрже чланове $-2d$, $r\pi$ и $2r\pi$). Након што се изврше двоструке промене по времену последње три једначине, и пошто тела започињу кретања из стања мировања, веза између убрзања тела је $a_{1y} + a_{2y} + a_{3y} = 0$ [5п]. Из претходних једначина добијамо $T = \frac{6mg}{5}$, $a_{1y} = -\frac{g}{5}$ [1п], $a_{2y} = -\frac{g}{5}$ [1п] и $a_{3y} = +\frac{2g}{5} \approx 3,92 \text{ m/s}^2$ [1+1п]. Знак минус означава да је смер убрзања тела у смеру супротном од претпостављеног док су интензитети убрзања тела $a_{1y} = +\frac{g}{5} \approx 1,96 \text{ m/s}^2$ [1п] и $a_{2y} = +\frac{g}{5} \approx 1,96 \text{ m/s}^2$ [1п].



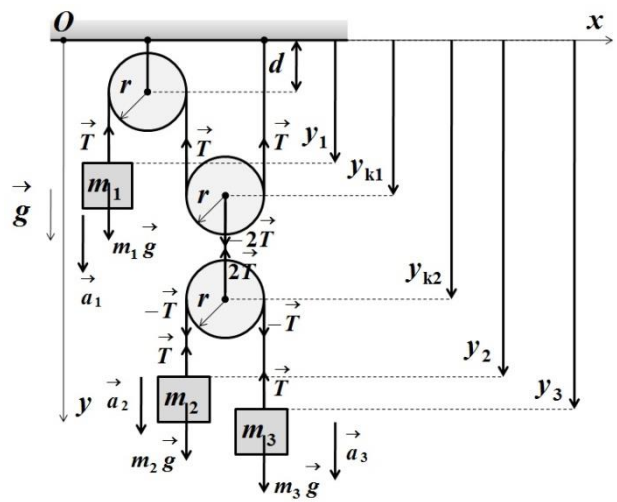
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

(У свим задацима признати и друге тачне начине решавања са еквивалентним начином бодовања)