

## INTERAKCIJA TEŠKIH NAELEKTRISANIH ČESTICA SA MATERIJOM

Ovaj i sledeća četiri paragrafa opisuju mehanizme kojima različite vrste zračenja interaguju sa materijom. Poznavanje fizičkih osnova interakcije zračenja, i prenosa energije je fundamentalno u detekciji zračenja, merenjima i kontroli, kao i za razumevanje bioloških efekata ozračivanja živog tkiva. Mi ćemo prvo razmatrati "teške" naelektrisane čestice, u koje ne ubrajamo elektrone i pozitrone.

### 4.1 MEHANIZMI GUBITKA ENERGIJE

Prolazeći kroz materiju teške naelektrisane čestice gube energiju primarno preko jonizacije i ekscitacije atoma. (Osim u slučaju malih brzina, teške naelektrisane čestice gube zanemarljiv iznos energije u sudarima sa jezgrom). Teška naelektrisana čestica koja je u pokretu deluje svojim elektromagnetskim poljem na atomske elektrone i predaje im izvesnu količinu energije. Preneta energija može biti dovoljna da izbaci elektron iz atoma i tako ga jonizuje, ili može dovesti atom do ekscitacije, (ne jonizovano stanje). Kao što ćemo pokazati u sledećem tekstu, teška naelektrisana čestica može preneti samo mali deo svoje energije u jednostrukom sudaru sa elektronom. Njeno skretanje pri sudaru je zanemarljivo. Tako, teška naelektrisana čestica se kreće kroz materiju po skoro pravoj liniji, gubeći energiju skoro kontinualno u malim porcijama (iznosima) usled sudara sa atomskim elektronima, ostavljajući jonizovane i ekscitovane atome iza sebe.

Nasuprot tome, beta čestice ( $\beta^+$ ,  $\beta^-$ ), koje će biti diskutovane u sledećem poglavlju, mogu gubiti veliki deo svoje energije, i skrenuti vrlo mnogo pri jednostrukom sudaru sa atomskim elektronima. Tako, one se ne kreću po pravoj liniji. Beta čestice mogu skrenuti vrlo mnogo usled interakcije sa atomskim jezgrom, što izaziva emisiju fotona; elektromagnetsko zračenje (bremsstrahlung). Fig. 4.1 pokazuje kontrast između pravolinijskog traga alfa čestice i vijugavog traga beta čestice u fotografskoj emulziji.

### 4.2 MAXIMALNO PRENETA ENERGIJA U JEDNOM SUDARU

U ovom delu izračunaćemo maksimalnu energiju koju teška naelektrisana čestica gubi sudarajući se sa atomskim elektronom. Pretpostavlja se da se čestica kreće brzo u poređenju sa elektronom i da je prenetna energija velika u poređenju sa vezivnom energijom elektrona u atomu. Pod ovim uslovom može se uzeti da je elektron inicijalno slobodan i da je u miru. Problem se tretira klasično, a zatim će biti dat i relativistički rezultat.

Slika 4.2.(a) šematski prikazuje tešku česticu (mase  $M$  i brzine  $V$ ) koja se približava elektronu (mase  $m$ , u miru). Posle sudara, koji mora biti čeon da bi došlo do maksimalnog prenosa energije, čestice (Sl 4.2(b)) se kreću brzinom  $V_1$  i  $v_1$  duž putanje inicijalne čestice. Pošto se ukupna kinetička energija i impuls održavaju u ovom sudaru mogu se napisati sledeće jednačine:

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (4.1)$$

i

$$MV = MV_1 + mv_1 \quad (4.2)$$

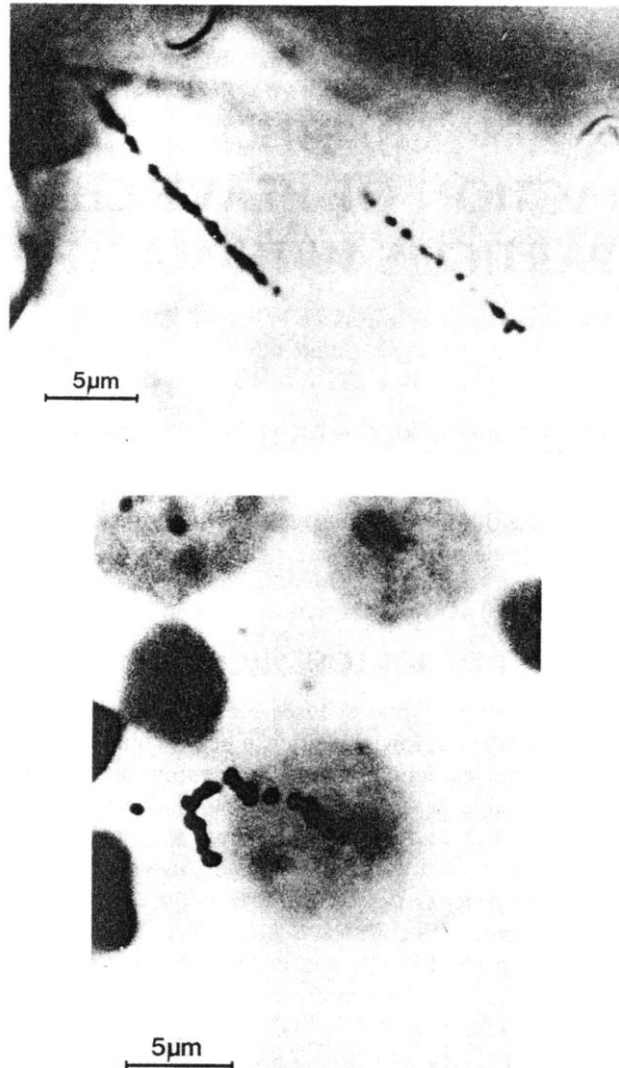
Ako rešimo jednačinu (4.2.) po  $v_1$  i rezultat zamenimo u (4.1.) dobiće se:

$$V_1 = \frac{(M - m)V}{M + m} \quad (4.3)$$

Koristeći ovaj izraz za  $V_1$  može se naći maksimalno preneti energija

$$Q_{\max} = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{4mM}{(M + m)^2} E \quad (4.4)$$

gde je  $E = MV^2/2$  kinetička energija inicijalne teške čestice. Treba zapaziti da, ako su mase jednake ( $M=m$ ), jednačina (4.4.) daje  $Q_{\max}=E$  i to je slučaj kada incidentna čestica preda svu svoju energiju u sudaru nalik na sudar bilijarskih lopti.



**Slika 4.1.** Gornji deo. Alfa radiografija kosti pacova posle udisanja  $^{241}\text{Am}$ . Donji deo. Beta autoradiografija izolovanog jezgra mozga pacova.  $^{14}\text{C}$  thimidine inkorporiran u jezgru se locira kao početak traga elektrona emitovanog traserskim elementom.

**Primer:** Izračunati maksimalnu energiju koju proton energije 10 MeV može da izgubi u jednom sudaru sa elektronom.

**Rešenje:** Za proton ove energije nerelativistička formula (4.4) je tačna. Zanemarujući  $m$  u poređenju sa  $M$ , dobija se  $Q_{\max} = 4mE/M = 4 \cdot 1 \cdot 10 / 1836 = 2.18 \cdot 10^{-2} \text{ MeV} = 21.8 \text{ keV}$ , što je svega 0.22% početne energije protona.

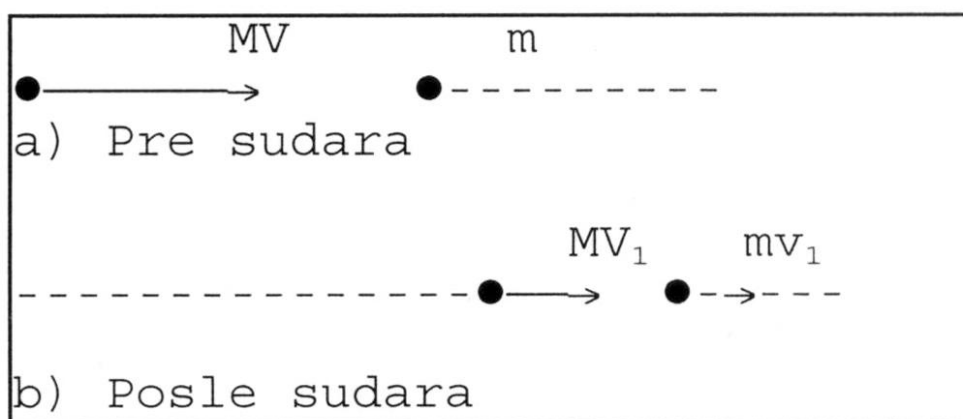
Tačan relativistički izraz za maksimalno prenetu energiju je

$$Q_{\max} = \frac{2\gamma^2 m v^2}{1 + 2\gamma m / M + m^2 / m^2} \quad (4.5)$$

gde su  $m$  i  $M$  označene mase mirovanja elektrona i teške čestice,  $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}$ ,  $\beta = V/c$  i  $c$  je brzina svetlosti. Osim u krajnjem relativističkom slučaju,  $\gamma m/M \ll 1$ , tako da se jednačina (4.5) svodi na

$$Q_{\max} = 2\gamma^2 m V^2 = 2\gamma^2 m c^2 \beta^2 \quad (4.6)$$

Što je uobičajeni relativistički rezultat.



**Slika 4.2.** Čeonni sudar čestice mase  $M$  i brzine  $V$  sa slobodnim elektronom mase  $m$  u miru.

**Table 4.1.** Maksimalno moguća prenetu energija  $Q_{\max}$ , u sudaru protona i elektrona

Kinetička energija protona $T$ (MeV)	$Q_{\max}$ (MeV)	U procentima $100Q_{\max}/T$
0.1	0.00022	0.22
1	0.0022	0.22
10	0.0219	0.22
100	0.229	0.23
$10^3$	3.33	0.33
$10^4$	136.	1.4
$10^5$	$1.06 \cdot 10^4$	10.6
$10^6$	$5.38 \cdot 10^5$	53.8
$10^7$	$9.21 \cdot 10^6$	92.1

**Primer:** Koristeći relativističku formulu (4.6) izračunaj maksimalno mogući gubitak energije u jednom sudaru 10 MeV protona iz prethodnog primera.

**Rešenje:** Prvo je potrebno naći  $\gamma$ . Pošto je energija mirovanja protona  $Mc^2 = \text{MeV}$ , možemo koristiti formulu iz Apendixa C, za relativističku kinetičku energiju,  $T=10 \text{ MeV}$ , da bi napisali  $10=938(\gamma-1)$ . Sledi da je  $\gamma=1.01066$  i  $\beta^2=0.02099$ . Pošto je energija mirovanja elektrona  $mc^2=0.511 \text{ MeV}$ , dobija se da je  $Q_{\max}=21.9 \text{ keV}$ .

U Tabeli 4.1 dati su numerički rezultati za širok opseg energije protona. Osim u slučaju krajnje visokih energija, gde se mora koristiti jednačina (4.5), teške naelektrisane čestice mogu izgubiti samo mali deo svoje energije u sudaru sa elektronom. Sudari pri kojima je iznos prenete energije uporediv sa  $Q_{\max}$  su veoma retki, osim na visokim energijama.

### 4.3 BETHE-OVA FORMULA ZA ZAUSTAVNU MOĆ

Linearni gubitak energije duž putanje teške naelektrisane čestice u sudarima sa atomskim elektronima u medijumu (izražen na primer u MeV/cm), je osnovna fizička veličina koja određuje dozu koju česticu stvori u medijumu. Ova veličina označena sa  $-dE/dx$ , naziva se zaustavna moć sredine za datu česticu. Bohr je 1913. godine izveo eksplicitnu formulu koja daje zaustavnu moć za teške naelektrisane čestice. U to doba kvantna mehanika nije bila otkrivena, ali je Bohr vođen intuicijom dobio ispravan semiklasičan uvid u atomske sudare. On je izračunao gubitak energije teške čestice pri sudaru sa elektronom koji je na nekom rastojanju od pravca prolaska čestice, da bi zatim izvršio integraljenje preko svih mogućih rastojanja uračunavajući gubitke energije od najmanjih do najvećih  $Q_{\max}$ . Nerelativistička formula koji je Bohr dobio, korektno daje fizičke osobine zaustavne moći, što je potvrđeno eksperimentima i kasnije kvantno mehničkom teorijom Bethe-a.

Korišćenjem relativističke kvantne mehanike, Bethe je izveo sledeći izraz za zaustavnu moć uniformne sredine za teške naelektrisane čestice:<sup>1</sup>

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4 n}{mc^2 \beta^2} \left[ \ln \frac{2mc^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 \right] \quad (4.7)$$

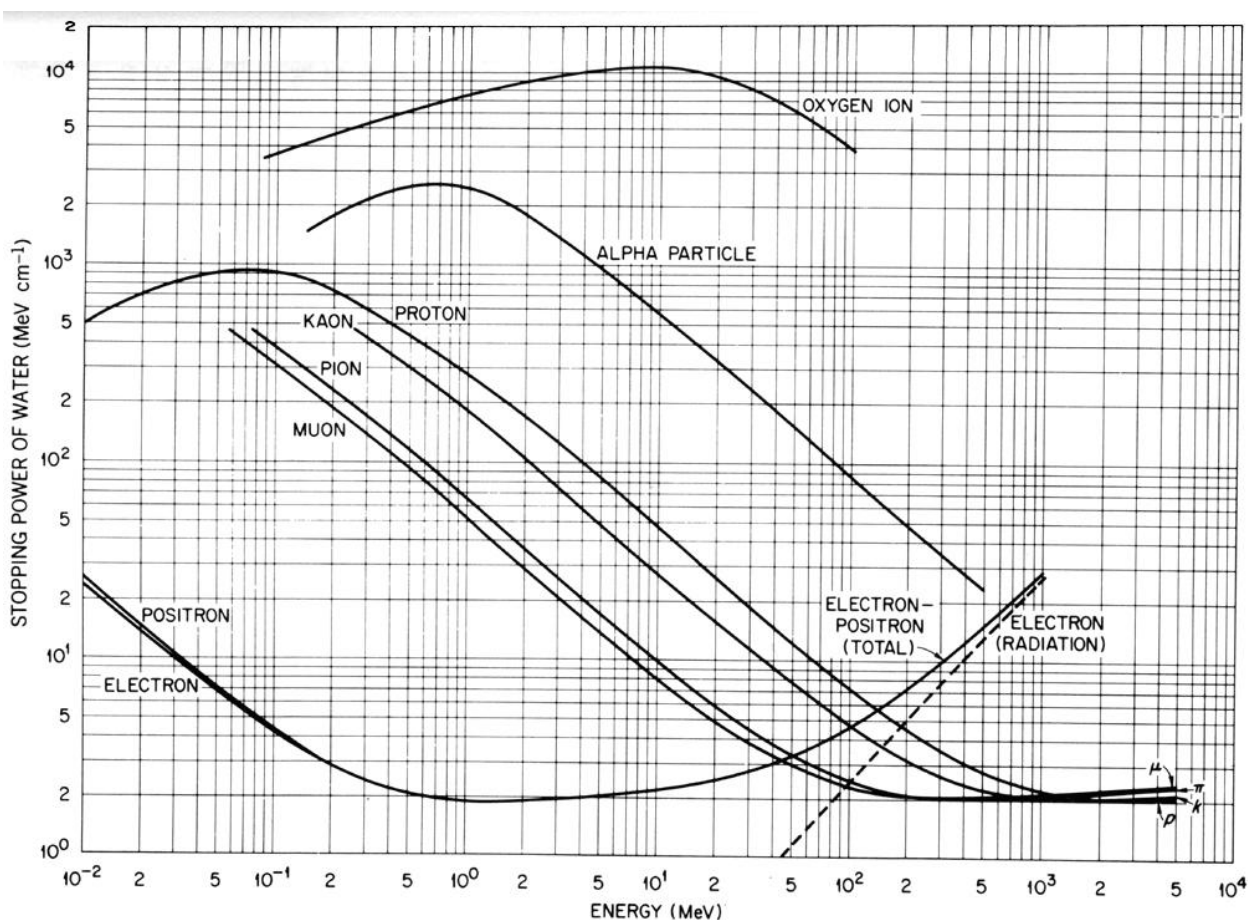
U ovoj relaciji

- $z$  = atomski broj teške čestice,
- $e$  = naelektrisanje elektrona,
- $n$  = broj elektrona po jediničnoj zapremini medijuma,
- $m$  = masa mirovanja elektrona,
- $c$  = brzina svetlosti u vakuumu,
- $\beta = v/c$ , brzina čestice u odnosu na  $c$ , i
- $I$  = srednja energija ekscitacije medijuma.

Zaustavna moć zavisi samo od naelektrisanja  $ze$  i brzine  $\beta$  teške čestice. Relevantne osobine medijuma su njene srednja energija ekscitacije  $I$  (sledeći paragraf) i elektronska gustina  $n$ , kojoj je zaustavna moć proporcionalna. Grafici masenih zaustavnih moći ( $-dE/\rho dx$ , tj. zaustavna moć podeljena gustinom) vode za više različitih čestica su dati na Slici 4.3. Logaritamski član u jedinici (4.7) raste, izaziva porast ovih krivih na višim energijama kako  $\beta \rightarrow 1$ . Na nižim energijama član ispred zagrade u (4.7) raste ali logaritamski član opada, što izaziva stvaranje pika, (nazvan Brag-ov pik). Brzina gubitka energije je ovde najveća.

<sup>1</sup> Primenba prevodioca. Ova formula je data u CGS sistemu.

Zaustavna moć  $-dE/dx$ , se često izražava u  $MeV/cm$ . Odgovarajuća jednačina za masenu zaustavnu moć  $-dE/\rho dx$ , je  $MeVcm^2/g$ . Masena zaustavna moć je korisna veličina jer izražava brzinu gubitka energije naelektrisane čestice po  $g/cm^2$  pređenog medijuma. U gasovima, na primer,  $-dE/dx$  zavisi od pritiska, ali ne i  $-dE/\rho dx$ , jer se deljenjem sa gustinom tačno komenzuje pritisak. Pored toga, masena zaustavna moć ne razlikuje se mnogo za materije sa sličnom atomskom kompozicijom. Na primer za 10 MeV ske protone, masena zaustavna moć u vodi je  $45.9 MeV cm^2/g$ , a za antracen je  $44.2 MeV cm^2/g$ . Krive na Slici 4.3 se mogu koristiti i za druge materijale koji se primarno sastoje od lakih elemenata. Za olovo ( $Z=82$ ), na drugoj starani  $-dE/\rho dx=17.5 MeV cm^2/g$  za 10 MeV ske protone. Uopšte, uticaj teških atoma na zaustavnu moć teških čestica izražen preko  $g/cm^2$  je manje izražen, jer su mnogi od njihovih elektrona isuviše jako vezani u unutrašnjim ljuskama elektronskog omotača da bi mogli da učestvuju u apsorpciji energije.



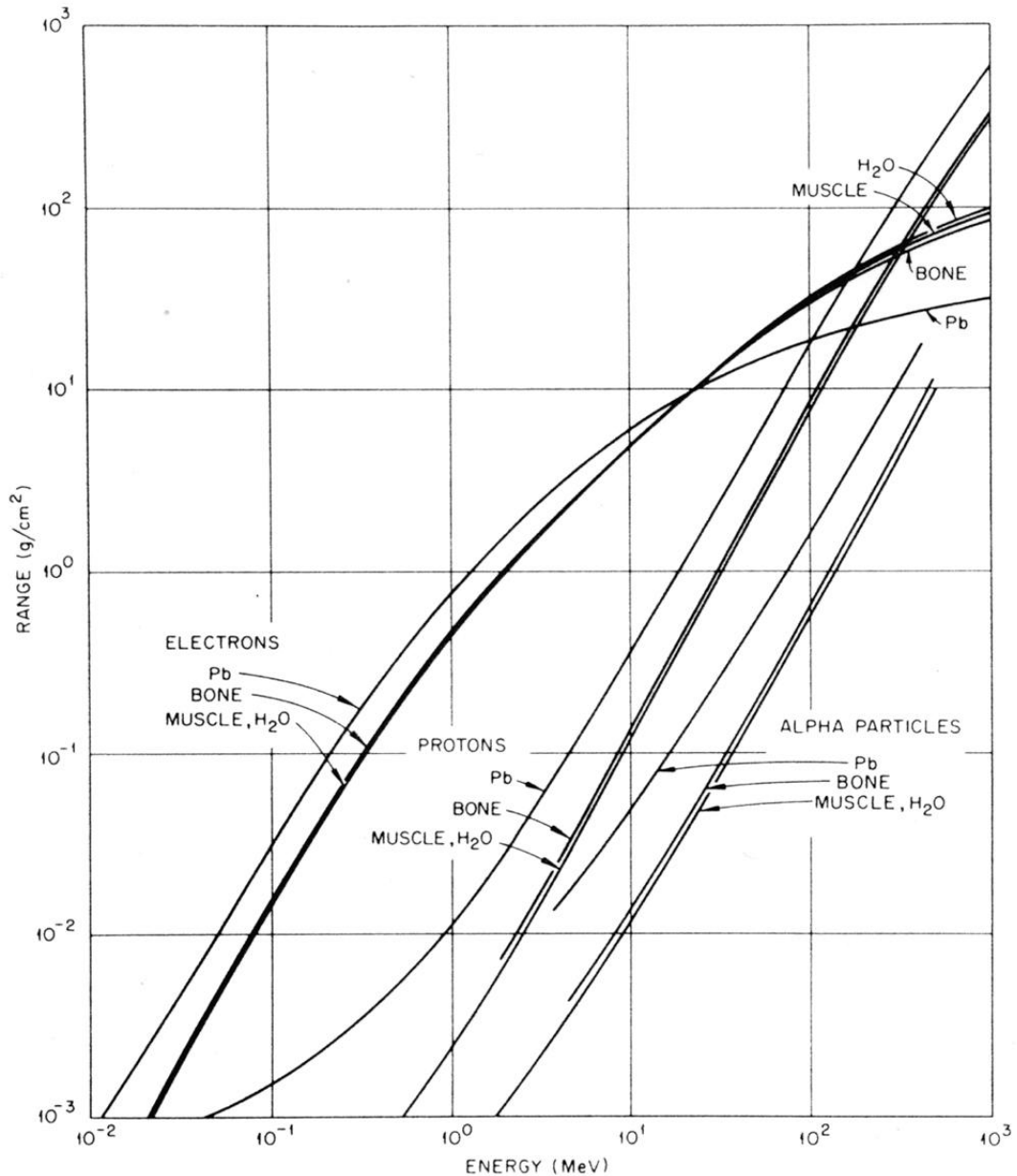
**Slika 4.3.** Zaustavna moć vode u  $MeV cm^2/g$  za različite teške naelektrisane čestice i beta čestice. Mioni, pioni i kaoni su elementarne čestice sa masom mirovanja oko 207, 270 i 967 masa mirovanja elektrona.

#### 4.4 SREDNJA EKSCITACIONA ENERGIJA

Srednje ekscitacione energije za mnoge elemente su izračunate iz kvantno mehaničkih definicija dobijenih pri izvođenju (4.7). One takođe mogu biti merene u eksperimentima u kojima su sve veličine koje figurišu u (4.7) poznate osim  $I$ . Sledeće aproksimativne empirijske formule se mogu koristiti za procenu vrednosti  $I$  u eV za element sa atomskim brojem  $Z$ :

$I = 19.0$	$eV$ za $Z = 1$ (vodonik)
$I = 11.2 + 11.7 \cdot Z$	$eV$ , za $2 \leq Z \leq 13$
$I = 52.8 + 8.71 \cdot Z$	$eV$ , za $Z > 13$

Pošto se  $I$  nalazi u podlogaritamskoj funkciji u formuli za zaustavnu moć, vrednosti dobijene ovim formulama su dovoljno tačne za mnoge primene. Vrednost za  $I$  za elemente malo zavise i od hemijske kompozicije u kojoj se taj element nalazi kao i od stanja kondenzacije materijala, čvrsto, tečno ili gasovito (Braggovo aditivno pravilo).



**Slika 4.4.** Dometi protona, alfa čestica i elektrona u vodi, mišićima, kostima i olovu izraženi g/cm<sup>2</sup>.

Kada je materijal jedinjenje ili smeša, zaustavna moć se može izračunati prostim sabiranjem pojedinih doprinosa konstitutivnih elamenata. Ako ima  $N_i$  atoma/ $cm^3$  elemenata sa atomskim brojem  $Z_i$  i srednjom ekscitacionom energijom  $I_i$ , onda u formuli (4.7) treba izvršiti zamenu

$$n \ln I = \sum_i N_i Z_i \ln I_i \quad (4.11)$$

$$\ln I = \frac{\sum_i N_i Z_i \ln I_i}{n}$$

gde je  $n$  ukupan broj elektrona po  $cm^3$  materijala  $n = \sum N_i Z_i$ . Na ovaj način, kompozitna  $\ln I$  vrednost se dobija od pojedinačnih elementarnih  $\ln I_i$  vrednosti pri čemu je utežnjavanje izvršeno preko elektronskih gustina  $N_i Z_i$  različitih elemenata.

**Primer:** Izračunati srednju ekscitacionu energiju  $H_2O$ .

**Rešenje:** Vrednost za  $I$  za  $H$  i za  $O$  mogu se dobiti preko jednačine (4.8), a zatim se primenjuje (4.11), Za vodonik  $I_H = 19.0$  eV, a za kiseonik je  $I_O = 11.2 + 11.7 \cdot 8 = 105$  eV. Elektronske gustine  $N_i Z_i$  i  $n$  se mogu dobiti direktnim putem. Međutim, samo količnici  $N_i Z_i / n$  su potrebni da bi se našlo  $I$ : Pošto  $H_2O$  molekul ima 10 elektrona, od kojih 2 pripadaju vodoniku, a 8 kiseoniku, iz (4.11) možemo napisati da je

$$\ln I = \frac{2 \cdot 1}{10} \ln 19.0 + \frac{1 \cdot 8}{10} \ln 105 = 4.312 \quad (4.12)$$

odakle se dobija  $I = 74.6$  MeV.

#### 4.5 TABELA ZA IZRAČUNAVANJE ZAUSTAVNIH MOĆI

U ovom paragrafu razvićemo numeričku tabelu koja olakšava izračunavanje zaustavne moći nekog materijala za teške naelektrisane čestice. U sledećoj sekciji ta Tabela će se koristiti da bi se izračunala zaustavna moć  $H_2O$  za protone u funkciji njihove energije. Posle zamene odgovarajućih konstanti u (4.7) (i preskakanja jednačina 4.13, 14 i 15 iz originalnog teksta) dobiće se:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{5.09 \cdot 10^{-25} z^2 n}{\beta^2} \left[ \ln \frac{1.02 \cdot 10^6 \beta^2}{I_{ev}(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right] \frac{MeV}{cm} \quad (4.16)$$

Ova opšta formula za bilo koju tešku naelektrisanu česticu u bilo kojem medijumu može se napisati u sledećem obliku:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{5.09 \cdot 10^{-25} z^2 n}{\beta^2} [F(\beta) - \ln I_{ev}] \frac{MeV}{cm} \quad (4.17)$$

gde je

$$F(\beta) = \ln \frac{1.02 \cdot 10^6 \beta^2}{1 - \beta^2} - \beta^2 \quad (4.18)$$

**Primer:** Izračunati  $F(\beta)$  za proton kinetičke energije  $T = 10$  MeV.

**Rešenje:** U zadnjem primeru u sekciji 4.2 našli smo da je  $\beta^2=0.02099$ . Zamenjujući ovu vrednost u (4.18) dobija se  $F(\beta)=9.973$ .

Veličine  $\beta$  i  $F(\beta)$  za protone različitih energija su date u Tabeli 4.2. Pošto je za datu vrednost  $\beta$ , kinetička energija čestice proporcionalna njenoj masi mirovanja, Tabela se može koristiti i za druge teške čestice. Na primer, količnik kinetičkih energija  $T_d$  i  $T_p$ , deuteronu i protonu koji imaju istu brzinu je

$$T_d / T_p = M_d / M_p = 2 \quad (4.19)$$

Vrednost  $F(\beta)=9.973$  koja je izračunata za 10 MeV-ski proton može se primeniti na deuteron energije 20 MeV. Linearna interpolacija se može koristiti ako je to potrebno.

**Tabela 4.2. Podaci potrebni za izračunavanje zaustavne moći teških naelektrisanih čestica. Kinetička energija protona u MeV**

Kin. Energija protona MeV	$\beta^2$	$F(\beta E_q)$ (4.18)
0.01	0.000021	2.179
0.02	0.000043	3.775
0.04	0.000085	4.468
0.06	0.000128	4.873
0.08	0.000171	5.161
0.1	0.000213	5.384
0.2	0.000426	6.077
0.04	0.000852	6.771
0.06	0.001278	7.175
0.08	0.001703	7.462
1.	0.002129	7.685
2.	0.004252	8.376
4.	0.008476	9.066
6.	0.01267	9.469
8.	0.01685	9.753
10.	0.02099	9.973
20.	0.4133	10.65
40.	0.08014	11.32
60.	0.1166	11.70
80.	0.510	11.96
100.	0.1834	12.16
200.	0.3205	12.77
400.	0.5086	13.36
600.	0.6281	13.73
800.	0.7088	14.02
1000.	0.7658	14.26

#### 4.6 ZAUSTAVNA MOĆ VODE ZA PROTONE

Za proton  $z=1$ , i za vodu  $n=(10/18) \cdot 6.02 \cdot 10^{23}=3.34 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ . Na kraju sekcije 4.4 nađeno je da je  $\ln I_{ev}=4.312$ . Iz jednačine (4.17) sledi da je zaustavna moć vode za protone brzine  $\beta$  data kao



$$-\frac{dE}{dx} = \frac{0.17}{\beta^2} [F(\beta) - 4.31] \text{MeV/cm} \quad (4.20)$$

Na energiji 1 MeV, na primer možemo naći da je  $\beta^2 = 0.00213$  i da je  $F(\beta) = 7.69$ . Zato jednačina (4.20) daje

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{0.179}{0.00213} (7.69 - 4.31) = 270 \text{MeV/cm} \quad (4.21)$$

Ovo je numerički jednako vrednosti za masenu zaustavnu moć na grafiku na Slici 4.3, za jediničnu gustinu (voda). Krive na ovoj slici su dobijene takvim računanjem.

## 4.7 DOMET

Dometa naelektrisane čestice je rastojanje koje ona pređe pre nego što dospe do mira. Recipročna vrednost zaustavne moći je pređeno rastojanje za jedinični gubitak energije. Zbog toga dometa  $R(T)$  čestice kinetičke energije  $T$  je integral ove veličine do nulte energije:

$$R(T) = \int_0^T \left( -\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (4.22)$$

Tabela (4.3) daje masene zaustavne moći i dometa protona u vodi. Dometa je izražen u  $g/cm^2$ ; tj. dometa u  $cm$  je pomnožen gustinom vode ( $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ ). Slično masenoj zaustavnoj moći, dometa u  $g/cm^2$  se primenjuje na materijale slične atomske kompozicije.

Mada se integral u (4.22) ne može rešiti u otvorenom obliku, eksplicitna forma (4.7) omogućuje skaliranje dometa protona iz Tabele (4.3) da bi se dobili dometa drugih teških naelektrisanih čestica. Pregled (4.7) i (4.22) jednačina pokazuje da je dometa dat jednačinom oblika:

$$R(T) = \frac{1}{z^2} \int_0^T \frac{dE}{G(\beta)} F(\beta) \quad (4.23)$$

gde je  $z$  naelektrisanje čestice i  $G(\beta)$  zavisi samo od brzine čestice  $\beta$ . Pošto je  $E = Mc^2(1 - \beta^2)^{1/2}$  gde je  $M$  masa mirovanja čestice možemo napisati da je  $dE = Mg(\beta)d\beta$ , gde je  $g$  neka druga funkcija od brzine. Sledi da se jednačina (4.23) može zapisati u sledećoj formi:

$$R(\beta) = \frac{M}{z^2} \int_0^\beta \frac{g(\beta)}{G(\beta)} d\beta = \frac{M}{z^2} f(\beta) \quad (4.24)$$

gde funkcija  $f(\beta)$  zavisi samo od brzine teške naelektrisane čestice. Struktura jednačine (4.24) omogućuje skaliranje dometa za različite čestice na sledeći način. Pošto je  $f(\beta)$  isto za dve teške čestice iste početne brzine  $\beta$ , količnik njihovog dometa je prosto:

$$\frac{R_1(\beta)}{R_2(\beta)} = \frac{z_2^2 M_1}{z_1^2 M_2} \quad (4.25)$$

gde su  $M_1$  i  $M_2$  mase mirovanja i  $z_1$  i  $z_2$  naelektrisanja. Ako je čestica broj 2 proton, ( $M=1$  i  $z=1$ ), možemo zapisati za domet  $R$  druge čestice (mase  $M_I=M$ )

$$R(\beta) = \frac{M}{z^2} R_p(\beta) \quad (4.26)$$

gde je  $R_p(\beta)$  domet protona.

**Tabela 4.3. Masena zaustavna moć  $-dE/pdx$  i domet  $R_p$  protona u vodi**

Kin. En. MeV	$b^2 \beta^2$	$-dE/pdx$ (MeV cm <sup>2</sup> /g)	$R_p$ (g/cm <sup>2</sup> )
0.01	0.000021	500	0.00003
0.04	0.000085	860	0.00006
0.05	0.000107	910	0.00007
0.08	0.000171	920	0.00009
0.1	0.000213	910	0.0001
0.5	0.001065	428	0.0008
1.	0.002129	270	0.002
2.	0.004252	162	0.007
4.	0.008476	95.4	0.023
6.	0.01267	69.3	0.047
8.	0.01685	55.0	0.079
10.	0.02099	45.9	0.118
12.	0.02511	39.5	0.168
14.	0.02920	34.9	0.217
16.	0.03327	31.3	0.280
18.	0.03731	28.5	0.342
20.	0.04131	26.1	0.418
25.	0.05126	21.8	0.623
30.	0.06104	18.7	0.864
35.	0.07066	16.5	1.14
40.	0.08014	14.9	1.45
45.	0.08948	13.5	1.80
50.	0.09867	12.4	2.18
60.	0.1166	10.8	3.03
70.	0.1341	9.55	4.00
80.	0.1510	8.62	5.08
90.	0.1675	7.88	6.27
100.	0.1834	7.24	7.57
150.	0.2568	5.44	15.5
200.	0.3207	4.49	25.5
300.	0.4260	3.52	50.6
400.	0.5086	3.02	80.9
500.	0.5746	2.74	115.
600.	0.6281	2.55	152.
700.	0.6721	2.42	192.
800.	0.7088	2.33	234.
900.	0.7396	2.26	277.
1000.	0.7658	2.21	321.
2000.	0.8981	2.05	795.
4000.	0.9639	2.09	1780

**Primer:** Koristeći Tabelu 4.3, naći domet 80 MeV skog jona  ${}^3\text{He}^{2+}$  u mekom tkivu.

**Rešenje:** Primenjujući (4.26) imamo da je  $z^2=4$ ,  $M=3$ , i da je  $R(\beta)=3R_p(\beta)/4$ . Tako željeni domet je tri četvrtine rastojanja koje proton pređe sa brzinom 80 MeV  ${}^3\text{H}^{2+}$  jon. Da bismo našli brzinu koristimo relaciju  $T=Mc^2(\gamma-1)$ . Sa  $T=80$  i MeV i  $Mc^2=3 \text{ AMU}=3 \cdot 931=2790$  MeV, dobija se da je  $\gamma=1.029$  i  $\beta=0.0550$ . Iz Tabele 4.3 ova vrednost leži između dometa protona  $R_p=0.623$  i  $0.864 \text{ g/cm}^2$ . Linearnom interpolacijom dobija  $R_p=0.715 \text{ g/cm}^2$ . Sledi da je domet 80 MeV  ${}^3\text{He}^{2+}$  čestice  $3 \cdot 0.715/4 \text{ g/cm}^2$ , ili  $0.536 \text{ cm}$  u mekom tkivu jednačine gustine.

Slika 4.4. pokazuje domet u  $\text{g/cm}^2$ , protona, alfa čestica i elektrona u vodi ili tkivu, kostima i olovu. Za datu energiju protona domet u  $\text{g/cm}^2$  je veći u Pb nego  $\text{H}_2\text{O}$ , što je konzistentno sa manjom zaustavnom moći olova, kao što je pomenuto u sekciji 4.3. Isto poređenje je tačno za elektrone u vodi i olovu na nižim energijama na slici (4.4) ( $\leq 20$  MeV). Na višim energijama raste uticaj zakročnog zračenja za elektrone u olovu, što smanjuje domet u  $\text{g/cm}^2$  ispod vrednosti za  $\text{H}_2\text{O}$ .

Slika 4.5 daje domete u  $\text{cm}$  protona, alfa čestica i elektrona u vazduhu na standardnoj temperature i pritisku. Za alfa čestice u vazduhu na  $15^\circ\text{C}$  i pritisku  $1 \text{ atm}$  postoje sledeće empirijske relacije, gde je  $R$  u  $\text{cm}$ , a energija  $E$  u MeV:

$$R = 0.56E \quad \text{za } E \leq 4 \quad (4.27)$$

$$R = 1.24E - 2.62 \quad \text{za } 4 \leq E \leq 8 \quad (4.28)$$

Kao što je diskutovano na kraju sekcije 3.3. Alfa zraci emitovani od izvora izvan ljudskog tela ne predstavljaju opasnost, jer je njihov domet manji od minimalne debljine spoljašnjeg sloja kože koji se sastoji od mrtvih ćelija (epidermis, minimalne debljine  $7 \text{ mg/cm}^2$ ). Sledeći primer ilustruje prirodu potencijalnog zdravstvenog hazarda od strane jednog važnog emitera kad se on udahne i zarobi u plućima.

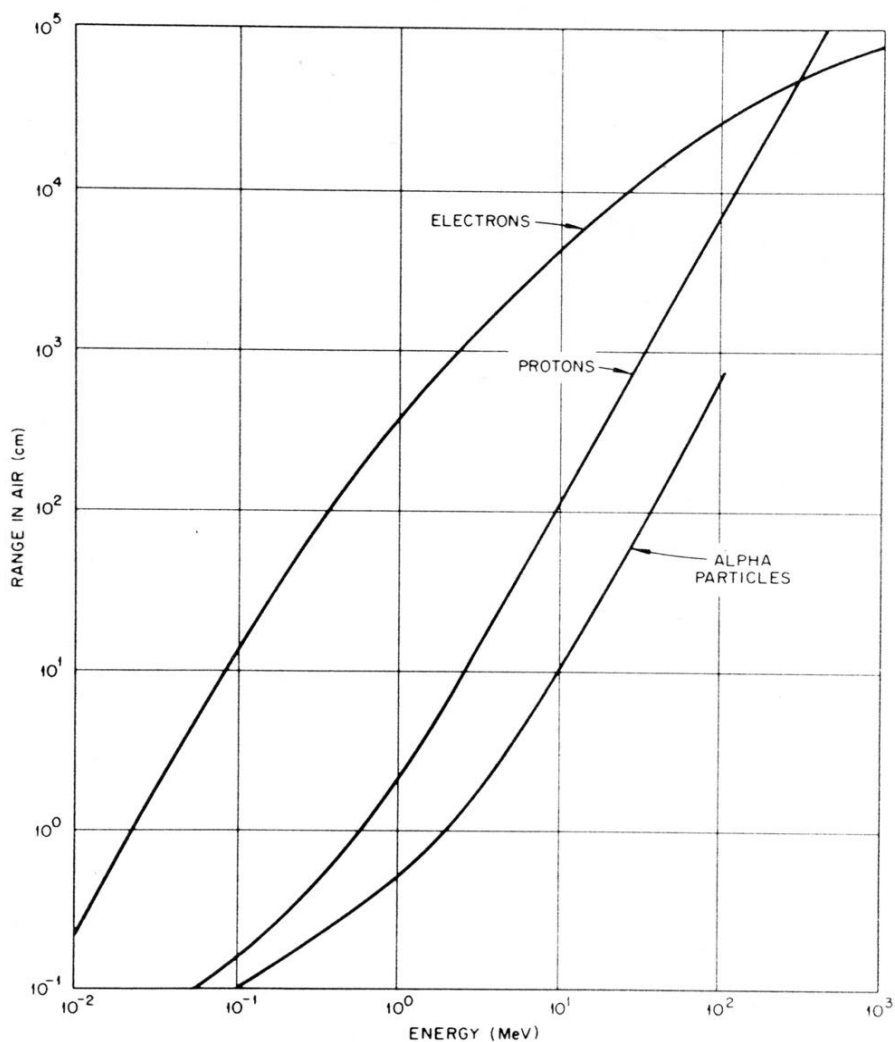
**Primer:** Potomak radona  ${}^{214}\text{Po}$  koji emituje 7.69 MeV alfa čestice prisutan je u atmosferi. Koji je domet ovih čestica u tkivu. Opisati kratko prirodu radiološkog hazarda od udisanja ovog radionuklida.

**Rešenje:** Koristimo domet protona iz Tabele 4.3 da bi našli domet alfa čestica u tkivu. Primenjeno na alfa zračenje jednačina (4.26) daje ( $z^2=4$  i  $M=4$ )  $R_\alpha(\beta)=R_p(\beta)$ . Na ovaj način, dometi alfa čestica i protona iste brzine su isti. Količnik kinetičkih energija na istoj brzini je  $T_\alpha/T_p=M_\alpha/M_p=4$ , tako da je  $T_p=1.92 \text{ MeV}$ . Zato, domet alfa čestice je jednak dometu  $1.92 \text{ MeV}$  skog protona. Interpolacijom u Tabeli 4.3 dobija se da je  $R_p=R_\alpha=0.0066 \text{ cm}$  u tkivu jednačine gustine. Tako  ${}^{214}\text{Po}$  alfa čestice ne mogu da prođu rastojanje  $0.007 \text{ cm}$ , što je minimalna debljina epidermalnog sloja, da bi sa strane dostigli živu ćeliju. Na drugoj strani udahnuti  ${}^{214}\text{Po}$  se može nataložiti u ljudskim plućima. Ovde je domet alfa čestice dovoljan da dostigne bazalne ćelije bronhijalnog epitela. Povećanje učestalosti pojave plućnog kancera među rudarima u uranskim rudnicima iznad normalno očekivane povezano je sa dozom koju oslobode alfa čestice udahnutih radonovih potomaka.

## 4.8 BRZINA USPORAVANJA

Možemo koristiti formulu za zaustavnu moć da bi smo izračunali brzinu usporavanja čestica. Brzina gubitka energije  $-dE/dt=(-dE/dx)(dx/dt)=V(-dE/dx)$ , gde je  $V=dx/dt$ , brzina čestice. Za proton sa kinetičkom energijom  $T=0.5 \text{ MeV}$  u vodi, na primer, brzina gubitka energije je  $4.21 \cdot 10^{11} \text{ MeV/s}$ . Ovim se dobija gruba ocena vremena potrebnog da se proton

energije  $T$  zaustavi uzimajući količnik  $T/(V(-dE/dx))$ . Za 0.5 MeV proton u vodi ova procena daje  $1.2 \cdot 10^{-12}$  s. Brzina usporavanja i vreme zaustavljanja za protone drugih energija u vodi su dati u Tabeli 4.4. Elektroni date energije se usporavaju mnogo brže nego protoni.



*Slika 4.5. Dometi protona, alfa čestica i elektrona u vazduhu u standardnim uslovima*

**Tabela 4.4. Izračunata brzina usporavanja,  $-dE/dt$  i procenjeno vreme usporavanja  $t$  protona u vodi**

Energija protona T (MeV)	Brzina usporavanja $-dE/dt$ (MeV/s)	Procena vremena usporavanja (s)
0.5	$4.21 \cdot 10^{-11}$	$1.2 \cdot 10^{-12}$
1.0	$3.74 \cdot 10^{-11}$	$2.7 \cdot 10^{-12}$
10.0	$2.00 \cdot 10^{-11}$	$5.0 \cdot 10^{-11}$
100.0	$9.37 \cdot 10^{-11}$	$1.1 \cdot 10^{-9}$
1000.0	$5.81 \cdot 10^{-11}$	$1.7 \cdot 10^{-8}$

## 4.9 OGRANIČENJA BETHE-OVE FORMULE ZA ZAUSTAVNU MOĆ

Formula za zaustavnu moć (4.7) je ispravna na višim energijama sve dok je nejednačina  $\gamma m M / < 1$ , što je pomenuto ranije u jednačini (4.6). Drugi fizički faktori, koji nisu uključeni u Bethe-ovu formulu mogu da igraju određenu ulogu na višim energijama. Ovo uključuje sile dejstva na atomske elektrone koje potiču od spina i magnetskog momenta kao i od unutrašnje električne i magnetske strukture čestica (čestični form faktori). Bethe-ova formula je takođe zasnovana na pretpostavci da se čestica kreće mnogo brže nego atomski elektroni. Na nižim energijama ovo ne važi i term  $2mc^2\beta^2/I$  eventualno postaje negativan, što daje negativnu vrednost za zaustavnu moć.

U nisko energetske oblasti, takođe, pozitivno naelektrisane čestice zahvataju i gube elektrone u svom kretanju, što smanjuje njihove naelektrisanje i zaustavnu moć. Elektronski zahvat postaje važan kada je brzina  $V$  teška čestice uporediva ili manja od brzina koja je potrebna elektronu da obiđe jezgro. Na osnovu jednačine (2.9) gde je diskutovana Borova teorija atoma, orbitalna brzina elektrona u osnovnom stanju oko jezgra naelektrisanja  $ze$  je  $ze^2/\hbar$ . Tako uslov za elektronski zahvat i gubitak postaje  $ze^2/\hbar V \geq 1$ . Za elektronski zahvat protona ( $z=1$ ) vidimo da formula (2.9) daje  $V=2.2 \cdot 10^8$  cm/s, što odgovara kinetičkoj energiji od 25 keV.

Zavisnost Bethe-ove formule  $z^2$ , implicira da parovi čestica iste mase i energije ali suprotnog naelektrisanja, kao pioni<sup>+</sup>,<sup>-</sup> ili mioni<sup>+</sup>,<sup>-</sup> imaju istu zaustavnu moć i domet. Odstupanja od ovog predviđanja u eksperimentima je teorijski objašnjeno ulaskom  $z^3$  i viših članova u izraz za zaustavnu moć.

## GLAVA 5

# INTERAKCIJA BETA ČESTICA SA MATERIJOM

### 5.1 MEHANIZMI GUBITKA ENERGIJE

Procese gubitka energije elektrona i pozitrona tretiramo zajedno, smatrajući ih pod jednim imenom beta česticama. Njihove zaustavne moći i dometi su stvarno jednaki, osim na niskim energijama, što se vidi na Slici 4.3. Energetski gama fotoni, stvoreni anihilacijom pozitrona sa atomskim elektronima, predstavljaju radijacioni problem sa  $\beta^+$  izvorima koji nije prisutan sa  $\beta^-$  emiterima.

Slično teškim naelektrisanim česticama, beta čestica može ekscitovati i jonizovati atome. Dodatno tome, oni mogu da zrače energiju usled kočenja. Kao što se vidi sa Slike 4.3 radijacioni doprinos zaustavnoj moći (prikazan isprekidanom linijom) postaje važan samo na visokim energijama. Na 100 MeV, na primer, radijacioni gubici u vodi iznose oko polovine ukupnog gubitka energije. Mi ćemo odvojeno da razmatramo sudarnu zaustavnu moć  $(-dE/dx)_{col}$  i radijacionu zaustavnu moć  $(-dE/dx)_{rad}$  za beta čestice. Beta čestice se takođe mogu rasejati elastično na atomskim elektronima, a to je proces koji je značajan efekat za prodiranje i difuziju beta čestica u materiji na niskim energijama.

### 5.2 SUDARNA ZAUSTAVNA MOĆ

Sudarna zaustavna moć za beta čestice je različita od sudarne zaustavne moći za teške naelektrisane čestice zbog dva fizička faktora. Prvi, kao što je pomenuto u sekciji 4.1. beta čestice mogu da izgube velike količine energije u sudarima sa atomskim elektronima, koji imaju jednaku masu. Drugi,  $\beta^-$  čestica je identična atomskom elektronu sa kojim se sudara, a  $\beta^+$  je antičestica. U kvantnoj mehanici identitet čestica implicira da se ne može eksperimentalno napraviti razlika između incidentne čestice i mete, posle sudara. Gubitak energije je definisan na takav način da se elektron niže energije nakon sudara tretira kao čestica meta (pre sudara). Za razliku od teških čestica, identičnost  $\beta^-$  i atomskih elektrona implicira izvesnu simetriju u jednačinama koje opisuju sudare sa atomima.

Sudarna zaustavna moć za elektrone i pozitrone se može napisati

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{col}^{\pm} = \frac{4\pi e^4 n}{mc^2 \beta^2} \left[ \ln \frac{mc^2 \tau \sqrt{\tau+1}}{\sqrt{2}I} + F^{\pm}(\beta) \right] \quad (5.1)$$

gde je

$$F^-(\beta) = \frac{1-\beta^2}{2} + \frac{1}{2(\tau+1)^2} \left[ \frac{\tau^2}{8} - (2\tau+1)\ln 2 \right] \quad (5.2)$$

i koristi se za elektrone i:

$$F^+(\beta) = \ln 2 - \frac{\beta^2}{24} \left[ 23 + \frac{14}{\tau+2} + \frac{10}{(\tau+2)^2} + \frac{4}{(\tau+2)^3} \right] \quad (5.3)$$

za pozitrone. Ovde je  $\tau = T/mc^2$  kinetička energija,  $T$ ,  $\beta$  ili  $\beta^+$  čestice izražene kao umnožak energije mase mirovanja elektrona  $mc^2$ . Ostali simboli u ovim jednačinama, uključujući  $I$ , su isti kao i u jednačini (4.7). Slično jednačini (4.17) imamo iz (5.1)

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}^{\pm} = \frac{5.09 \cdot 10^{-25} n}{\beta^2} \left[ \ln \frac{3.61 \cdot 10^5 \tau \sqrt{\tau+2}}{I_{ev}} + F^{\pm}(\beta) \right] MeV/cm \quad (5.4)$$

Kao i kod teških naelektrisanih čestica ovo se može staviti u opštu formu:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}^{\pm} = \frac{5.09 \cdot 10^{-25} n}{\beta^2} [G^{\pm}(\beta) - \ln I_{ev}] MeV/cm \quad (5.5)$$

gde je:

$$G^{\pm}(\beta) = \ln [3.61 \cdot 10^5 \tau \sqrt{\tau+2}] + F^{\pm}(\beta) \quad (5.6)$$

**Primer:** Izračunati sudarnu zaustavnu moć vode za 1 MeV elektrone.

**Rešenje:** To je veličina  $(-dE/dx)$  koja je data jednačinom (5.5). Potrebno je izračunati  $\beta^2$ ,  $T$ ,  $F(\beta)$  i onda  $G(\beta)$ . Kao u Sekciji (4.6), imamo  $n=3.34 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$  i  $\ln I_{ev}=4.31$ . Koristeći relativističku formulu za kinetičku energiju sa  $T=1 \text{ MeV}$  i  $mc^2=0.511 \text{ MeV}$  možemo zapisati:

$$T=1=0.511 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad (5.7)$$

što daje  $\beta^2=0.886$ . Takođe je  $\tau=T/mc^2=1/0.511=1.96$ . Iz jednačine (5.2)

$$F^-(\beta) = \frac{1-0.886}{2} + \frac{1}{2(1.96+1)} \left[ \frac{1.96^2}{8} - (2 \cdot 1.96 + 1) \ln 2 \right] \quad (5.8)$$

što daje  $F^-(\beta)=-0.110$ . Iz jednačine (5.6)

$$G^-(\beta) = \ln (3.61 \cdot 10^5 \cdot 1.96 \sqrt{1.96+2}) - 0.110 = 14.0 \quad (5.9)$$

Na kraju, primenom jednačine (5.5) nalazimo da je:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}^- = \frac{5.09 \cdot 10^{-25} \cdot 3.34 \cdot 10^{23}}{0.886} [14.0 - 4.31] = 1.86 MeV/cm \quad (5.10)$$

Od interesa je uporediti ovaj rezultat sa rezultatom za 1 MeV pozitron. Veličine  $\beta^2$  i  $\tau$  su iste. Računanje da je  $F^+(\beta)=-0.312$ , što je nešto veće nego  $F^-(\beta)$ . Na mesto (5.9) i (5.10) nalazimo  $G^+(\beta)=13.8$  i  $(dE/dx)_{col}^+=1.82 \text{ MeV/cm}$ . Tako  $\beta^+$  zaustavna sudarna moć je praktično jednaka  $\beta^-$  zaustavnoj moći na 1 MeV u vodi.

Sudarna, radijaciona i ukupna masena zaustavna moć vode, kao i radijacioni prinos i domet elektrona dati su u Tabeli 5.1. Ukupna zaustavna moć za  $\beta^+$  ili  $\beta^-$  čestice jednaka je zbiru sudarnog i radijacionog doprinosa

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{tot}^{\pm} = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col}^{\pm} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}^{\pm} \quad (5.11)$$

uz sličnu jednačinu ispravnu za masene zaustavne moći. Radijaciona zaustavna moć, radijacioni prinos i domet se tretiraju u naredne tri sekcije. Tabela (5.1) takođe može biti korišćena za pozitrone sa energijama iznad 10 keV.

Izračunate masene zaustavne moći za vodu u tečnom stanju za elektrone na niskim energijama su prikazane na Slici (5.1) (merenje ove važne veličine nije pogodno). Radijaciona zaustavna moć je zanemarena ovde. Ova kriva je osnovna za radijacionu fiziku, jer je krajnji produkt bilo koje forme jonizujućeg zračenja prostorna raspodela nisko energetske sekundarnih elektrona koji se usporavaju u energetskom opsegu prikazanom na slici. Pošto je potrebno svega 25 eV za proizvodnju sekundarnih elektrona u (tečnoj) vodi, zračenje obilno proizvodi nisko energetske elektrone. Elektron energije 10 keV, na primer proizvede ukupno oko 400 sekundarnih elektrona, od kojih veliki deo ima inicijalnu energiju manju od 150 eV. Detalji transporta elektrona, strukture traga naelektrisane čestice i njihovog odnosa sa biološkim i hemijskim efektima razmatraće se u Glavi 11.

### 5.3 RADIJACIONA ZAUSTAVNA MOĆ

Ubrzanje teških naelektrisanih čestica u atomskim sudarima je obično vrlo malo, i osim pod krajnjim uslovima emitovano zračenje je zanemarljivo. Beta čestice, na drugoj strani imaju malu masu i mogu se ubrzati jakim elektromagnetskim silama unutar atoma, i zbog toga emitovati zračenje, koje se naziva zakočno zračenje (bremsstrahlung). Ovo se događa kada beta čestica skrene u električnom polju jezgra i u manjem iznosu u polju atomskih elektrona. Visoko energetske beta čestice emituju zračenje uglavnom u prednjem pravcu, u smeru kretanja beta čestice. Kao što je naznačeno na Slici (5.2) ova okolnost je opažena u betatronima i sinhrotronima, uređajima koji ubrzavaju elektrone do visokih energija po kružnim obrtima. Većina sinhrotronskog zračenja, kako se ono inače zove, emituje se u uskom snopu blizu pravca putanje čestice koja ga proizvodi.

Energetski gubitak elektrona preko radijacionih sudara je proučavan kvantno mehanički od Bethe-a i Heitlera-a. Ako elektron prolazi blizu jezgra, polje u kome se ubrzava je nezaklonjeno (neekranirano) Kulonovo polje jezgra. Ako prolazi na većem rastojanju zaklanjanje naelektrisanja jezgra atomskih elektrona postaje važno i polje više nije Kulonovo. Na ovaj način, zavisno od toga kako blizu elektron prolazi pored jezgra, efekat zaklanjanja atomskim elektronima biće različit. Zaklanjanje, a sa tim i energetski gubitak, takođe zavise i od energije incidentne čestice. Maksimalna energija koju može da ima zakočni foton je jednaka kinetičkoj energiji incidentne beta čestice. Energetski spektar emitovanih fotona je približno ravan sve do maksimuma.

Za razliku od sudarnih gubitaka energije, nema proste analitičke formule za računanje radijacione zaustavne moći  $(-dE/dx)_{rad}^{\pm}$ . Numeričke procedure se koriste za dobijanje vrednosti kao što su one u Tabeli 5.1. Detaljne analize pokazuju da se radijacioni gubici ponašaju sasvim drugačije od jonizacionih i ekscitacionih. Efikasnost emisije zakočnog zračenja u elementima različitog atomskog broja  $Z$ , varira približno kao  $Z^2$ . Na ovaj način, za beta čestice date energije, gubici na zakočno zračenje su znatno veći u materijalima sa visokim  $Z$ , kao što je olovo, nego u onim sa niskim  $Z$ , kao što je voda. Kao što se vidi iz formule (5.1) sudarni gubici energije su proporcionalni sa  $n$  i odavde sa  $Z$ . Kao dodatno tome, radijacioni gubici rastu skoro lenearno sa energijom beta čestica, dok sudarni gubici rastu



samo logaritamski. Zbog toga na visokim energijama emisija zakočnog zračenja postaje predominantni mehanizam gubitka energije beta čestica kao što se može videti iz Tabele 5.1.

**Tabela 5.1. Elektronska sudarna, radijaciona i ukupna masena zaustavna moć; radijacioni prinos i dohet u vodi**

Kin. Energy.	$B2$	$-1/\rho(dE/dx)_{col}^-$ (MeV cm <sup>2</sup> /g)	$-1/\rho(dE/dx)_{rad}^-$ (MeV cm <sup>2</sup> /g)	$-1\rho(dE/dx)_{col}^-$ (MeV cm <sup>2</sup> /g)	$Y$	$R$ g/cm <sup>2</sup>
10 eV	0.00004	4.	-	4.	-	4·10 <sup>-8</sup>
30	0.00012	44.	-	44.	-	2·10 <sup>-7</sup>
50	0.00020	170.	-	170.	-	3·10 <sup>-7</sup>
75	0.00029	272.	-	272.	-	4·10 <sup>-7</sup>
100	0.00039	314.	-	314.	-	5·10 <sup>-7</sup>
200	0.00078	298.	-	298.	-	8·10 <sup>-7</sup>
500 eV	0.00195	194.	-	194.	-	2·10 <sup>-6</sup>
1 keV	0.00390	126.	-	126.	-	5·10 <sup>-6</sup>
2	0.00778	77.5	-	77.5	-	2·10 <sup>-5</sup>
5	0.0193	42.6	-	42.6	-	8·10 <sup>-5</sup>
10	0.0380	23.2	-	23.2	0.0001	0.0002
25	0.0911	11.4	-	11.4	0.0002	0.0012
50	0.170	6.75	-	6.75	0.0004	0.0042
75	0.239	5.08	-	5.08	0.0006	0.0086
100	0.301	4.2	-	4.2	0.0007	0.014
200	0.483	2.84	0.006	2.85	0.0012	0.0440
500	0.745	2.06	0.010	2.07	0.0026	0.174
700 keV	0.822	1.94	0.013	1.95	0.0036	0.275
1 MeV	0.886	1.87	0.017	1.89	0.0049	0.430
4	0.987	1.91	0.065	1.98	0.0168	2.
7	0.991	1.93	0.084	2.02	0.0208	2.5
10	0.998	2.	0.183	2.18	0.0416	4.88
100	0.999	2.2	2.40	4.60	0.317	32.5
1000 MeV	0.999	2.4	16.3	28.77	0.774	101.

Sledeća aproksimativna formula daje količnik radijacione i sudarne zaustavne moći za elektron ukupne energije E, izražene u MeV u elementu atomskog broja Z.

$$\frac{(-dE/dx)_{rad}^-}{(-dE/dx)_{col}^-} = \frac{ZE}{800} \quad (5.12)$$

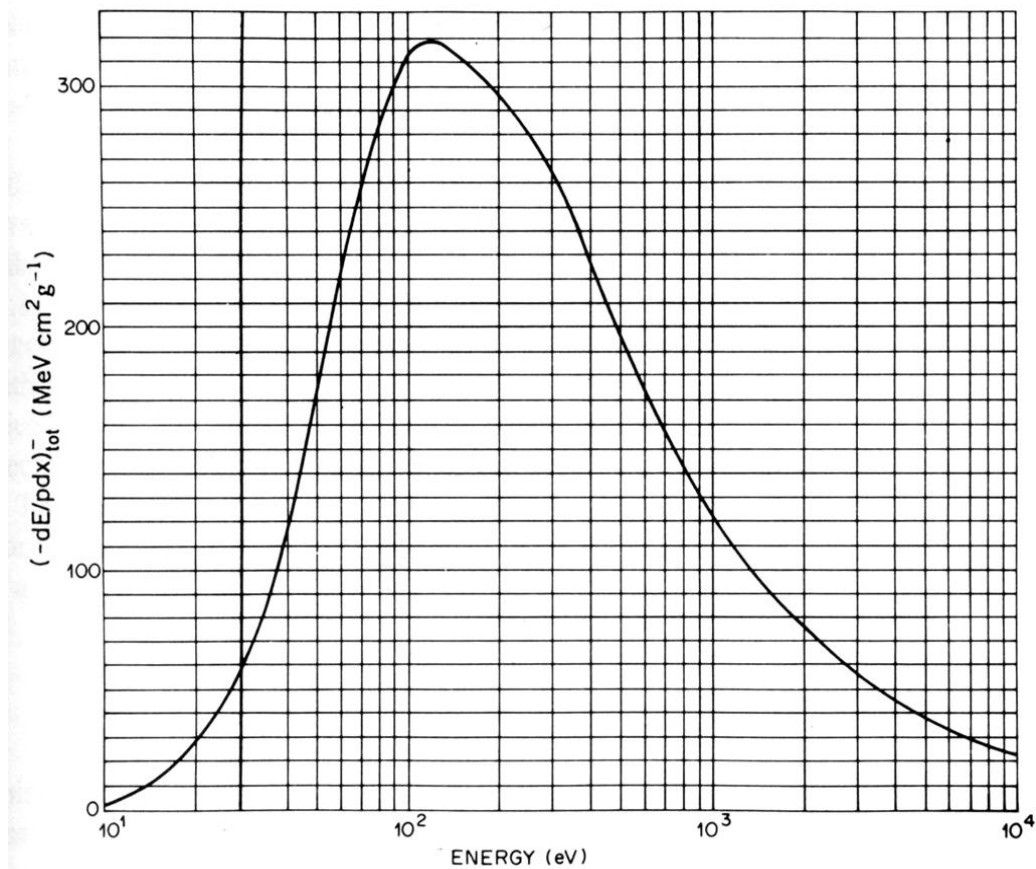
Ova formula pokazuje da je za olovo (Z=82), na primer, dve brzine gubitka energije su približno jednake na energiji za koju važi

$$\frac{82E}{800} = 1 \quad (5.13)$$

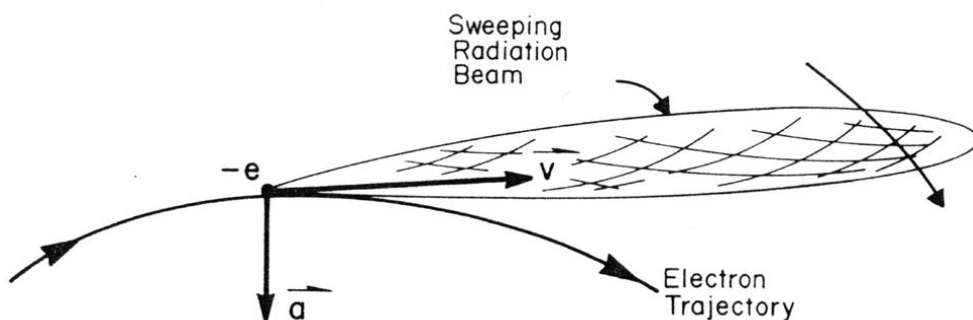
To je za  $E=9.8 \text{ MeV}$ , i kinetičku energiju elektrona  $T=E-mc^2=9.3 \text{ MeV}$ . U kiseoniku (Z=8) dve brzine gubitka su jednake na  $E \approx 100 \text{ MeV} \approx T$ , što je za red veličine više nego u olovu. Radijaciona zaustavna moć za elektrone je prikazana isprekidanom linijom na Slici (4.3).

Na vrlo visokim energijama, dominiraju radijacioni nad sudarnim gubicima, što daje elektron-fotonske kaskade (pljuskove). Pošto je spektar fotona zakočnog zračenja skoro ravan sve do maksimuma (jednakoj kinetičkoj energiji elektrona), visoko energetske beta čestice

emituju visoko energetske fotone. Ovi opet proizvode Komptonove elektrone i elektron-pozitronske parove, koji opet proizvode dodatno zakočno zračenje i tako dalje. Ove ponovljene interakcije rezultuju u stvaranju kaskada-pljuskova elektron-fotona koji mogu biti inicirani bilo visoko energetskim beta česticama ili fotonoma.



**Slika 5.1.** Masena zaustavna moć vode za nisko energetske elektrone.



**Slika 5.2.** Sinhrotronsko zračenje. Na visokim energijama elektron koji se kreće po kružnoj orbiti (naelektrisanje  $e^-$  emituje fotone u pravcu njegove trenutne brzine. Pravac ubrzanja elektrona  $a$  je takođe prikazan. (sweeping radiation beam-kompletan snop zračenja).

## 5.4 RADIJACIONI PRINOS

Diskutovaćemo relativni deo energije izgubljene u sudarima i zračenjem. Radijacioni prinos je definisan kao srednji deo energije koji beta čestica izrači u obliku zakočnog zračenja do njenog potpunog zaustavljanja. Radijacioni prinosi su dati u Tabeli 5.1 za elektrone različitih energija u vodi. Na 100 MeV, na primer, brzine gubitka energije na zračenje i sudarima su približno jednaki. Kako se elektron usporava, međutim, relativni iznos gubitka na zračenje opada kontinualno. Do potpunog zaustavljanja, 100 MeV-ski electron izgubi 0.317 deo svoje inicijalne energije na zračenje. Radijacioni prinos raste sa energijom elektrona. Elektron energije 1000 MeV pri zaustavljanju u vodi, izgubi na zračenje 0.774 ti deo. Za elektrone date energije, radijacioni prinos takođe raste sa atomskim brojem.

Procena radijacionog prinosa može dati indicaciju o potencijalnom zdravstvenom hazardu zakočnog zračenja izvora beta čestica. Ako se elektroni početne kinetičke energije  $T$  (u MeV) zaustavljaju u apsorberu atomskog broja  $Z$ , onda se radijacioni prinos približno daje formulom

$$Y \equiv \frac{6 \cdot 10^{-4} ZT}{1 + 6 \cdot 10^{-4} ZT} \quad (5.14)$$

Da bi se zakočno zračenje svelo na minimum, potrebno je koristiti materijale sa niskim  $Z$  za zaustavljanje beta čestica. Takvi zaštitni ekrani, sa druge strane treba da budu okruženi materijalima visokog  $Z$ , da bi se efikasnije apsorbovalo stvoreno zakočno zračenje.

**Primer:** Proceniti deo energije beta zračenja od 2 MeV koje se konvertuje u zakočno zračenje kada se čestice apsorbuju u aluminijumu i u olovu.

**Rešenje:** Za Al,  $ZT=13 \cdot 2=26$  i  $Y \approx 0.016$ . Za Pb ( $Z=82$ ),  $Y \approx 0.09$ . Tako, oko 1.6% energije elektrone se konvertuje u fotone u Al, dok je u olovu procenat 9%.

Za potrebe radijacione zaštite, čine se konzervativne pretpostavke, u cilju primene jednačine (5.14) za apsorpciju beta čestica u radioaktivnom izvoru. *Maximum* energije beta čestica  $T$ , se koristi. Ova pretpostavka precenjuje energiju konvertovanu u zračenje, jer je emisija zakočnog zračenja manje efikasna na nižim energijama elektrona. Štaviše, pretpostavka da svi zakočni fotoni imaju energiju  $T$ , takođe daje konzervativnu procenu stvarnog radijacionog hazarda.

**Primer:** Mali 10 mCi izvor  $^{90}\text{Y}$ , je zatvoren u olovni oklop, debeo dovoljno da apsorbuje beta čestice sa maksimalnom energijom 2.27 MeV i sa srednjom energijom 0.76 MeV. Oceniti brzinu kojom se energija emituje kao zakočno zračenje. Za svrhe zaštite, proceniti jačinu fluensa fotona na rastojanju od 1 m od izvora.

**Rešenje:** Uzimajući  $T=2.27$  i  $Z=82$ , jednačina (5.14) daje deo energije beta čestica konvertovane u fotone  $Y \approx 0.1$ . Ukupna energija koja se u 1 s oslobodi u ovom izvoru je  $(3.7 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}) \cdot (0.76 \text{ MeV}) = 2.81 \cdot 10^8 \text{ MeV/s}$ . Množeći sa  $Y$  dobiće se brzina emisije zak.zr.  $2.81 \cdot 10^7 \text{ MeV/s}$ . Jednačina energetskog fluensa na rastojanju od 1 m je  $2.81 \cdot 10^7 \text{ MeV/s} / (4\pi \cdot 100^2) = 2.24 \cdot 10^2 \text{ MeV/cm}^2 \cdot \text{s}$ . Za procenu radijacionog hazarda, pretpostavićemo da fotoni imaju energiju 2.27 MeV. Zbog toga je jačina fluensa fotona na tom rastojanju  $2.24 \cdot 10^2 / 2.27 = 98.7 \text{ fotona/cm}^2 \cdot \text{s}$ . Radi poređenja, potsetimo se da korišćenje aluminijumskog ( $Z=13$ ) ekrana za zaustavljanje beta čestica daje  $Y=0.0174$ , što smanjuje zakočno zračenje za faktor 5.75.

## 5.5 DOMET

Domet beta čestica se može definisati na sličan način kao i kod teških naelektrisanih čestica jednačinom (4.22), korišćenjem ukupne zaustavne moći  $(-dE/dx)_{\text{tot}}^{\pm}$ . Ova definicija pretpostavlja da se kinetička energija čestice smanjuje po neprekidnoj funkciji i sve do njenog potpunog usporavanja. I dok je takva aproksimacija "neprekidnog usporavanja" fizički opravdana za teške naelektrisane čestice, ona nije uvek realistična za elektrone koji mogu da gube velike porcije svoje energije u pojedinačnim sudarima. Štaviše, definicija (4.22) se koristi za računanje elektronskog dometa u funkciji energije. Tako dobijene vrednosti za domet su približno jednake srednjoj dužini putanje koju elektron prođe, što se razlikuje dubine prodiranja u materijal. Elektroni razumno visokih energija ( $>10 \text{ keV}$ ) teže da putuju na takav način da je domet izračunat u aproksimaciji neprekidnog usporavanja korisna mera srednje dubine prodiranja elektrona u materijal. Tabela 5.1 daje domete elektrona u vodi do  $10 \text{ eV}$ . Kao i za teške čestice, dometi elektrona izraženi u  $\text{g/cm}^2$  su približno jednaki u raznim materijalima slične atomske kompozicije.

Dometi elektrona u vodi, mišićima, kostima, olovu i vazduhu su uključeni u slike 4.4 i 4.5. Iz istog razloga kao i kod teških naelektrisanih čestica sudarna masena zaustavna moć je manja u materijalima sa višim  $Z$ , kao što je olovo. Ova činjenica objašnjava veći domet elektrona u olovu nego u vodi na energijama ispod  $20 \text{ MeV}$ . Na višim energijama radijacioni gubici, više nego kompenziraju razliku u sudarnoj brzini, i elektronski domet u olovu je manji nego u vodi.

Sledeće empirijske jednačine za elektrone u materijalima sa niskim  $Z$  povezuju domet  $R$  u  $\text{g/cm}^2$  sa kinetičkom energijom u  $\text{MeV}$ . Za  $0.01 < T < 2.5 \text{ MeV}$ .

$$R = 0.412T^{1.27-0.0954\ln T} \quad (5.15)$$

ili

$$\ln T = 6.63 - 3.24(3.29 - \ln R)^{1/2} \quad (5.16)$$

za  $T > 2.5 \text{ MeV}$ .

$$R = 0.53T - 0.106 \quad (5.17)$$

ili

$$T = 1.89R + 0.2 \quad (5.18)$$

Ove relacije fituju krivu nacrtanu na Slici 5.3.

**Primer:** Koliko energije izgubi elektron energije  $2.2 \text{ MeV}$  pri prolasku  $5 \text{ mm}$  Lucita ( $\rho = 1.19 \text{ g/cm}^2$ ).

**Rešenje:** Lucit je materijal sa niskim  $Z$  tako da se mogu primeniti jednačine (5.15) do (5.18) ili Slika 5.3 direktno. Mi ćemo iskoristiti jednačine a zatim rezultat proveriti sa slike. Nađimo rastojanje koje elektron propuše u Lucitu. Iz jednačine (5.15) za  $T = 2.2 \text{ MeV}$ .

$$R = 0.412 \cdot (2.2)^{1.27-0.954\ln 2.2} = 1.06 \text{ g/cm}^2 \quad (5.19)$$

što se slaže sa slikom (5.3). Ovaj domet daje rastojanje

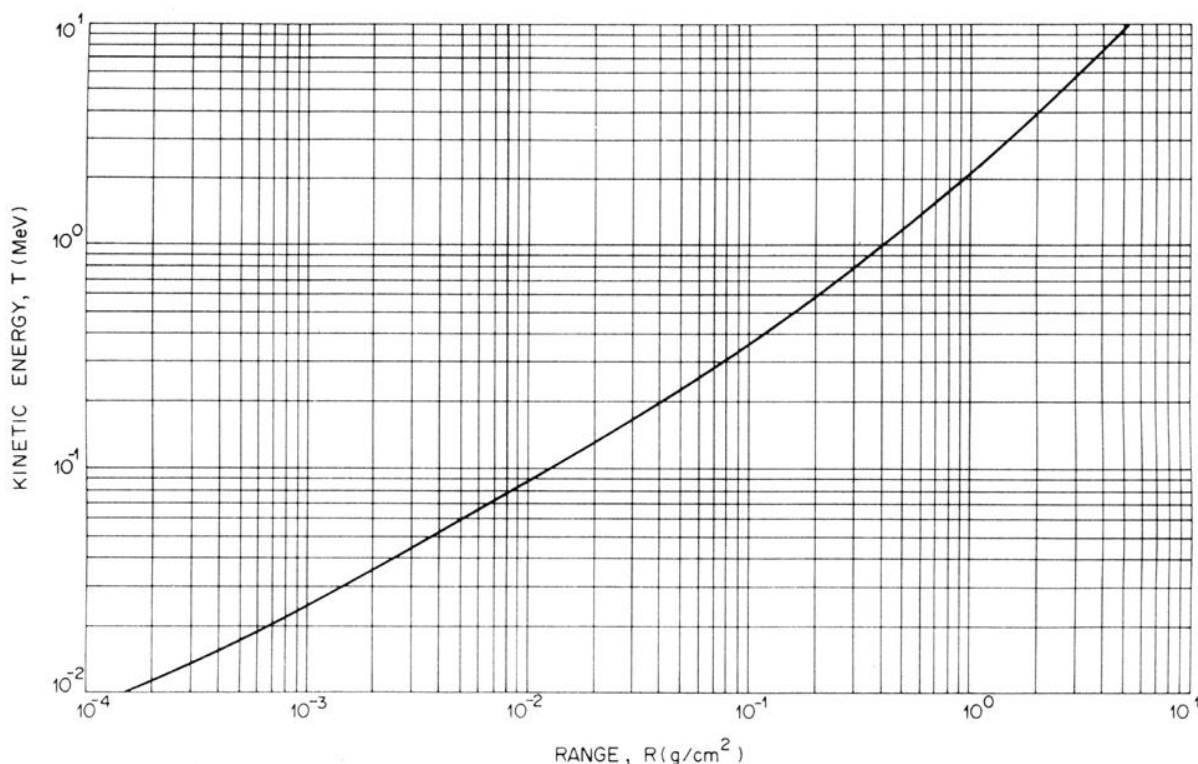
$$d = R / \rho = 0.891 \text{ cm} \quad (5.20)$$

Pošto je Lucit samo  $0.5 \text{ cm}$  debeo elektron ima dovoljno energije  $T'$  da prođe sledećih  $0.3912 \text{ cm}$ . Energija  $T'$  se može naći iz jednačine (5.16)

$$\ln T' = 6.63 - 3.24(3.29 - \ln 0.456)^{1/2} = 0.105 \quad (5.21)$$

što daje  $T' = 11 \text{ MeV}$  što se slaže sa Sl. 5.3. Sledi da je energija koju elektron izgubi  $T - T' = 2.2 - 1.1 = 1.09 \text{ MeV}$ . Analiza i numeričke vrednosti su iste i za pozitron energije  $2.2 \text{ MeV}$ .

Za razliku od alfa čestica beta zraci mnogih radionuklida imaju domet veće od debljine epidermisa. Kao što se može videti sa Slike 5.3,  $70 \text{ keV}$  elektron može prodrati  $7 \text{ mg/cm}^2$  epidermijalnog sloja.  $^{90}\text{Y}$ , na primer emituje beta čestice sa maksimalnom energijom  $2.27 \text{ MeV}$ , koji imaju domet preko  $1 \text{ g/cm}^2$  u tkivu. Dodatno internom radijacionom hazardu, beta emiteri mogu da oštete kožu ili oči.



Slika 5.3. Kriva doimet-energija za beta čestice u materijalu sa niskim atomskim brojem

## 5.6 VREME USPORAVANJA

Brzina usporavanja i vreme usporavanja za elektrone i pozitrone mogu se odrediti na isti način kao i za teške naelektrisane čestice, kao što je to urađeno u Sekciji 4.8, korišćenjem ukupne zaustavne moći za beta čestice. Procena vremena zaustavljanja kao količnika inicijalne energije i ukupne brzine usporavanja ne daje ogromnu grešku. Za elektron energije  $1 \text{ MeV}$ , ovaj količnik je  $\tau = 1.9 \cdot 10^{-11}$ ; numerička integracija preko celokupne zaustavne moći daje  $1.3 \cdot 10^{-11} \text{ s}$ .

**Primer:** Izračunati brzinu usporavanja elektrona energije  $800 \text{ keV}$  u vodi i proceniti vreme zaustavljanja.

**Rešenje:** Brzina usporavanja beta čestice brzine  $v$  je data sa  $-dE/dt = v(-dE/dx)_{\text{tot}}$ . Za  $800 \text{ keV}$  beta česticu interpolacijom u Tabeli 5.1 nalazimo  $\beta^2 = 0.843$ . Brzina elektrona je  $v = \beta c = 2.75 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$ . Interpolisana ukupna moć zaustavljanja od  $800 \text{ keV}$  iz Tabele 5.1  $(-dE/dx)_{\text{tot}} = 1.94 \text{ MeV/cm}$ . Brzina usporavanja je

$$-\frac{dE}{dt} = v \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{tot} = 2.75 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s} \cdot 1.94 \frac{MeV}{cm} = 5.34 \cdot 10^{10} \frac{MeV}{s} \quad (5.22)$$

sa  $t=0.8 \text{ MeV}$  vreme zaustavljanja je

$$\tau = \frac{T}{-dE/dt} = \frac{0.800 \text{ MeV}}{5.34 \cdot 10^{10} \text{ MeV/s}} = 1.5 \cdot 10^{-11} \text{ s.} \quad (5.23)$$

## 5.7 SPEKTAR JEDNOSTRUKIH SUDARA U VODI

Kao što je pomenutu na kraju Sekcije 5.2, razumevanje interakcije niskoenergetskih elemenata sa materijom je od fundamentalnog značaja za shvatanje fizičkih bioloških efekata jonizujućeg zračenja. Obilnost nisko energetskih elektrona je odgovorna za proizvodnju inicijalnih promena koje vode do hemijskih promena u tkivu i tkivu sličnih materijala, kao što je voda, što je opširno proučavano eksperimentlno i teorijski.

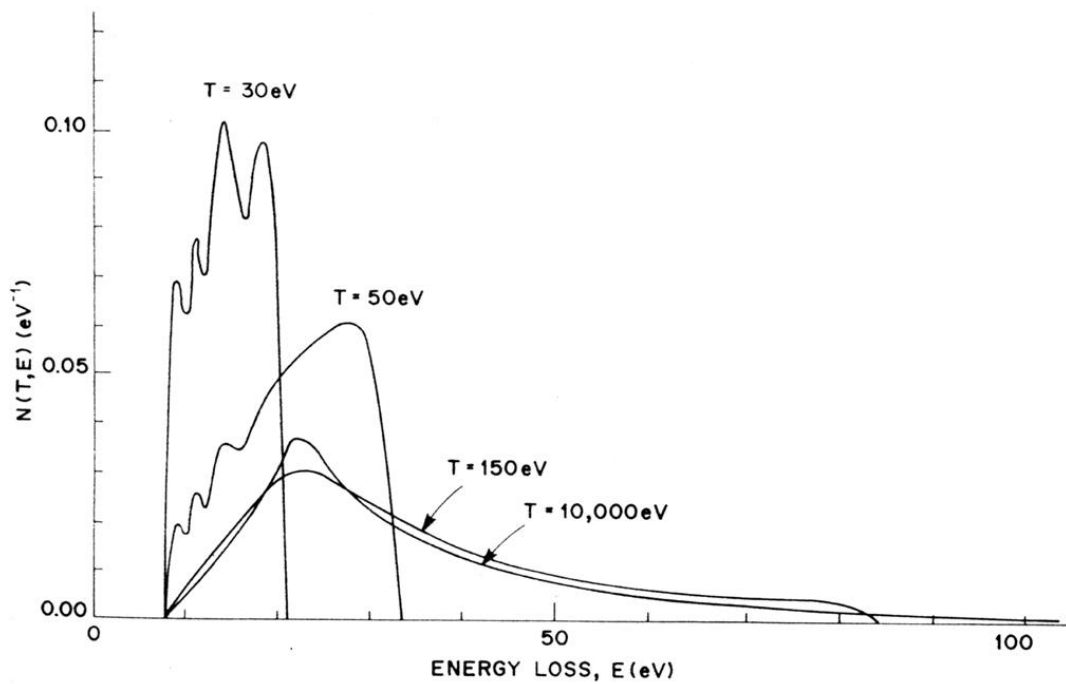
Interakcija elektrona sa kinetičkom energijom  $T$ , može se fizički okarakterisati verovatnoćom  $N(T,E)dE$  da oni izgube energiju između  $E$ , i  $E+dE$  u jednostrukom sudaru. Raspodela  $N(T,E)$  se naziva spektar jednostrukih sudara za elektrone energije  $T$ . Pošto je ova funkcija verovatnoća ona je normalizovana.

$$\int_0^{Q_{max}} N(T, E) dE = 1 \quad (5.24)$$

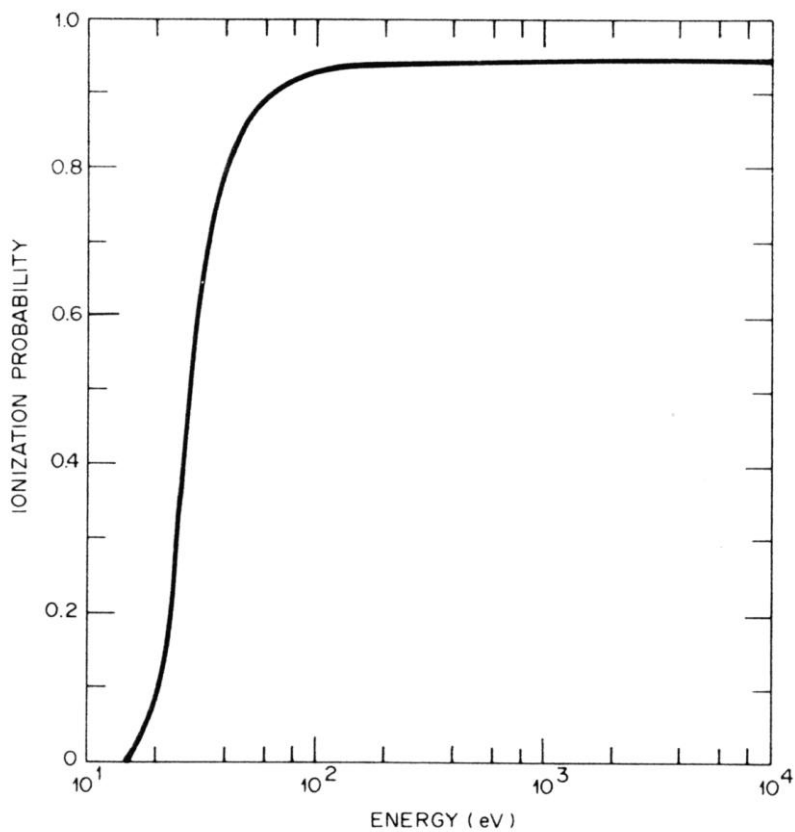
i ima dimenziju inverzno energiji.

Izračunati spektar jednostrukih sudara za elektrone energije  $T=30 \text{ eV}$ ,  $50 \text{ eV}$  i  $10 \text{ keV}$  u vodi su prikazani na Sl. 5.4. Informacije date ovim krivama mogu služiti kao primer. Za  $10 \text{ keV}$  elektrone, srednja vrednost spectra jednostrukih sudara za gubitke između  $45$  i  $50 \text{ eV}$  je  $0.01 \text{ eV}^{-1}$ . Pošto je širina intervala  $5 \text{ eV}$ , sledi da je relativni broj sudara sa gubitkom energije između  $45$  i  $50 \text{ eV}$  je  $(0.01 \text{ eV}^{-1}) \cdot 5 \text{ eV} = 0.05$ . Tako,  $10 \text{ keV}$ -ski elektron ima oko  $5\%$  šanse da u vodi doživi gubitak energije  $E$  između  $45$  i  $50 \text{ eV}$  u sledećem sudaru.

Struktura krivih na Sl. 5.4. upućuje na osnovnu fiziku interakcije sa vodom u tečnom stanju. Sve krive polaze od procenjenog energetskog praga od  $7.4 \text{ eV}$ , što je minimalna energija potrebna za ekscitaciju elektrona. Ekscitacije se dešavaju na granici diskretnih energetskih nivoa, što je prikazano rezonantnim pikovima u spektru energetskih gubitaka, na nižim vrednostima  $E$ . Ova struktura je naročito izražena do  $T=30 \text{ eV}$ , gde je energija elektrona tako niska da je ekscitacija verovatna kao i jonizacija. Spektar jonizacionih gubitaka je, naravno kontinualan, pošto energija izbačenih elektrona nije ograničena diskretnim vrednostima. Slika 5.5 prikazuje verovatnoću da dati energetski gubitak izazove pre jonizaciju nego ekscitaciju. Relativna važnost jonizacije raste vrlo brzo sa energijom elektrona. Na  $T > 150 \text{ eV}$ , skoro  $95\%$  energetskih gubitaka rezultuje u jonizaciji, pre nego u ekscitaciji. Spektar na  $10 \text{ keV}$  – dva reda veličine više – je skoro isti kao i na  $150 \text{ eV}$ , osim što ima dug energetski rep. Najviše energije izgubljene od  $10 \text{ keV}$  elektrona mogu imati i "teške" sudare u kojima mogu stvoriti vrlo energetske sekundarne elektrone.



**Slika 5.4** Spektar jednostrukih sudara  $N(T,E)$  elektrona raznih kinetičkih energija u vodi.



**Slika 5.5.** Verovatnoća da gubitak energije dovede do jonizacije a ne eksitacije u vodi kao funkcija energije elektrona.

Sudarna zaustavna moć je povezana sa spektrom jednostrukih sudara  $N(T,E)$ . Srednja izgubljena energija  $E(T)$  elektrona energije  $T$  u jednostrukom sudaru je data uteženim usrednjavanjem preko spektra energetskih gubitaka:

$$E(T) = \int_0^{Q_{\max}} EN(T,E)dE \quad (5.25)$$

Zaustavna moć na energiji  $T$  je proizvod  $E(T)$  i verovatnoće  $\mu(T)$  da se na jediničnom rastojanju dogodi neelastični sudar:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{tot}}^- = \mu(T)E(T) = \mu(t) \int_0^{Q_{\max}} EN(T,E)dE \quad (5.26)$$

Krive za  $N(T,E)$ , kao što su one na Slici 5.4 se kombinuju sa poznavanjem verovatnoća neelastičnih sudara da bi se izračunale zaustavne moći prikazane na Sl.5.1.

## 5.8 PRIMERI ELEKTRONSKIH TRAGOVA U VODI

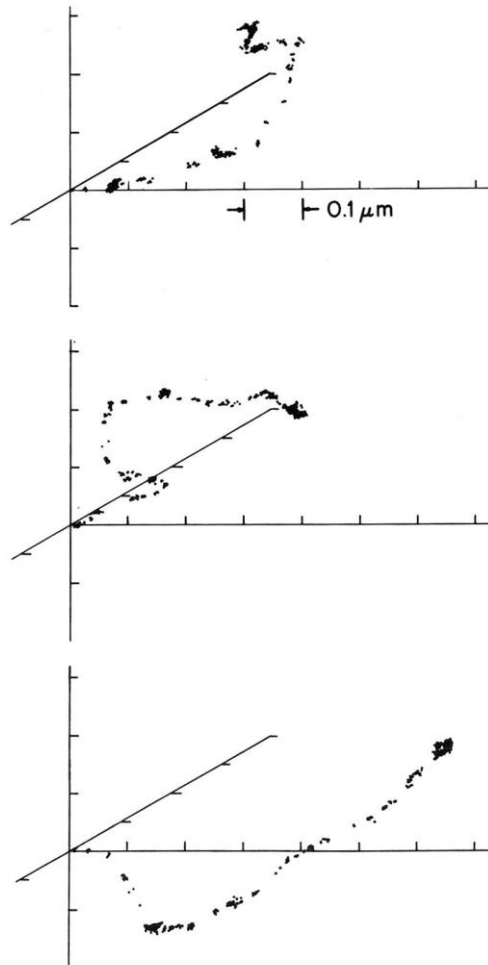
Slika 5.6 daje trodimenzionalni prikaz traga elektrona u vodi, računatog Metodom Monte Karlo. Svaki primarni elektron startuje sa energijom  $5 \text{ keV}$  od početka i kreće se inicijalno udesno duž horizontalne ose. Svaka tačka predstavlja lokaciju na  $10^{-11} \text{ s}$  (sekundi) hemijski aktivnih vrsta, proizvedenih primarnim elektronom ili nekim od njegovih sekundara. MMKarlo slučajno bira događaje sudara iz specificirane raspodele dužine leta, energetskih gubitaka i ugla rasejanja sa ciljem da se izračuna sudbina pojedinačnih elektrona, simulirajući što je bliže moguće ono što se stvarno dešava u materiji. Svi elektroni se prate sve dok njihova energija ne opadne ispod praga  $7.4 \text{ eV}$ , za elektronsku ekscitaciju.

Ovi primeri ilustruju brojne karakteristike traga elektrona koji se zaustavlja u materiji. Kao što je pomenuto ranije trag teži da bude vijugav, što potiče od velikog skretanja koje elektron može da doživi u jednostrukom sudaru. Vijugavost je pojačana pri kraju putanje, na niskim energijama usled povećanja verovatnoće skoro izotropnih elastičnih sudara koji se ovde događaju. Dodatno tome, događaji sa gubitcima energije su ređe raspoređeni na početku putanje, gde se primarni elektron kreće brže. Ovo je, uopšte, tačno, za tragove naelektrisanih čestica, jer je zaustavna moć manja na višim energijama nego blizu kraja traga. Zapazite takođe, grupisanje (klasterovanje) događaja naročito u prvom delu traga. Takvo grupisanje nazvano "spurs" potiče od proizvedenih sekundarnih elektrone energije upravo dovoljne da proizvede nekoliko dodatnih ekscitacija i jonizacija. Domet originalnih sekundarnih elektrona nije dovoljno veliki da odu daleko od oblasti kojom prolazi primarna čestica. Klasterovanje se događa kao rezultat široke forme u spektru jednostrukih sudara na Slici 5.4 gde najveći deo energije pokrivaju energetski gubici manji od  $70 \text{ eV}$ .

Slika 5.7.a daje stereoskopsku reprezentaciju traga  $5 \text{ keV}$  elektrona, koji se kreće "sa stranice" prema čitaocu, izračunato u vodi. Isti trag je prikazan na strani b) osim što je primarni elektron "nateran" (u ovom računanju) da se kreće po pravoj liniji.

Izneta diskusija pokriva osnovnu fiziku koja je nužna za naše razumevanje efekata dejstva jonizujućeg zračenja na materiju. Studije sa vodom, mogu delimično biti proverene radiohemijskim merenjima. One bacaju izvesno svetlo na fizičke i hemijske promene izazvane zračenjem što automatski vodi do bioloških efekata u biološkim živim sistemima. Hemijska evolucija unutar traga naelektrisane čestice u vodi je opisan u Glavi 11.





**Slika 5.6.** *Tri izračunata traga 5 MeV skih elektrona u vodi. Svaki elektron polazi od koordinatnog početka i kreće se duž horizontalne ose u desno.*