



# I разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете  
науке и технолошког развоја Републике Србије  
ЗАДАЦИ-АЛФА КАТЕГОРИЈА\*

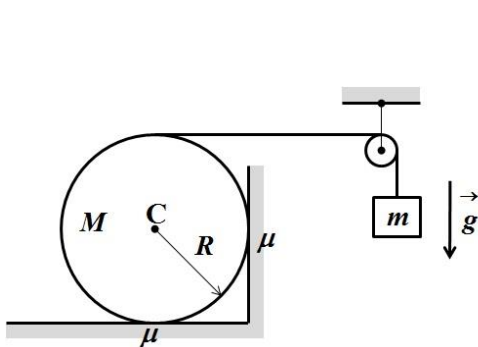
Крагујевац  
23-24. април 2021.

**1.** Места А и Б се налазе на истој обали реке. Место А се налази узводно (смер кретања реке је од места А ка месту Б) од места Б. Истовремено и дуж истог правца (паралелно са правцем обале) из места Б ка месту А крену брод и глисер, а из места А ка месту Б чамац. Глисер када се сусретне са чамацем, окреће се и наставља да се креће ка броду. Одредити средњу брзину кретања глисера од поласка из места Б, након окретања, па до сусрета са бродом. Брзина реке у односу на обалу је константна и износи  $c$ , брзине брода и чамца у односу на реку су једнаке, константне и износе  $v$  ( $v > c$ ), док је брзина глисера у односу на реку константна и једнака  $v_g$  ( $v_g > v$  и  $v_g > \sqrt{v \cdot c}$ ). Све величине наведене у задатку су познате. Занемарити димензије брода, чамца и глисера као и време окретања глисера. **[15 поена]**

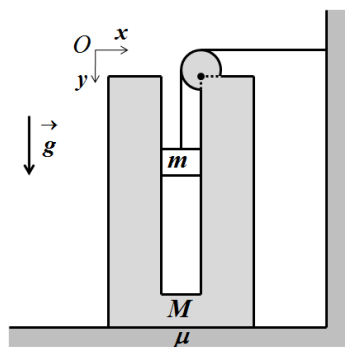
**2.** На површини хомогеног и крутог ваљка масе  $M = 8 \text{ kg}$  и полупречника основе  $R$  урезан је, по попречном пресеку ваљка, плитак жљеб. Улога жљеба је само да се на ваљак намота нит, и узети да његове димензије не утичу на момент инерције и динамику кретања ваљка. Дакле на ваљак, тј. унутар жљеба ваљка, се намота танка, безмасена и неистегљива нит. Ваљак се прислони у угао, тако да додирује непокретни вертикални зид и непокретну хоризонталну подлогу, и истовремено се веже за тег масе  $m = 11 \text{ kg}$  као што је приказано на слици 1, а затим се тела (ваљак и тег) пуне да се слободно крећу из стања мировања. Коефицијенти трења између ваљка и хоризонталне подлоге, као и између ваљка и вертикалног зида су једнаки, а вредност коефицијента трења износи  $\mu = 0,5$ . Одредити интензитет убрзања теча. Током кретања нема проклизавања између нити и ваљка. Све остале силе трења и отпора у систему занемарити, као и масу котура око ког је пребачена нит. Момент инерције хомогеног и крутог ваљка око његове осе симетрије је  $I = \frac{1}{2}mr^2$ , где је  $m$  маса ваљка, а  $r$  полупречник попречног пресека ваљка. Убрзање силе Земљине теже је  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . **[20 поена]**

**3.** У систему са слике 2 позната је маса блока  $M = 5,1 \text{ kg}$  и маса теча  $m = 3,4 \text{ kg}$ . Трење постоји само између блока и непокретне хоризонталне подлоге, а коефицијент трења износи  $\mu = 0,28$ . Ако тела (блок и тег) започињу кретање из стања мировања одредити интензитет убрзања блока у односу на непокретну подлогу. Тег је у сталном контакту са блоком, док је блок у сталном контакту са хоризонталном подлогом. Котур је чврсто везан за блок и његова маса се занемарује. Занемарити масу неистегљиве нити, као и све силе трења (осим наведене) и силе отпора. Убрзање силе Земљине теже је  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . **[20 поена]**

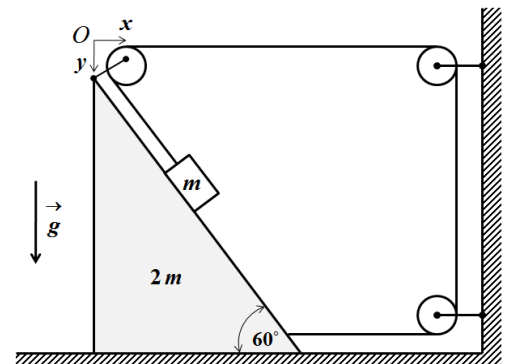
**4.** У систему са слике 3 одредити интензитете убрзања покретног клина масе  $2m$  и тела масе  $m$  у односу на непокретни координатни систем  $xOy$ . Угао између стрме равни и основе покретног клина је  $60^\circ$ . Тела почињу слободно да се крећу из стања мировања. Маса котурова, масу неистегљиве нити и трење у систему занемарити. Убрзање силе Земљине теже је  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . **[20 поена]**



слика 1



слика 2



слика 3

Задатке припремио: Владимир Чубровић

Рецензенти: доц. др Саша Симић, Марко Милошевић ПМФ Крагујевац

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад!



I разред

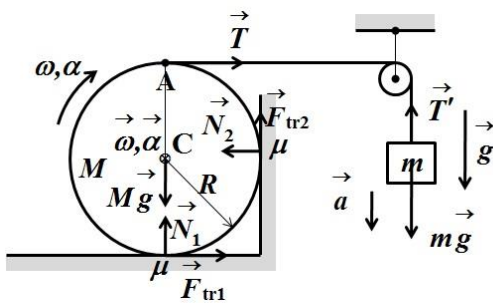
Друштво физичара Србије и Министарство просвете,  
науке и технолошког развоја Републике Србије  
РЕШЕЊА-АЛФА КАТЕГОРИЈА\*

Крагујевац  
23-24. април 2021.

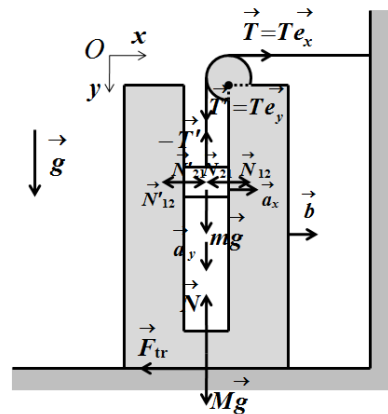
1. Означимо са  $L$  растојање између места А и Б. Време које протекне од поласка глисера до његовог сусрета са чамцем је  $t_1 = \frac{L}{v_g + v}$  [2п], при чему глисер пређе пут  $L_1 = (v_g - c) \cdot t_1 = \frac{v_g - c}{v_g + v} \cdot L$  [3п], а растојање између глисера и брода је тада  $\Delta L = (v_g - c) \cdot t_1 - (v - c) \cdot t_1 = (v_g - v) \cdot t_1 = \frac{v_g - v}{v_g + v} \cdot L$  [3п]. Поступајући као у претходном случају, до сусрета глисера и брода (од тренутка  $t_1$ ) протекне време  $t_2 = \frac{\Delta L}{v_g + v} = \frac{v_g - v}{(v_g + v)^2} \cdot L$  [2п], а пређени пут глисера је  $L_2 = (v_g + c) \cdot t_2 = \frac{(v_g + c)(v_g - v)}{(v_g + v)^2} \cdot L$  [2п]. Тражена средња брзина глисера је  $v_{sr} = \frac{L_1 + L_2}{t_1 + t_2}$  [1п] и након уврштавања добијених вредности добијамо  $v_{sr} = \frac{v_g^2 - v \cdot c}{v_g}$  [2п].

2. Једначина кретања тега је  $ma = mg - T$  [1п]. Једначине кретања ваљка су редом  $\frac{1}{2}MR^2 \cdot \alpha = (T - \mu N_1 - \mu N_2) \cdot R$  [4п],  $T + \mu N_1 - N_2 = 0$  [4п] и  $Mg - N_1 - \mu N_2 = 0$  [4п] (видети слику 1). Из услова да нема проклизавања између нити и ваљка (тренутна брзина тачке А ваљка једнака је тренутној брзини нити) следи  $\omega R = v$ , и када извршимо промену по времену последње једнакости добијамо  $\alpha R = a$  [3п].

Решавањем претходних једначина добијамо  $a = \frac{m(1 - \mu + 2\mu^2) - \mu M(1 + \mu)}{m(1 - \mu + 2\mu^2) + \frac{1}{2}M(1 + \mu^2)} \cdot g \approx 3,07 \text{ m/s}^2$  [3+1п].



слика 1



слика 2

3. Једначине кретања блока су редом  $Mb = T + N_{12} - N'_{12} - \mu N$  [2п] (1) и  $Mg + T - N = 0$  [4п] (2). Једначине кретања тега су редом  $ma_x = N'_{21} - N_{21}$  [2п] (3) и  $ma_y = mg - T$  [2п] (4), видети слику 2. Како је по услову задатка тег у сталном контакту са блоком следи да је  $a_x = b$  [2п]. Даље важи  $N_{12} = N_{21}$  и  $N'_{12} = N'_{21}$  тако да једначине (1) и (3) могу да се сведу на једну једначину која описује кретање блока и тела као целине  $(M + m)b = T - \mu N$  [2п] (5). Из услова да је нит неистегљива следи да је  $a_y = b$  [2п] (6). Решавањем једначина (2), (4), (5) и (6) добијамо да је интензитет убрзања блока у односу на непокретну подлогу једнак  $b = \frac{m - \mu m - \mu M}{M + 2m - \mu m} \cdot g \approx 0,91 \text{ m/s}^2$  [3+1п].



4. Први начин. У односу на непокретни координатни систем  $xOy$  једначине кретања клина и тела су редом

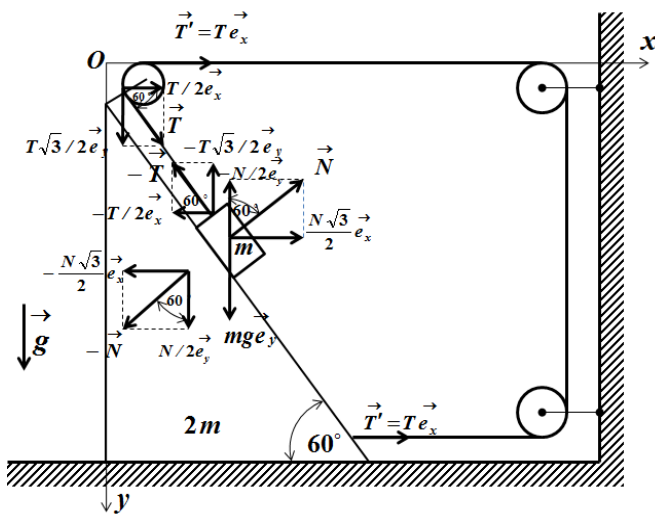
$$2m \cdot b = 2T + \frac{T}{2} - \frac{N\sqrt{3}}{2} \quad [3\text{п}], \quad m \cdot a_x = \frac{N\sqrt{3}}{2} - \frac{T}{2} \quad [3\text{п}] \quad \text{и} \quad m \cdot a_y = mg - \frac{N}{2} - \frac{T\sqrt{3}}{2} \quad [3\text{п}].$$

Ако се клин помери за  $\Delta X$  дуж хоризонталне подлоге, ослободи се део нити дужине  $2\Delta X$ , што омогућава телу да се помери дуж стрме равни за растојање  $\Delta R = 2\Delta X$ . Такође је  $\Delta x - \Delta X = \frac{\Delta R}{2}$  и  $\Delta y = \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta R$  (слика 4) тако да је  $\Delta x = 2\Delta X$  и  $\Delta y = \Delta X \sqrt{3}$ . Како тела

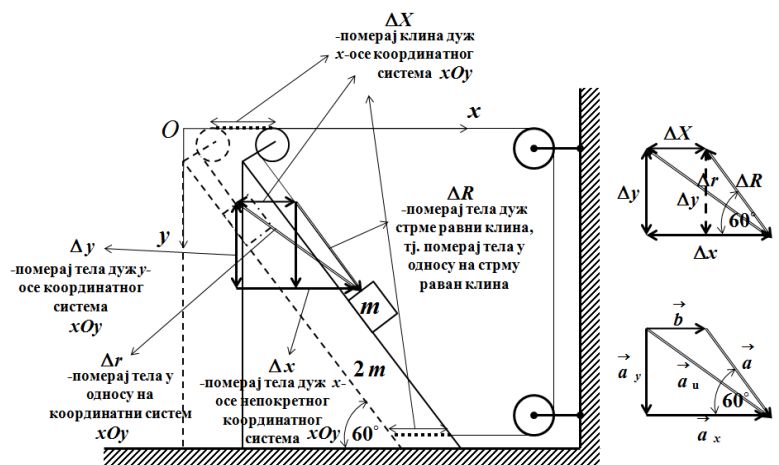
полазе из мировања следи  $\Delta X = \frac{bt^2}{2}$ ,  $\Delta x = \frac{a_x t^2}{2}$ ,  $\Delta y = \frac{a_y t^2}{2}$ , тако да је  $a_x = 2b$  [3п] и  $a_y = b\sqrt{3}$  [1п]. Решавањем

једначина добијамо  $b = \frac{\sqrt{3}}{9} g \approx 1,89 \text{ m/s}^2$  [1+1п],  $a_x = \frac{2\sqrt{3}}{9} g$  [1п] и  $a_y = \frac{1}{3} g$  [1п]. Интензитет убрзања тела у односу

на подлогу је  $a_u = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$  [1п], тако да је  $a_u = \frac{\sqrt{21}}{9} g \approx 5 \text{ m/s}^2$  [1+1п].



слика 3



слика 4

Други начин. У односу на непокретни координатни систем  $xOy$  једначина кретања клина је  $2m \cdot b = 2T + \frac{T}{2} - \frac{N\sqrt{3}}{2}$

[3п]. У односу на покретни (неинерцијални) координатни систем  $x^*O^*y^*$  везан за клин једначине кретања тела су редом  $m \cdot a = \frac{mg\sqrt{3}}{2} - T - \frac{mb}{2}$  [3п] и  $N - \frac{mg}{2} - \frac{mb\sqrt{3}}{2} = 0$  [3п], где је  $b$  убрзање клина у хоризонталном правцу,  $a$

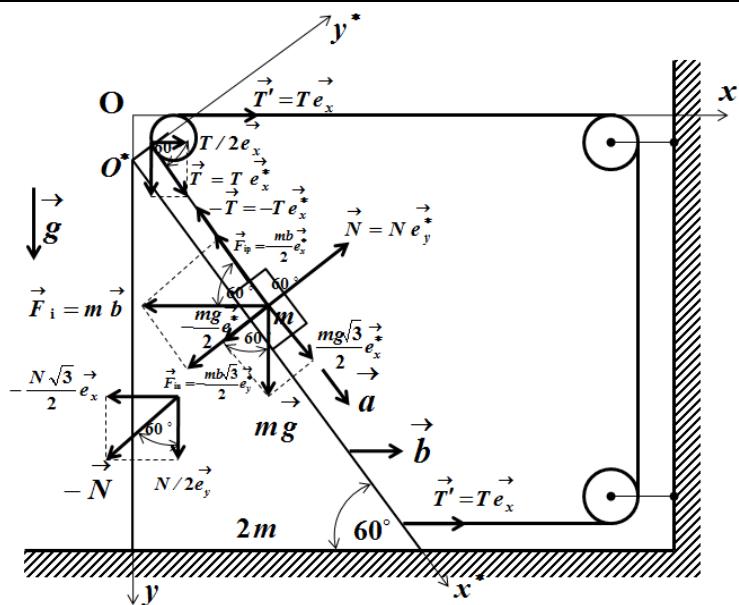
убрзање тела у односу на стрму раван клина, док су  $F_{\text{ип}} = \frac{mb}{2}$  и  $F_{\text{ин}} = \frac{mb\sqrt{3}}{2}$  компоненте на правац и нормално на

правац стрме равни клина инерцијалне силе  $\vec{F}_i = -m\vec{b}$  (слика 5). Веза између помераја клина и тела је  $\Delta R = 2\Delta X$

тако да је веза између убрзања  $a = 2b$  [3п] (слика 4). Из претходног следи  $b = \frac{\sqrt{3}}{9} g \approx 1,89 \text{ m/s}^2$  [1+1п],

$a = 2b = \frac{2\sqrt{3}}{9} g$  [1п],  $a_x = b + \frac{1}{2}a = \frac{2\sqrt{3}}{9} g$  [1п], и  $a_y = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} g$  [1п]. Тражени интензитет убрзања тела је

$a_u = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$  [1п], тако да је  $a_u = \frac{\sqrt{21}}{9} g \approx 5 \text{ m/s}^2$  [1+1п].



слика 5

решења задатака 1. разред алфа, страна 3 од 3