

## Glava 6

### INTERAKCIJA NEUTRONA SA JEZGRIMA

Interakcija neutrona sa materijom je jedna od najopširnijih i naraznovrsnijih klasa nuklearnih reakcija. Ovo potiče iz činjenice da su, zajedno sa protonima, neutroni bitni konstitutivni svakog jezgra, gde su oni jako vezani nuklearnim silama. Za razliku od protona koji ne mogu efektivno da interaguju sa jezgrima na niskim energijama usled Kulonove potencijalne barijere, (neutroni, pošto su nenaelektrisani) mogu da interaguju sa jezgrima na vrlo niskim energijama.

#### 6.1. Osobine neutrona i načini njihovog dobijanja

Neutroni su neutralne čestice ( $z=0$ ) sa spinom  $s_n=1/2$  i negativnim magnetskim momentom  $\mu_n = -1.91 \mu_B$  koji određuje elektromagnetsku interakciju neutrona. Slično protonima, neutronima se pridružuje barionski broj  $B_n=1$ , izotopski spin  $T_n=1/2$ , sa projekcijom  $T_z = -1/2$  i pozitivnom unutrašnjom parnošću  $P_n=+1$ . Masa neutrona je  $m_n=1.00867 \text{ amu}=939.6 \text{ MeV}=1838.6 m_e$ , što je za  $1.3 \text{ MeV}$  ( $2.5m_e$ ) veće od mase protona. Raspada se sa vremenom poluraspada (poluživot) od  $T_{1/2}=11$  minuta prema šemi raspada



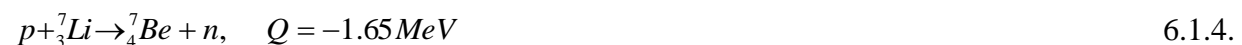
Istraživanje strukture neutrona koja se obavljaju od 1960<sup>th</sup> dovela su do pretpostavke da se neutron sastoji od kompenzovanih naelektrisanja, koja jesu odgovorna za njegov magnetski momenat. Poznato je da je neutron prvo opažen u reakciji alfa čestica radijuma sa berilijumskom metom



Ova reakcija se koristi čak i danas za dobijanje neutrona širokog energetskog spektra. Ra-Be izvor ima vrlo veliki neutronske prinos (oko  $2 \times 10^7$  n po gramu Ra). Važan nedostatak ovog izvora je da se pored neutrona takodje emituje i gama zračenje koje često zamagljuje rezultate i ometa eksperimente.

Po-Be izvori nemaju ovaj nedostatak, pošto je alfa raspad Po praktično bez emisije gama zračenja. Ovaj izvor ima takodje veliki prinos neutrona (oko  $2 \times 10^6$  n po 1Ci Po).

Zajednički nedostatak svih ovih neutronske izvora je da daju neutrone širokog energetskog spektra. Monoenergetski neutroni se dobijaju pomoću nuklearnih reakcije od kojih su neke opisane ranije. Pored ovih reakcija, sledeće reakcije se takodje široko koriste za ovu svrhu:



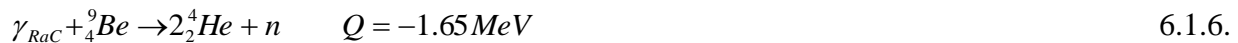
U ovim reakcijama, neutroni energije  $T_n=60$  keV i  $T_n=30$  keV, se dobijaju kada reakcija protiče na energiji praga reakcije proton  $T_p=T_{\min}$ . Za  $T_p$  veće od  $T_{\min}$  ove reakcije se mogu koristiti za dobijanje monoenergetskih neutrona većih energija, pri čemu se neutroni detektuju na definisanom uglu u odnosu na incidentni pravac protona.

Monoenergetski neutroni se mogu dobiti u reakciji fotodezintegracije deuteronu:



koja se izaziva gama kvantima ThC'' ( ${}^{208}_{81}\text{Tl}$ ,  $E_\gamma = 2.62 \text{ MeV}$ ). Analiza ove reakcije pokazuje da se ona može koristiti za dobijanje kao izvor neutrona energije  $T_n=200$  keV.

Slično, gama zračenje RaC ( ${}^{214}_{83}\text{Bi}$ ) sa energijom od  $E_\gamma=1.78$  MeV izazivaju fotodezintegraciju  ${}^9\text{Be}$ .



koja dovodi do emisije monoenergetskih neutrona energije  $T_n=110$  keV. Fotoneutronske izvori se moraju pripremiti tako da samo gama zračenje dovodi do emisije neutrona. Zato se radioaktivni izvor izoluje u ampuli čiji su zidovi nepropustljivi za alfa zračenje (naravno ako radioizotop emituje gama zračenje). Jedan takav izvor je ( ${}^{124}\text{Sb}+\text{Be}$ ) koji emituje neutrone energije oko 30 keV. Radioaktivni antimon se dobija prethodnim ozračivanjem u nuklearnim reaktorima.

Još sporiji neutroni se dobijaju kao rezultat usporavanja brzih neutrona. Ovaj proces se sastoji od niza elastičnih sudara neutrona sa jezgrima moderatora. Spektar neutrona nakon usporavanja ima maksimum na energiji jednakoj termalnoj energiji atoma moderatora (termalni neutroni) i glatko opada prema većim energijama. Metode neutronske spektroskopije se koriste za izolovanje neutrona sa definisanom energijom iz ovog spektra.

Dobijanje intenzivnih snopova neutrona je omogućeno u nuklearnim reaktorima i akceleratorima naelektrisanih čestica sličnim ciklotronima. U nuklearnim akceleratorima, brzi neutroni se proizvode kao rezultat ( $\alpha,n$ ), ( $p,n$ ) ili ( $d,n$ ) reakcija u kojima se ubrzane čestice sudaraju sa metom. U nuklearnim reaktorima, spori (uglavnom termalni) neutroni se dobijaju kao rezultat usporavanja neutrona emitovanih u reakcijama fisije urana ili nekog drugog nuklearnog goriva. U oba slučaja, snopovi neutrona imaju znatno veće intenzitete nego iz neutronske izvora. Posebno visoki intenziteti neutronske snopova ( $10^{18}$  neutrona) se dobijaju u impulsnim nuklearnim reaktorima.

Neutroni se mogu dobiti i kroz ( $\gamma,n$ ) reakcije gde se  $\gamma$  zračenje dobija u elektronskim akceleratorima.

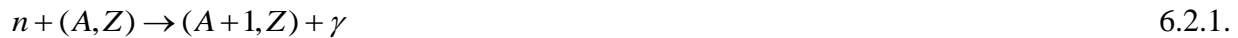
Neki transuranski elementi imaju visoku verovatnoću spontane fisije koju prati emisija fisionih neutrona. Plutonijum i americijum se takodje koriste kao izvor  $\alpha$  čestica za pripremu neutronske izvora sa berilijumom kao ( $\text{Po}-\text{Be}$ ).

Na kraju, vrlo brzi neutroni (energija iznad nekoliko stotina MeV) se dobijaju u toku izmene naelektrisanja u reakcijam otkidanja na deuteronu.

## 6.2. Tipovi interakcije neutrona sa jezgrima

### 6.2.1. Radijacioni zahvat neutrona

Jedan od dominantnih tipova reakcija izazvanih neutronima jeste  $(n,\gamma)$  reakcija



koja rezultira u stvaranju jezgra  $(A+1, Z)$  koje je obično  $\beta^-$  radioaktivno i raspada se kao što sledi



Kako je reakcija tipa  $(n,\gamma)$  predstavlja zahvat neutrona koji prati emisija  $\gamma$  kvanta, ona se naziva *radijacioni zahvat neutrona*.

Ova reakcija ima visoku verovatnoću za spore neutrone na energijama između 0 i 500 keV, i široko se koristi za detekciju takvih neutrona. Primer  $(n,\gamma)$  reakcija je zahvat neutrona energije 1.4 eV na indijumu



Radioaktivni izotop  ${}^{116}\text{In}$  formiran u ovoj reakciji se raspada sa vremenom poluraspada  $T_{1/2}=54\text{min}$



### 6.2.2. Reakcije sa obrazovanjem protona

Reakcije tipa  $(n,p)$  se često izazivaju neutronima energije  $T_n=0.5 - 10 \text{ MeV}$



Obično je  $Q > 0$  za  $(n,p)$  reakcije (pošto je masa neutrona veća od mase protona); ako je  $Q < 0$  onda je  $|Q| \cong 1$ . Neutron mora da ima sasvim visoku energiju da bi proton koji napušta jezgro mogao da savlada Kulonovu potencijalnu barijeru.

Primeri  $(n,p)$  reakcija sa pragom su



sa  $Q \cong -0.92 \text{ MeV}$ , i reakcija



koja ima prag  $Q \cong 0.6$  MeV i može biti izazvana čak i termalnim neutronima (pošto laka jezgra imaju relativno malu potencijalnu barijeru za proton formiran u takvoj jednačini). Reakcija 6.2.6. je korišćena za detekciju fisionih neutrona u prvim eksperimentima proučavanja fisije teških jezgara, dok se jednačina 6.2.7 koristi za detekciju termalnih neutrona metodom fotoemulzije u kojima se formiraju tragovi protona dužine nekoliko mikrometara.

### 6.2.3. Reakcije formiranja alfa čestica

Reakcije tipa  $(n, \alpha)$  se široko koriste u nuklearnoj fizici:



Ovakve reakcije takodje zahtevaju neutrone energije između 0.5 i 10 MeV. U nekim slučajevima energija reakcije je toliko visoka (i Kulonova barijera je toliko niska) da reakcija ima veliku verovatnoću i na nižim energijama. Primeri takvih reakcija su



koje se koriste za detekciju termalnih neutrona (na primer jonizacione komore sa litijumskim omotačem, brojači ispunjeni jedinjenjem  $BF_3$ , borna stakla i dr. ). Efikasni preseki reakcija (6.2.9 i 6.2.10) su  $900 \times 10^{-24}$  i  $4000 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$  i vrlo su veliki, te se litijum i bor mogu koristiti u prirodnoj izotopskoj smeši, 7.5 %  ${}^7Li$ , i 19 %  ${}^{10}B$ .

Primer endotermne nuklearne reakcije tipa  $(n, \alpha)$  je sledeća



### 6.2.4. Fisione reakcije

Kada se teška jezgra ( ${}_{90}Th$ ,  ${}_{91}Pa$ ,  ${}_{92}U$ , i transuranski elementi) ozrače neutronima energije  $T_n > 1 \text{ MeV}$  (čak i termalni neutroni se mogu koristiti za neke izotope urana i transurana) teško jezgro se raspada u dva fisiona fragmenta sa srednjim količnikom masa 2:3.



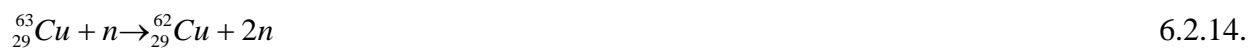
gde su

$$A_1 + A_2 = A + 1, \quad Z_1 + Z_2 = Z, \quad \bar{A}_1 : \bar{A}_2 \cong 2 : 3$$

Ovaj tip reakcija se naziva fisiona reakcija i obično se obeležava sa (n,f). Ova reakcija se koristi za dobijanje atomske (preciznije nuklearne) energije.

### 6.2.5. Reakcije formiranja dva ili više nukleona

Za  $T_n > 10 \text{ MeV}$  reakcije (n,2n), (n,np), (n,3n) i dr., postaju moguće. Ove reakcije se koriste za detekciju brzih neutrona. Neki primeri ovih reakcija su



Pragovi ovih reakcija su 20 i 10 MeV respektivno. Visoki vrednost praga reakcija tipa (n,2n) i druge slične reakcije potiču od činjenice da je energija separacije dva nukleona veća od odgovarajuće vrednosti za jedan nukleon. Interesantan je primer (n,2n) reakcije na berilijumu



koja ima prag samo 2 MeV.

### 6.2.6. Neelastično rasejanje neutrona

Neutroni koji imaju energiju nekoliko stotina keV mogu ulaskom u jezgro da ga ekscituju, i da ga napuste (nije neophodno da jezgro emituje isti neutron) sa smanjenom energijom. Ovaj proces se naziva neelastično rasejanje neutrona. Naravno, granična energija  $T_n > 0.5 \text{ MeV}$ , (kao i ostale energetske granice u drugim slučajevima) je krajnje gruba procena, jer zavisi od raspodele energetskih nivoa ekscitovanih stanja jezgra.

### 6.2.7. Elastično rasejanje neutrona

Konačno, razmotrimo proces elastičnog rasejanja neutrona. Kao rezultat rasejanja, jezgro ostaje u istom stanju i neutron zadržava svoju inicijalnu kinetičku energiju u sistemu centra masa (u laboratorijskom sistemu ukupna kinetička energija neutrona i jezgra se održava).

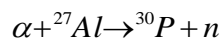
Elastično rasejanje neutrona se koristi vrlo mnogo za detekciju brzih neutrona opažanjem tragova uzmaknutih jezgara (uglavnom tragova protona) u različitim trag-uredjajima (Wilsonova magličasta komora, nuklearne emulzije, mehuraste komore i dr). Ovaj tip rasejanja se takodje koristi za registraciju uzmaknutih jezgara jonizacionom metodom (jonizacione komore, brojači i dr).

Ranije smo pomenili ulogu elastičnog rasejanja u usporavanju neutrona, koji je jedan od najznačajnijih procesa u nuklearnim reaktorima. Difuzija termalnih neutrona je također oblik elastičnog rasejanja.

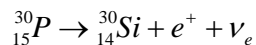
S obzirom na ograničeni obim ove knjige, ograničićemo se na nekoliko pojava koje su direktno u vezi sa nuklearnom fizikom. One uključuju teoriju usporavanja brzih neutrona i difuziju termalnih, interakciju sporih neutrona sa jezgama i Borovu teoriju nuklearnih reakcije, metode nuklearne spektroskopije (primena na merenje radijusa jezgra) i fiziku nuklearne fisije.

### 6.3. Osnovni eksperimenti proučavanja interakcije neutrona sa materijom

Godine 1934. Italijanski fizičari predvođeni Enriko Fermijem su počeli seriju eksperimenata proučavanja veštačke  $\beta^-$  radioaktivnosti, koja nastaje ozračivanjem raznih elemenata neutronima. Veštačka radioaktivnost je otkrivena nešto ranije, iste godine od strane Frederika i Irene Kiri. Pri proučavanju reakcije u kojima se neutroni proizvode alfa zračenjem primetili su da produkt reakcije

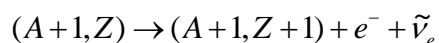
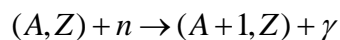


ima rezidualna radioaktivost koja ostaje nakon ozračivanja. Radiohemijaska analiza je pokazala da ova aktivnost potiče od jezgra fosfora koje se raspada po sledećoj šemi:



Osobine veštačke  $\beta^+$  radioaktivnosti su identične kao i  $\beta^-$  (eksponencijalni raspad, nezavisnost konstantne raspada od spoljašnjih agenasa). Pojava veštačke  $\beta^+$  radioaktivnosti nakon ozračivanja stabilnog jezgra je objašnjen činjenicom da jezgro koje je dobijeno u reakciji tipa  $(\alpha, n)$  ima veće  $Z$  nego što predviđa formula 1.3.4. Slično, može se očekivati da  $(n, \gamma)$  reakcija dovodi do jezgra koje je bogatije neutronima što bi trebalo da dovede do  $\beta^-$  radioaktivnosti.

Fermi i njegova grupa su obavili sistematsko ozračivanje svih elemenata neutronima počevši od vodonika. Značajan efekat je opažen u slučaju fluora i potvrđen je kod mnogih drugih elemenata. Shematski  $(n, \gamma)$  reakcija tj., radijacioni zahvat neutrona koji prati  $\beta^-$  raspad jezgra se može predstaviti kao



6.3.1

Ekscitacija i registracija veštačke  $\beta^-$  radioaktivnosti su obavljene raznim metodama. Najpogodniji metod je bio korišćenje tanke metalne folije koja je omotala cilindrični beta brojač posle ozračivanja neutronima. Najčešće su korišćene folije od  ${}^{109}_{47}\text{Ag}$  i  ${}^{103}_{45}\text{Rh}$ . Ovi materijali

proizvode beta radioaktivnost sa kratkim vremenom poluraspada (24 i 44 s, respektivno). Kasnijim istraživanjima korišćeni su  $^{115}_{49}\text{In}$  ( $T_{1/2} = 54 \text{ min}$ ) i  $^{197}_{79}\text{Au}$  ( $T_{1/2} = 2.7 \text{ dana}$ ). Primenjuje se radiohemija za izdvajanje i merenje beta radioaktivnosti. Tako, u slučaju  $\text{KMnO}_4$  radioaktivni  $^{56}\text{Mn}$  formiran u reakciji napušta molekul usled uzmarka i izdvaja se filtracijom (Szyilard-Chalmers metod).

U Fermijevoj metodi beta radioaktivnost je merena beta brojačima kao i jonizacionim komorama sa elektrometrima.

### 6.3.1. Usporavanje (moderacija) neutrona

Jedan od prvih rezultata eksperimenata je da se beta radioaktivnost povećava kada se između izvora i mete postavi parafin u toku ozračivanja. Da bi objasnio ovaj efekat, Fermi je pretpostavio da se neutroni, krećući se kroz parafin sudaraju sa jezgrima vodonika i ugljenika, usled čega brzo gube energiju (usporavanje neutrona). Pošto je verovatnoća zahvata sporog neutrona veća nego brzih (s obzirom da spori neutron provodi više vremena blizu jezgra), beta radioaktivnost se mora povećati kad se parafin stavi između izvora i mete.

Usporavanje monoenergetskih neutrona kroz sudare sa vodonikovim jezgrima se može lakorazumeti razmatrajući dijagram nerelativističkih sudara (vidi sekciju 4.4). Poznato je da u jednom sudaru neutrona sa protonom, inicijalna energija  $T_0$  neutrona se raspoređuje između rasejanog neutrona i uzmarknutog protona preko formule

$$T_n = T_0 \cos^2 \theta, \quad \text{i} \quad T_p = T_0 \cos^2 \psi \quad 6.3.2.$$

gde su  $\theta$  i  $\psi$  uglovi rasejanja neutrona i uzmarka protona. Tako, energija neutrona (protona) nakon sudara može biti između 0 i  $T_0$  u slučaju jednog sudara između neutrona i protona. Merenje energije uzmarka protona obavljena pomoću jonizacionih komora, kao i u drugim eksperimentima, pokazala su da je energija protona uniformno raspoređena. Zato, energija rasejanih neutrona, posle sudara ima oblik

$$f_1(T) dT = dT / T_0 \quad 6.3.3.$$

(spektar je normalizovan na jedinicu). Očigledno je da je srednja energija neutrona posle prvog sudara

$$\bar{T}_1 = T_0 / 2 \quad 6.3.4.$$

U ovom uniformnom spektru, izolujemo deo širine  $dT'$  oko energije  $T'$ . Broj neutrona u ovom segmentu (sa ovom energijom) je  $dN = dT' / T_0$ . Analogno sa gornjim razmatranjem, ovi neutroni posle sudara sa protonima (drugi sudar neutrona) imaju sve moguće energije između 0 i  $T'$ , sa istom verovatnoćom (mali horizontalni pravougaonik na Slici 189).

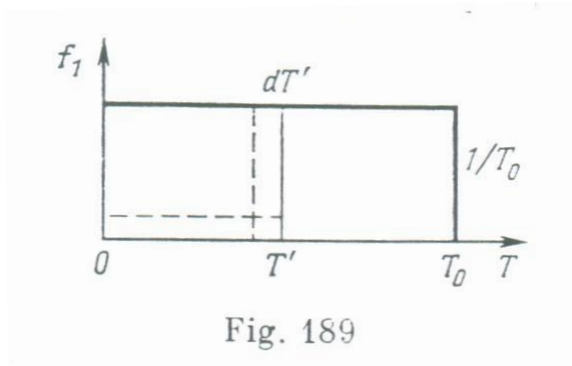


Fig. 189

Njihov doprinos intervalu  $dT$  neutronskog spektra za energije  $T < T'$  posle drugog sudara biće

$$dN = (1/T_0)(dT'/T')dT \quad 6.3.5.$$

Ukupan doprinos intervalu  $dT$  od svih neutrona sa energijom  $T' > T$  je

$$\frac{dT}{T_0} \int_T^{T_0} \frac{dT'}{T'} = \frac{dT}{T_0} \text{Ln} \frac{T_0}{T} \quad 6.3.6.$$

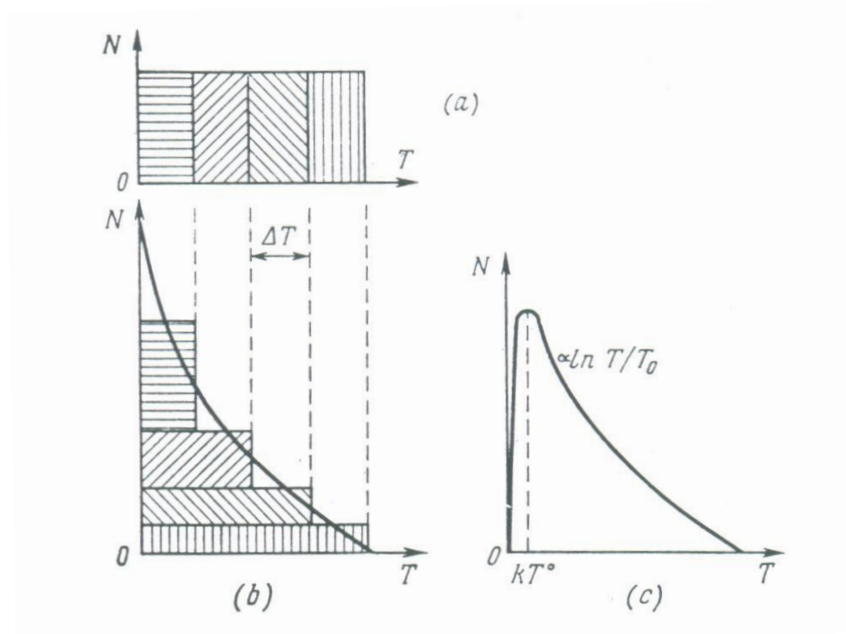
Odavde spektar neutrona posle drugog sudara ima oblik

$$f_2(T) = 1/T_0 \text{Ln}(T_0/T) \quad 6.3.7.$$

Ovaj spektar se može dobiti grafički deljenjem pravougla na slici 189 u niz uskih vertikalnih stubaca koji imaju širinu  $\Delta T$  (Slika 190a). Za vrlo malo  $\Delta T$  neutrone u svakom stupcu treba tretirati kao monoenergetske. Odavde, u skladu sa prethodnim razmatranjima, svaki vertikalni stubac će se transformisati posle drugog sudara u pravougaonik iste površine čija će dužina biti zavisna od pozicije stubca (slika 190b). Kriva obvojnica daje približni oblik spektra  $f_2(T)$ , koji odgovara formuli 6.3.7, kako  $\Delta T \rightarrow 0$ . Sa Slike 190b i formule 6.3.7. sledi da posle dva sudara sa protonom, neutronske spektar više nije uniforman (za razliku posle jednog sudara), ali opada monotono prema logariamskom zakonu.

U gornjim diskusijama, nismo uzeli u obzir termalno kretanje atoma i medijumu u kome se neutroni usporavaju. Usled ovog termalnog kretanja, neutroni se praktično usporavaju samo do termalne energije  $kT^0$ , na kojoj se monotona priroda krive spektra deformiše (Slika 190c).





Slika 190

Srednja energija neutrona posle drugog sudara je data sa

$$\bar{T}_2 = \frac{\int_0^{T_0} T f_2(T) dT}{\int_0^{T_0} f_2(T) dT} = \frac{\int_0^{T_0} T \ln \frac{T_0}{T} dT}{\int_0^{T_0} \ln \frac{T_0}{T} dT} = \frac{T_0}{2^2} \quad 6.3.8.$$

Lako se može pokazati da većina neutrona ima energiju

$$T < \bar{T}_2 = T_0 / 2^2 \quad 6.3.9.$$

Slična analiza pokazuje da posle trećeg sudara neutronske spektar ima oblik

$$f_3(T) = \frac{1}{2T_0} [\ln(T_0/T)]^2 \quad 6.3.10.$$

dok posle n tog sudara oblik spektra je dat

$$f_n(T) = \frac{1}{(n-1)! T_0} [\ln(T_0/T)]^{n-1} \quad 6.3.11.$$

Srednja energija neutrona posle  $n$  sudara je

$$\bar{T}_n = \frac{\int_0^{T_0} T f_n(T) dT}{\int_0^{T_0} f_n(T) dT} = \frac{T_0}{2^n} \quad 6.3.12.$$

Ova formula se može koristiti za određivanje broja sudara  $n$  potrebnih za usporavanje neutrona do date energije  $T$ , koristeći relaciju

$$n = \text{Log}_2 \frac{T_0}{T} = \frac{\text{Ln} \frac{T_0}{T}}{\text{Ln} 2} = 1.4 \text{Ln} \frac{T_0}{T} \quad 6.3.13.$$

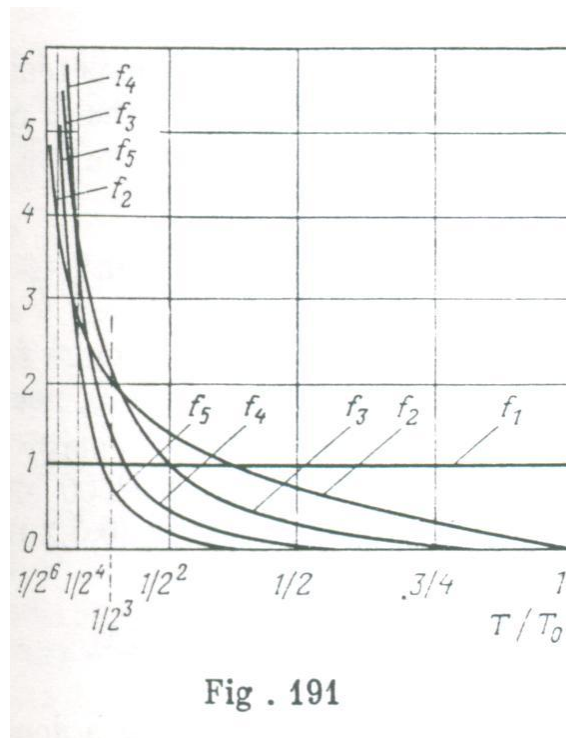


Fig . 191

Međutim, prethodna jednačina nije tačna. Lako se može videti da srednja energija  $\bar{T}_n$  nije realistična karakteristika njihovog usporavanja, pošto većina neutrona ima enegiju  $T < \bar{T}_n$  za logaritamsko opadući spektar.

Slika 191 pokazuje deformaciju spektra neutrona posle prvog, drugog i sledećih sudara. Može se videti da kako broj sudara  $n$  raste, deo sporih neutrona rapidno raste. Za svaku specificiranu vrednost  $T$  konačne energije usporenih neutrona, postoji optimalni broj  $n_{opt}$  sudara

iznad koga će spektar sadržati maksimalni broj neutrona sa ovom energijom. Sledeći sudari dovode do opadanja ovog broja. Tako na primer, najveći broj neutrona sa energijom  $T = \bar{T}_3 = T_0 / 2^3$  sepraktično dobijaza  $n=2$  (kriva  $f_2$ ) i ostaje nepromenjen za  $n=3$  (kriva  $f_3$ ) a opada za  $n \geq 4$  (krive  $f_4$  i  $f_5$ ). Korektna vrednost srednjeg broja sudara  $n$  potrebnog da se maksimalni broj neutrona uspori do energije  $T$  se može dobiti iz formule 6.3.11 usrednjavanjem preko svih vrednosti  $n$ , pretpostavljajući  $T = \text{const}$ .

$$\bar{n} = \frac{\sum_1^{\infty} n f_n(T)}{\sum_1^{\infty} f_n(T)} = \frac{\sum_1^{\infty} \frac{n}{(n-1)!} \left( L n \frac{T_0}{T} \right)^{n-1}}{\sum_1^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} \left( L n \frac{T_0}{T} \right)^{n-1}} = L n \frac{T_0}{T} + 1 \quad 6.3.14.$$

ili za veliku vrednost  $\text{Ln}(T_0/T)$

$$n \cong L n \frac{T_0}{T} \quad 6.3.15.$$

Tako, na primer, srednji broj sudara potrebnih da uspore neutron sa energije  $T=5$  MeV do termalnih energija  $kT=0.025$  eV je

$$\bar{n} = L n \frac{5 \times 10^6}{0.025} \approx 19$$

nasuprot vrednosti 27 koja se dobija iz formule 6.3.13.

Veličina 6.3.13. se naziva *letargija neutrona* i široko se koristi u teoriji usporavanja neutrona.

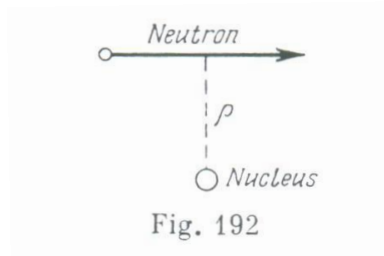
U prethodnom tekstu je razmatran slučaj usporavanja na protonu ( $A=1$ ). Ako se kao moderator koriste drugi materijali sa  $A \neq 1$ , elastično rasejanje neutrona na ovim jezgrima se opisuje dijagramom impulsa prikazanim na slici 150. Sa ove slike se može videti da tje

$$AC = p_n^{\min} = \frac{A-1}{A+1} p_0 \quad , \quad AB = p_n^{\max} = p_0 \quad 6.3.16.$$

Tako, za razliku od vodonika, ostali modratori sa  $A \neq 1$  ne mogu da izazovu gubitak celokupne energije neutrona u jednom sudaru. Energetski spektar neutron posle prvog sudara leži izmedju

$$T_n^{\min} = \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2 T_0 \quad \text{i} \quad T_n^{\max} = T^0 \quad 6.3.17.$$

Pokazaćemo da je ovaj spektar uniforman u okviru ovih granica. Pretpostavićemo da neutron prolazi pored jezgra na rastojanju  $\rho$  (Slika 192). Ugaoni momenat neutrona u odnosu na jezgro je  $p\rho \approx \hbar l$  gde je  $l$  orbitalni ugaoni momenat. Odavde je  $\rho \cong \hbar l$ . Za rasejanje izazvano nuklearnim silama, uslov  $\rho = \hbar l < a$  ili  $l < a/\hbar$  mora biti zadovoljen pri čemu je  $a$  domet nuklearne sile. Pretpostavljajući da je  $a$  jednako srednjem rastojanju između nukleona,  $\delta = 2 \times 10^{-13} \text{ cm}$



i koristeći formulu 3.2.24, dobija se  $\hbar > 2 \times 10^{-13} \text{ cm}$ , tj.,  $l < 1$  ako je  $T < 5 \text{ MeV}$ . Tako, rasejanje neutrona, sa ne previše velikom energijom, se može odigrati samo za  $l=0$ , tj., rasejanje je sferično u sistemu centra masa;

$$\frac{dN}{d\Omega'}(\theta') = \text{const}, \quad dN \propto d\Omega' \quad 6.3.18.$$

Medjutim, možemo videti iz trougla ADO na slici 150 da

$$AD^2 = AO^2 + OD^2 + 2AO \cdot OD \cos \theta, \quad \text{tj.,} \quad P_n^2 = \frac{A^2 + 1 + 2A \cos \theta'}{(A+1)^2} P_0^2$$

ili

$$T_n / T_0 = p_n^2 / p_0^2 = [A^2 + 1 + 2A \cos \theta'] / (A+1)^2$$

Ovo daje

$$\frac{dT_n}{T_0} = -\frac{2A \sin \theta'}{(A+1)^2} d\theta' \propto d\Omega' \quad 6.3.19.$$

Poredjenjem jednačina 6.3.19, sa 6.3.16 nalazimo da je  $dN \sim dT_n$ , što znači da je spektar uniforman.

Širina pravougaonog spektra je data kao

$$\Delta T = T_n^{\max} - T_n^{\min} = 4AT_0 / (A + 1)^2$$

Normalizovana visina je jednaka  $(A+1)^2 / 4AT_0$ . Prirodno, pošto je  $T_n^{\min} \neq 0$ , za teže moderatore usporavanje nije tako brzo kao u vodoniku. Tako, na primer minimalna energija neutrona posle  $i^{\text{tog}}$  sudara u ugljeniku ( $A=12$ ) je  $(11/13)^{2i}$ ; ova vrednost je  $0.72T_0$  posle prvog sudara,  $0.52T_0$  posle drugog i tako dalje. Lako se može videti da  $T_n^{\min}$  dobija vrednost 1 eV tek posle sedamdeset sudara. Tačan račun dovodi do sledeće formule srednjeg broja sudara

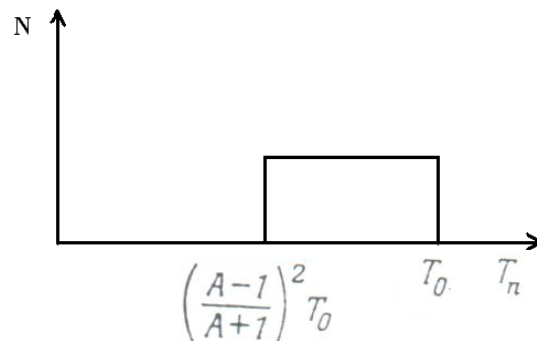
$$\bar{n} = (1/\xi) \ln(T_0/T) \quad 6.3.20.$$

gde je  $\xi$  srednji logaritam gubitka energije po sudaru.

$$\xi = \overline{\ln(T'/T)} = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1} \quad 6.3.21.$$

$T'$  i  $T''$  su energije neutrona pre i posle sudara.

Sledi iz formule 6.3.20. da je veličina  $\xi$  jedna od najvažnijih karakteristika moderatora.



Slika 193

Veća vrednost  $\xi$  znači bolji moderator (ako su ostali uslovi isti), vidi Tab. 24 u sekciji 6.3.20. Može se zapaziti da je  $\xi \cong 2/(A+2/3) \cong 2/A$  za velike  $A$ , ( $A \geq 12$ ) tako da možemo da koristimo aproksimativnu formulu

$$\bar{n} = \left(\frac{A}{2} + \frac{1}{3}\right) \text{Ln}\left(\frac{T_0}{T}\right) \cong \left(\frac{A}{2}\right) \text{Ln}\left(\frac{T_0}{T}\right) \quad 6.3.22.$$

Iz ove formule sledi da je  $n$  vrlo veliko za teška jezgra. Na primer, u slučaju urana ( $A=238$ ) neutron sa energijom 5 MeV se može usporiti do termalnih energija posle 2200 elastičnih sudara. Tačnija aproksimacija formule 6.3.20 se može koristiti za lakša jezgra

$$\bar{n} = \left(\frac{A}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18.4}\right) \text{Ln}\left(\frac{T_0}{T}\right) \quad 6.3.23.$$

Ova formula je 99 % tačna čak i u slučaju deuteronskog moderatora.

Konačno, navedimo dva opažanja o usporavanju u oblasti visokih i niskih energija neutrona.

1. U gornjoj diskusiji, pretpostavljeno je da se neutroni usporavaju samo kao rezultat neelastičnih sudara sa jezgrima. U opštem slučaju neutroni se mogu usporavati i neelastičnim sudarima, ako njihova kinetička energija prevazilazi energiju ekscitacije prvog pobudjenog nivoa jezgra. Za laka jezgra, (koja smatramo najboljim moderatorima, ako se uzme u obzir parametar  $\xi$ ), prvi pobudjeni nivoi su obično nekoliko MeV iznad osnovnog stanja. Odavde, u mnogim praktičnim problemima usporavanja neutrona sa relativno niskom polaznom energijom na lakim jezgrima (srednja energija neutrona iz fisije je oko 2 MeV), efekat neelastičnog rasejanja ne mora da se uzima u obzir.

U teškim jezgrima, prvi pobudjeni nivo je bliži osnovnom stanju nego u lakim jezgrima (srednje rastojanje između ovih nivoa je nekoliko stotina keV). Tako, neutroni se usporavaju veoma efikasno kao rezultat neelastičnih sudara sa teškim jezgrima. Čak i u ovom slučaju uloga neelastičnih sudara je ograničena na nekoliko prvih sudara. Na račun značajnog gubitka energije u ovim sudarima, preostala energija neutrona nije dovoljna da se ekscituju jezgra, i proces se nastavlja kroz elastične sudare.

2. Ako energija usporenih neutrona postane uporediva sa energijom hemijskih veza atoma moderatora ( $T \cong 1$  eV) priroda usporavanja (količnik usporavanja i ugaone raspodele) se menja. Ovo uglavnom potiče od povećanja efektivne mase čestica sa kojima se neutroni sudaraju.

Dok se vodonikovi atomi u molekulima moderatorima (recimo u vodi) mogu smatrati slobodnim na energijama  $T_n > 1$  eV, ovo nije korektno na energijama  $T \cong 1$  eV. Neutron takve energije ne može da izbaciti proton iz molekula, već može samo da ekscituje vibracione ili rotacione nivoe u njemu, i za  $T_n < 1$  eV neutron se rasejava elastično namolekulima koje se ponašaju kao jedna teška čestica. Ovde se redukovana masa neutrona i protona udvostručuje. Ovo dovodi do promene u efikasnom preseku rasejanja, srednjoj energiji izgubljenoj pri sudaru i srednjoj vrednosti kosinusa ugla rasejanja.

Pored hemijske veze termalno kretanje atoma moderatora takodje utiče na proces usporavanja neutrona na energijama ispod 1 eV. Proces usporavanja neutrona sa takvim

vrednostima energije se naziva termalizacija (u slučaju vode je  $T_n \sim 0.3$  eV). Glavna karakteristika procesa termalizacije je opadanje brzine usporavanja. Krajnja faza termalizacije je dostizanje termalne ravnoteže između neutrona i atoma moderatora.

### 6.3.2. Termalni neutroni

Već je pomenuto da je nužan uslov za efektivno usporavanje da je efikasni presek za rasejanje znatno veći od efikasnog preseka za zahvat. U ovom slučaju, energija neutrona će opasti za vreme usporavanja dok se on ne termalizuje, tj.,

$$T_{term} = kT^0 \quad 6.3.24.$$

gde je  $k$  Bolcmanova konstanta, a  $T^0$  je apsolutna temperatura. Neutroni sa takvom energijom se nazivaju *termalni* neutroni.

Lako se može izračunati da je na sobnoj temperaturi ( $T^0 \cong 300$  K) najverovatnija brzina termalnih neutrona  $2.2 \times 10^3$  m/s i da je odgovarajuća energija

$$kT^0 \cong 0.025 \text{ eV} \quad 6.3.25.$$

(srednja termalna energija čestica je jednaka  $3/2 kT^0$ ).

Dalji sudari termalnih neutrona sa jezgri moderatora više ne usporavaju neutrone. Odavde, termalni neutroni se samo kreću, ili difunduju u materijalu (njihova srednja energija ostaje ista) i bivaju apsorbovani ili napuste materijal moderatora. Kao rezultat, termalni neutroni se nagomilavaju u moderatoru. Neutronske spektre u moderatoru bi trebao da je blizak Maksvelovskoj raspodeli sa podignutim desnim delom, usled stalnog pristizanja brzih neutrona u moderator. Računanja pokazuju da opadanje broja neutrona na višim energijama prati zakon  $T^{-3/2}$ , (Slika 194). Ovi neutroni (čija je energija veća nego neutroni u Maksvelovskoj raspodeli) se nazivaju epitermalni neutroni. Neutroni čija je energija niža od energije termalnih neutrona (levi deo krive) se nazivaju hladni neutroni. Svi neutroni sa  $T_n > 0$ , uključujući hladne, termalne i epitermalne neutrone, se nazivaju spori neutroni. Gornja granica sporih neutrona je krajnje arbitrarna. Ponekad se to rastegne do  $10^4$ - $10^5$  eV, dok se ponekada neutroni energije  $10^4$  eV nazivaju brzi.

Ispravnost ovih argumenata, koji se odnose na osobine termalnih neutrona, se mogu verifikovati eksperimentalno. Ideja eksperimenta dokazivanja postojanja termalnih neutrona leži u pokušaju opažanja promene energije termalnih neutrona sa promenom temperature moderatora. Eksperiment je šematski prikazan na slici 195. Posuda koja sadrži parafinsko ulje u koje je umetnut neutronske izvor se smešta između grejača i apsorbera. Detektor je brojač punjen  $\text{BF}_3$ . Cilj eksperimenta je da izmeri deo neutrona koji prolazi kroz apsorbere različitih debljina preko

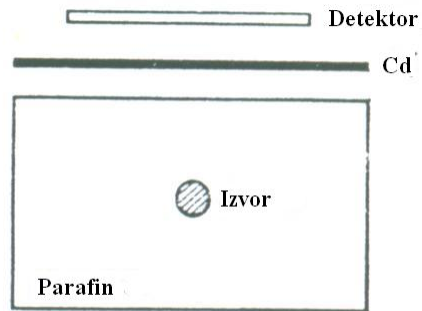
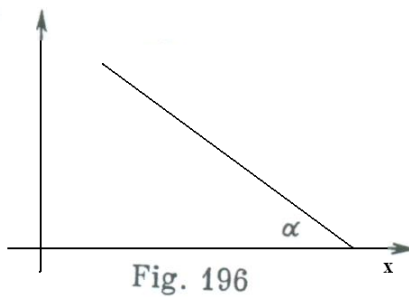
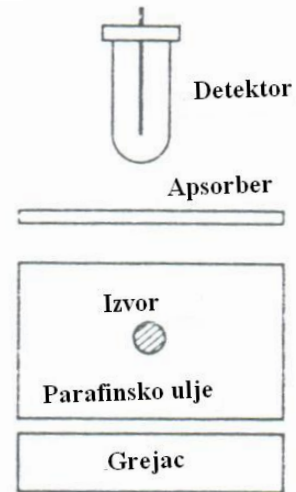
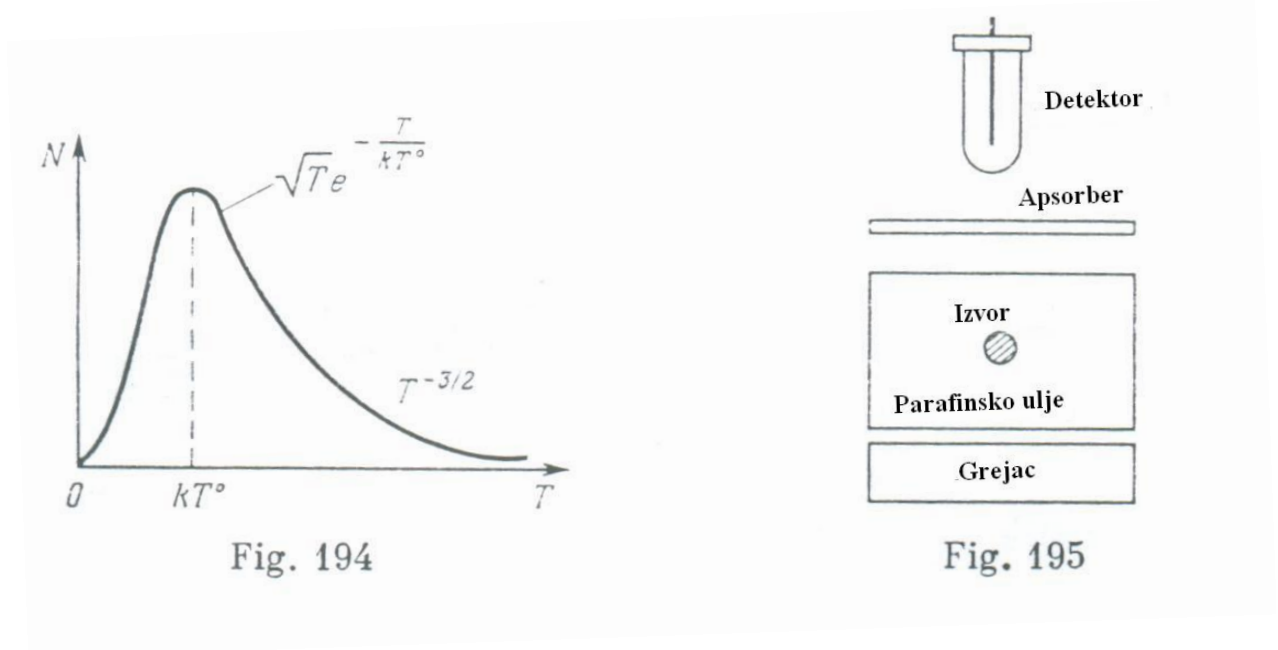
$$P = \frac{N}{N_0} = e^{-n\alpha x} \quad 6.3.26.$$

i nacrtati zavisnost  $\ln(P)$  u zavisnosti od  $x$ . (Slika 196).

Zavisnost bi morala da bude linearna:

$$\ln P = -n\alpha x$$

6.3.27.



Nagib ove prave odredjuje efikasni presek interakcije neutrona na datoj temperaturi,

$$\tan \alpha = n\sigma$$

6.3.28.

Merenje efikasnog preseka obavljeno borovim apsorberom na razlicitim temperaturama parafinskog ulja dovelo je do sledece zavisnosti preseka od temperatura



$$\sigma \propto 1/\sqrt{T^0} \quad 6.3.29.$$

Rezultat ovog eksperimenta se može objasniti na sledeći način. Usporavanje brzih neutrona zaista dovodi do formiranja termalnih neutrona, čija je energija određena temperaturom moderatora

$$T_{term} = kT^0$$

Termalni neutroni predstavljaju znatan deo neutrona koji napuštaju moderator i bivaju detektovani detektorom. Presek zahvata neutrona jezgrom bora zavisi od energije neutrona prema zakonu

$$\sigma \propto 1/\sqrt{T} \propto 1/v \quad 6.3.30.$$

i naziva se zakon  $1/v$ .

U istom eksperimentu, pokazano je da list kadmijuma debljine oko 1 mm, smešten izmedju moderatora i apsorbera (ili izmedju apsorbera i detektora) u potpunosti otklanja temperatursku zavisnost preseka. Može se reći da je kadmijum jak apsorber termičkih neutrona.

Kasnije, postojanje termičkih neutrona je potvrđenom metodom neutronske spektroskopije.

### 6.3.3. Rezonantni neutroni

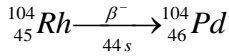
Sa slike 194 može se videti da spektar neutrona u moderatoru sadrži, pored termičkih neutrona, dosta neutrona sa većom energijom. Da bi detektovao ove neutrone, Fermi je merio transmisiju kroz kadmijum pomoću detektora načinjenog od srebra i rodijuma (Slika 197).

U ovim materijalim, neutroni emitovani od moderatora izazivaju sledeće reakcije radijacionog zahvata



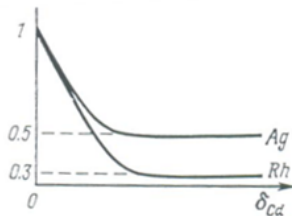
Ovo je praćeno  $\beta^-$  raspadom izotopa formiranih u reakcijama



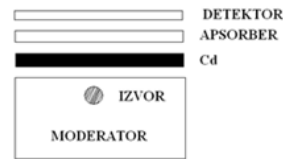


6.3.34.

Merenjem beta aktivnosti pomoću beta brojača, može se odrediti broj neutrona koji su prošli kroz apsorber i koji su registrovani detektorom.



Slika 198



Slika 199

Rezultati eksperimenta su prikazani na slici 198, na kojoj je transmisija kadmijuma merena srebrnim i rodijumskim detektorom prikazana u zavisnosti od njegove debljine. Može se videti sa slike, da kako debljina absorbera raste, transmisija kroz kadmijum prvo opada brzo, a zatim dostiže jednu konstantnu vrednost koja je oko 0.5 za srebro i 0.3 za rodijum. Očigledno, stepenasti pad krive odgovara apsorpciji termalnih neutrona na kadmijumu. Procena efikasnog preseka apsorpcije metodom logaritma nagiba krive, pomenutog ranije daje  $P = -\sigma n x$  daje sledeću vrednost

$$\sigma_{kT^0}(\text{Cd}) \cong 2500 \times 10^{-24} \text{ cm}^2 \quad 6.3.35.$$

Odavde se lako može izračunati da pri takvom efikasnom preseku, folija Cd debljine 1 mm dozvoljava da tek hiljaditi deo termalnih neutrona prodje kroz nju. Tako, Cd je veoma dobar apsorber termalnih neutrona.

Desni deo krive na slici odgovara efektu neutrona koji su prošli kroz kadmijum, tj., koji se nisu u potpunosti termalizovali i čija je energija veća od termalne ( $T > kT^0$ ). Ovi neutroni u spektru neutrona se nazivaju epikadmijumovi. Sa slike 198 se može videti da su epikadmijumski neutroni odgovorni za značajan deo aktivnosti detektora (30 % u Rh i 50 % u Ag) tj., oni reaguju intenzivno sa jezgrima ovih meta.

Ovaj rezultat je u kontradikciji sa zakonom  $1/v$ , promene efikasnog preseka, koji je ustanovljen za termičke neutrone na ovim materijalima. Zaista, ako je ovaj zakon ispravan na Ag i Rh, efikasni presek epikadmijumskih neutrona ( $\sigma_{epiCd} > kT^0$ ) treba da je manji od efikasnog preseka zahvata termičkih neutrona i onda efekat epikadmijumskih neutrona ne bi trebao da je tako izražen.

Detaljno proučavanje osobina epikadmijumskih neutrona je obavljeno u seriji eksperimenata čija je šema prikazana na Slici 199. Ovde je izvor okružen moderatorom ispod 1 mm lista

kadmijuma, iznad koga je apsorber čija se debljina menja. Aktivnost A, detektora se meri na četiri načina (pri raznim debljinama apsorbera) (1) sa Cd i apsorberom, ( $A_{Cd, abs}$ ), (2) sa Cd, ali bez apsorbera ( $A_{Cd}$ ), (3) bez Cd ali sa apsorberom ( $A_{Abs}$ ) i (4) bez Cd i bez apsorbera ( $A_0$ ). Dobijeni rezultati se koriste za crtanje zavisnosti transmisije u funkciji debljine apsorbera, posebno za termičke i epikadmijumske neutrone

$$\begin{aligned} P_{EpiCd}(\delta) &= A_{Cd\ abs} / A_{Cd} \\ P_{kT^0}(\delta) &= (A_{abs} - A_{Cd\ abs}) / (A_0 - A_{Cd}) \end{aligned} \quad 6.3.36.$$

Načinjene su dve serije merenja. U jednoj seriji apsorber i detektor su pripremljeni od različitih materijala ( $abs \neq det$ ), dok su isti materijali korišćeni u drugoj seriji merenja ( $abs \equiv det$ ). Rezultati merenja su prikazani na Slici 200a,b. Poredjenje ovih slika pokazuje da je za ( $abs \equiv det$ ) apsorpcija epikadmijumskih neutrona mnogo jača nego termalnih neutrona, dok je situacija obrnuta kada je ( $abs \neq det$ ).

Ovi rezultati se mogu objasniti pretpostavkom da je svaki materijal okarakterisan oštrom selektivnošću zahvata neutrona na nekim energijama (*rezonance*) i da se rezonantni regioni ne poklapaju za razne materijale. U ovom slučaju, apsorpcione rezonance u apsorberu za ( $abs \neq det$ ) ne mogu da utiču na aktivnost detektora, pošto prethodni nije aktiviran istim neutronima. Tako za ( $abs \equiv det$ ) rezonantna energija neutrona je ista u apsorberu i detektoru  $T_{abs} = T_{det}$  i odavde detektor mora da apsorbuje svoju sopstevnu rezonancu.

Rezonantne energije za razne materijale su prvobitno određene bor metodom, koji podrazumeva učešće zakona  $1/v$  za apsorpciju neutrona.

Kako je  $\sigma \propto 1/\sqrt{T}$  za bor, može se pisati

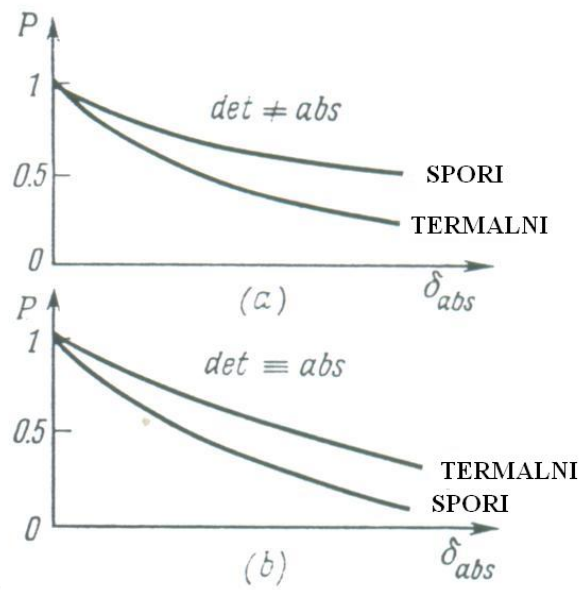
$$\sigma_{kT^0} / \sigma_{rez} = \sqrt{T_{rez} / kT^0} \quad 6.3.37.$$

Vrednosti  $\sigma_{kT}$  i  $\sigma_{rez}$  se određuju pomoću metoda opisanih gore, uzimajući bor kao apsorber a materijal čija rezonantna energija  $T_{rez}$  treba da bude određena se koristi kao detektor.

Kao rezultat, sledeće grube vrednosti za  $T_{rez}$  su dobijene za razne materijale korišćene kao detektor

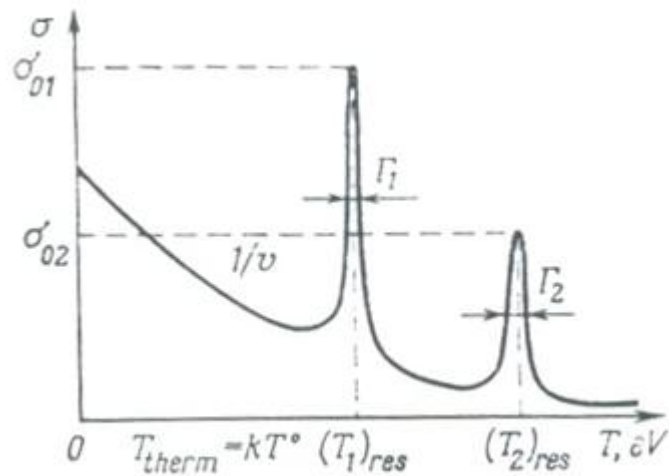
Materijal	In	Rh	Ag	Au
$T_{rez}$ (eV)	1	1	3	4

Tačnost bor metode nije dovoljna za određivanje širine rezonance zahvata za In i Rh. Međutim, jasno je da ova veličina nije velika, pošto se In i Rh koji imaju identične vrednosti rezonantne energije, ponašaju kao različiti materijali ( $abs \neq det$ ). Može se pretpostaviti da je širina nivoa  $\Gamma$  bar jedan red veličine manja od vrednosti rezonantne energije, tj, ne prevazilazi 0.1 eV.



Slika 220

Konačno, sumirajmo rezultate dobijene u prethodnom eksperimentu. Efikasni presek interakcije epikadmijumskih neutrona sa materijom poštuje zakon  $1/v$  samo ako nema rezonantnih nivoa. Kako se energija približava rezonantnom nivou efikasni presek raste naglo, i naglo opada, Slika 201.



Slika 201

Analiza mnogih teških jezgara pokazuje da su njihovi rezonantni nivoi locirani na energijama nekoliko elektronvolti. Ovo indicira da je rastojanje između nivoa u ovom opsegu energije istog reda veličine (1-10 eV). Tako, mogućnost da neka jezgra imaju nekoliko nivoa se ne može odbaciti. U ovom slučaju, kada se energija približi drugom nivou, efikasni presek raste opet i td (Slika 201).

Kako je širina  $\Gamma$  vrlo mala, ako je je efekat rezonance jak, onda je efikasni presek na mestu rezonance vrlo veliki.

Kasnije ćemo videti da celokupan skup podataka opisanih ovde dovodi do teorije nuklearnih reakcija koja je potvrđena eksperimentima u neutronske spektroskopiji.

U toku dve dekade, Bohrova teorija je igrala odlučujuću ulogu u objašnjavanju raznih nuklearnih procesa. Pored ove teorije, danas se nuklearne reakcije opisuju i drugim mehanizmima.

### 6.3.4. Osnovni principi teorije usporavanja

U toku procesa usporavanja, neutron prelazi kompleksnu putanju, krećući se od jednog jezgra moderatora do drugog. Srednja predjena putanja između dva sukcesivna sudara se naziva srednji slobodni put  $\lambda_s$ . Očigledno je

$$\lambda_s = 1/n\sigma_s \quad 6.3.38.$$

gde je  $n$  brojčana gustina jezgra medijuma, i  $\sigma_s$  je efektivni presek rasejanja.

Iz formule 6.3.38 može se videti da je veličina  $\lambda_s$  različita za razne medijume i da je funkcija energije neutrona za dati medijum. Slično veličini  $\xi$ , veličina  $\lambda_s$  je jedna od najvažnijih karakteristika moderatora, pošto se usporavanje događa mnogo brže za manje  $\lambda_s$ . Koeficijent  $\xi/\lambda_s$  se naziva moć moderacije moderatora.

Nakon svakog sudara, neutron skreće sa svoje inicijalnog pravca kretanja i kreće se u cik-cak liniji. Ukupna dužina putanje koju neutron predje u toku usporavanja od energije  $T_0$  do date energije  $T$  je

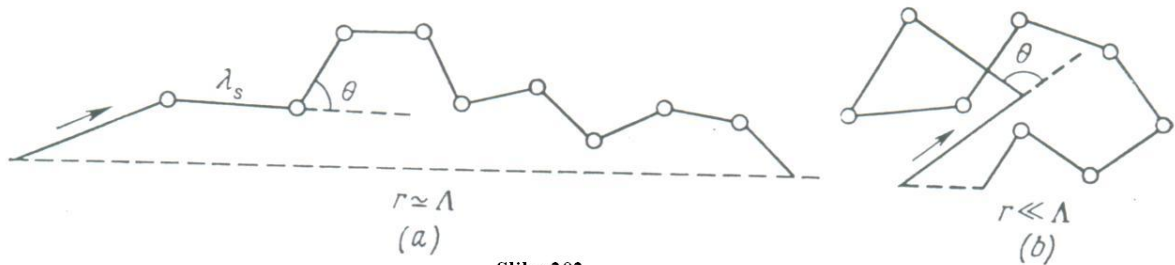
$$\Lambda = \sum_{i=1}^{\bar{n}} \lambda_s(T_i) \quad 6.3.39.$$

gde  $\bar{n} = (1/\xi)Ln(T_0/T)$  je srednji broj sudara potrebnih da se neutron uspori od energije  $T_0$  do energije  $T$  (formula 6.3.20) i  $\lambda_s(T_i)$  je srednja dužina slobodnog puta na energiji koja odgovara  $i$ -tom aktu rasejanja. Zanimajući zavisnost  $\lambda_s$  od energije, može se dobiti gruba procena  $\Lambda$ , množeći  $\bar{n}$  sa  $\bar{\lambda}_s$

$$\Lambda = \bar{n}\bar{\lambda}_s \quad 6.3.40.$$

gde je  $\bar{\lambda}_s$  srednji slobodni put usrednjen u razmatranom energetsom intervalu. Kada se brzi neutroni ( $T_n > 50 \text{ keV}$ ) usporavaju u vodoniku,  $\lambda_s$  se može smatrati proporcionalno sa brzinom  $v$ , dok je  $\lambda_s \cong \text{const}$  za neutrone sa energijama  $1 \text{ eV} < T_n < 50 \text{ keV}$ . Za druge lake elemente  $\lambda_s \cong \text{const}$ .

Da bi se rešio neki konkretan problem, (na primer da se izračuna debljina zaštite), nužno je znati rastojanje  $r$  do koga neutroni penetriraju od početne pozicije u toku usporavanja. Očigledno veličina  $\Lambda$  ne može da služi kao mera pomeraja jer je usled statističke prirode procesa, neutron se može pomeriti za rastojanje  $\Lambda$  u samo jednom aktu, (Slika 202a) dok u drugom procesu može završiti blizu početne tačke (Slika 202b).



Slika 202

Može se pokazati da je srednji kvadrat pomeraja dat sa

$$\bar{r}^2 = \frac{2\bar{n}(\bar{\lambda}_s)^2}{1 - \frac{2}{3}A} \quad 6.3.41.$$

gde je  $\bar{n} = (1/\xi)Ln(T_0/T)$ , a  $A$  je maseni broj moderatora.

Brojilac u prethodnoj formuli je sličan sa dobro poznatim izrazom kvadrata srednjeg pomeraja u Braunovom kretanju. Imenilac uzima u obzir anizotropiju rasejanja neutrona.

Pokazano je u sekciji 4.4. da se elastično rasejanje neutrona na teškim jezgama može desiti na bilo kom uglu  $\theta$ , pri čemu ugao na kome se raseje neutron ne može da prevaziđe  $90^\circ$ . Zbog toga, trajektorija neutrona u vodoničnim moderatorima je izdužena unapred za razliku od teških moderatora. Kvantitativno, ova razlika se može okarakterisati preko srednje vrednosti kosinusa

ugla rasejanja, tj.,  $\overline{\text{Cos}\theta}$ , koja je jednaka nuli za izotropno rasejanje i raste sa porastom anizotropije. Pomoću dijagrama impulsa (Sekcija 4.4.) lako se može pokazati da je za moderatore sa masenim brojem  $A$

$$\overline{\cos\theta} = \frac{2}{3} A \quad 6.3.42.$$

Ova veličina se pojavljuje u imeniocu izraza 6.3.41. Veličina  $\lambda_s / (1 - \overline{\cos\theta}) = \lambda_s / (1 - 2/3 A)$  se često naziva transportna dužina i označava se sa  $\lambda_t$

$$\lambda_t = \lambda_s / (1 - \overline{\cos\theta}) = \lambda_s / (1 - 2/3 A) \quad 6.3.43.$$

Približna formula 6.3.41. se može zapisati u obliku

$$\overline{r^2} = 2\bar{n}(\bar{\lambda}_s)\bar{\lambda}_t \quad 6.3.44.$$

U posebnom slučaju vodoničnog moderatora, imamo

$$\lambda_t = \lambda_s / (1 - 2/3) = 3\lambda_s \quad 6.3.45.$$

i

$$\overline{r^2} = 6\bar{n}(\bar{\lambda}_s)^2 \quad 6.3.46.$$

Na rastojanju  $r = \sqrt{\overline{r^2}}$  od izvora, najveći deo neutrona ima energiju manju od konačne energije usporavanja. Formule, 6.3.41, 6.3.44 i 6.3.46 su grube aproksimacije, jer je u njihovom izvodjenju pretpostavljeno da se  $\lambda_s$ ,  $\xi$  i  $\cos\theta$  ne menjaju u toku usporavanja. Tačnija formula za ima sledeći oblik  $\overline{r^2}$  sledeći oblik

$$\overline{r^2} = \int_T^{T_0} \frac{2\lambda_s\lambda_t}{\xi} \frac{dT}{T} \quad 6.3.47.$$

Ova formula se lako može dobiti koristeći izraze 6.3.41 i 6.3.44 za male intervale energije između T i T+dT (vrednost  $\lambda_s(T)$  se može tretirati kao konstantna na ovom intervalu) i integrirajući ove izraze po energiji. Zaista, pretpostavimo da se neutroni usporavaju u energetskom intervalu između T+dT i T, i da je  $\Delta n$  sudara potrebno za ovo usporenje. Onda, u skladu sa formulama 41 i 44, srednji pomeraj je dat sa

$$\overline{\Delta r^2} = 2\lambda_s^2 \Delta n / (1 - 2/3 A) = 2\lambda_s \lambda_t \Delta n \quad 6.3.48.$$

gde se  $\Delta n$  računa prema formuli 6.3.20

$$\Delta n = (1/\xi) \text{Ln} \frac{T + dT}{T} = (1/\xi) [\text{Ln}(T + dT) - \text{Ln}T] \cong \frac{dT}{\xi T} \quad 6.3.49.$$

Zamenjujući ovu formulu u 6.3.48 i integraleći po energiji T, dobija se 6.3.47.

Pri izvođenju formule 6.3.49 pretpostavljeno je da su energetske gubici u sudarima mali, tj., da je usporavanje neutrona kontinualan proces. Pod ovom pretpostavkom, moguće je razviti teoriju usporavanja za medije sa malim  $\xi$  i slabom zavisnošću  $\lambda_s$  od energije. Ovakva teorija se naziva *age* teorija. U ovoj teoriji, proces usporavanja se opisuje difuzionom jednačinom koja je slična jednačini toplotne provodljivosti

$$\Delta q(r, \tau) = \frac{\partial q}{\partial \tau}(r, \tau) \quad 6.3.50.$$

gde je  $\tau = \int_T^{T_2} \frac{\lambda_s \lambda_t}{3\xi} \frac{dT}{T}$  je *age* neutrona (starost neutrona), i  $q(r, \tau)$  je njihova gustina fluksa duž  $\tau$  ose. Term  $\tau$  je asociran sa činjenicom da kada se mali iznosi energije gube u jednom sudaru, veličina  $\tau$  je jednoznačno vezana sa energijom neutrona i vremenom za koje se on uspori.

Starost neutrona se može koristiti da se dobiju mnogobrojnih rezultati koji su sasvim značajni za rešavanje praktičnih problema fizike usporavanja neutrona. Tako, rešenje *age* jednačine za tačkasti izvor je

$$q(r, \tau) = (4\pi\tau)^{-3/2} e^{-\frac{r^2}{4\tau}} \quad 6.3.51.$$

U ovom slučaju  $\bar{r}^2 = 6\tau$ .

Starost  $\tau$  i dužina usporavanja  $L_s = \sqrt{\tau}$  se često koriste kao karakteristike usporavanja.

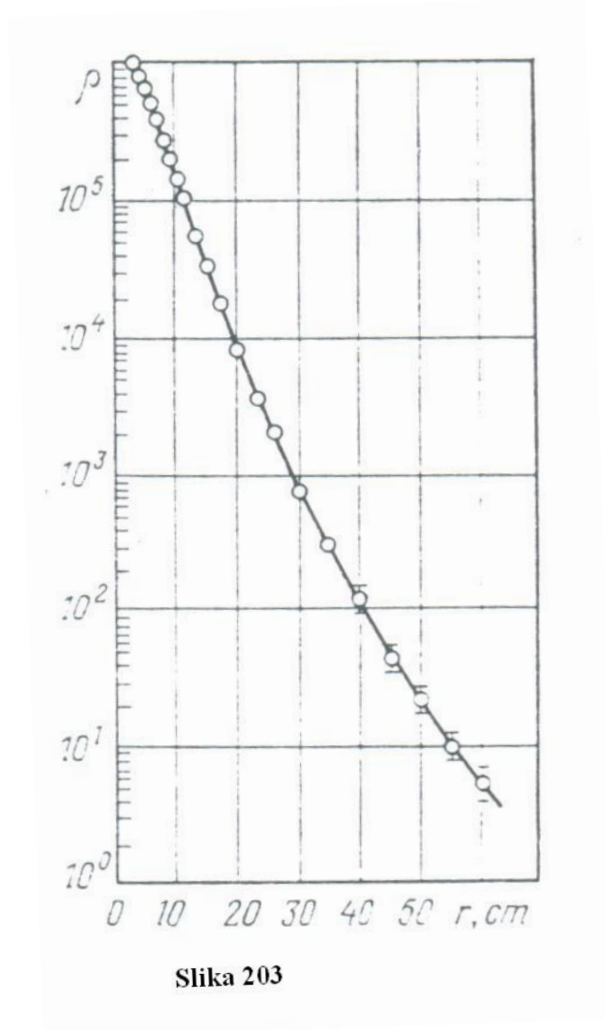
Age teorija je primenjiva za proces usporavanja u teškim moderatorima, na primer u grafitu. Osnovni kriterijum za primenjivost ove teorije, kontinualno usporavanje, nije zadovoljen u vodoničnim materijalima u kojima neutroni mogu gubiti svu svoju energiju u jednom sudaru. Tako, nije moguće primeniti teoriju u ovakvim slučajevima i potrebno je razmatrati kompleksnu kinetiku jednačinu (ili neku drugu aproksimativnu jednačinu) da bi se teorijski opisao proces usporavanja neutrona.

S obzirom na teškoće opisa procesa usporavanja, gornje formule (kao i druge formule) samo daju grube procene veličine  $\bar{r}^2$  (i procenu uticaja drugih raznih parametara moderatora na vrednost  $\bar{r}^2$ ). Tačna vrednosti  $\bar{r}^2$  se obično dobija eksperimentalno.

Vrednost  $\bar{r}^2$  od tačkastog izvora se može odrediti eksperimentalno merenjem, na primer raspodele gustine neutrona  $\rho(r)$  u moderatoru pomoću rezonantnog detektora, čija je energija

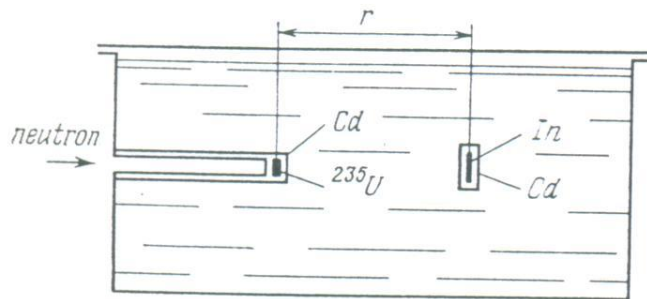


rezonance bliska termalnoj. Veličina  $r^2\rho(r)dr$  će biti proporcionalna broju neutrona koji imaju rezonantnu energiju u sfernom sloju radijusa  $r$  i debljine  $dr$ , i  $\overline{r^2}$  se može izračunati iz relacije

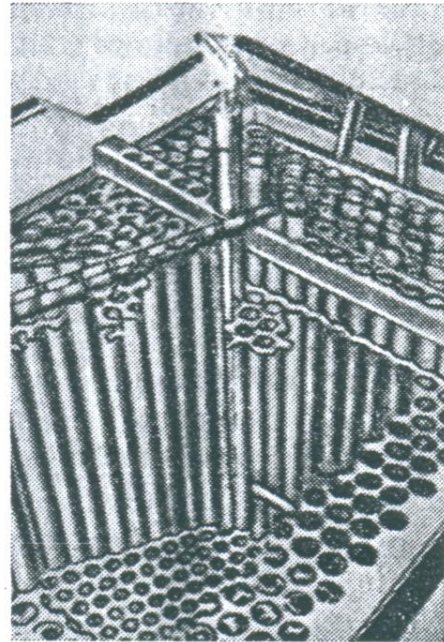


$$\overline{r^2} = \frac{\int \rho(r)r^4 dr}{\int \rho(r)r^2 dr} \quad 6.3.52.$$

Eksperimentalno proučavanje procesa usporavanja u toku fisije urana ili drugih fisionih jezgara je veoma važno sa praktičnog aspekta. Slika 203 prikazuje raspodelu gustine neutrona sa energijom 1.46 eV formiranih usporavanjem neutrona dobijenih fisijom  $^{235}\text{U}$  u vodi. Merenja su obavljena u velikom tanku ( $140 \times 100 \times 105 \text{ cm}^3$ ) u kome se snop termalnih neutrona dovodi iz reaktora pomoću 50 cm duge čelične cevi umetnute u tank. (Slika 204).



Slika 204 a



Slika 204 b

Meta načinjena od  $^{235}\text{U}$  služi kao izvor fisionih neutrona, koja se nalazi na kraju cevi i koja je pokrivena kadmijumom. Indijumska folija u kadmijumskom držaču u kome se beta aktivnost izaziva neutronima se koristi kao detektor.

Kriva data na slici 203 daje sledeću vrednost  $\overline{r^2}$ :

$$\tau = \overline{r^2}_{1.46\text{eV}} / 6 = 29.4 \pm 1.5 \text{ cm}^2 \quad 6.3.53.$$

i uzimajući korekcije zbog veličine izvora

$$\tau = 28 \pm 1.5 \text{ cm}^2$$

Starost neutrona za komplikovaije medijume, npr., za uran-voda rešetku (Slika 204b) se može meriti na sličan način.

Pomenuto je ranije da ovaj metod ne dozvoljava određivanje ukupne starosti  $\tau_{kT^0}$  neutrona (do termalnih energija), već nešto manje veličine  $\tau_{\text{res}}$  tj., starost neutrona usporenih do rezonantne energije detektora korišćenog zamerenje. Medjutim, ako je rezonantna energija detektora oko 1 eV, korekcija je sasvim mala (oko  $1 \text{ cm}^2$ ). Ovo se može izračunati pomoću formule 6.3.47 ili meriti eksperimentalno.

### 6.3.5. Difuzija termičkih neutrona

Pošto se neutroni uspore do termičke energije, njihova energija ne opada dalje i kroz moderator se kreću dalje zadržavajući svoju srednju energiju. Lako se može videti da se njihovo kretanje može dalje opisati difuzionom jednačinom iz kinetičke teorije gasova. Ovo postaje moguće jer u dobrim moderatorima (u kojima efikasni presek rasejanja,  $\sigma_s$ , znatno prevazilazi presek apsorpcije  $\sigma_a$ ) i termički neutroni mogu doživeti veliki broj sudara sa jezgrima pre nego što budu zahvaćeni

$$N = \sigma_s / \sigma_a = \lambda_a / \lambda_s \quad 6.3.54.$$

Usled malog srednjeg slobodnog puta  $\lambda_s$  termičkih neutrona, uslov primenjivosti difuzione aproksimacije je zadovoljen, tj., gustina neutrona se menja beznačajno preko  $\lambda_s$ . Konačno, brzina termičkih neutrona se može tretirati kao konstantna:

$$v_{kT^0} = 2.2 \times 10^5 \text{ cm/s} \quad 6.3.55.$$

Difuzionu jednačinu ima sledeću formu:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D \Delta \rho - \frac{\rho}{t_{ca,p}} + q \quad 6.3.56.$$

gde je  $\rho(r,t)$  gustina termalnih neutrona u tački  $r$  u momentu  $t$ ,  $\Delta$  je Laplasov operator,  $D$  je koeficijent difuzije,  $t_{ca,p}$  je srednje vreme života termalnih neutrona, i  $q$  je gustina izvora termalnih neutrona.

Jednačina 6.3.56 je jednačina balansa koja opisuje promenu gustine neutrona sa vremenom, tj.,

$\frac{\partial \rho}{\partial t}$  usled dolaska neutrona iz susednih regiona  $D \Delta \rho$ , i formiranja neutrona  $q$ .

U opštem slučaju (uzimajući u obzir i anizotropiju rasejanja) koeficijent difuzije se može napisati u obliku

$$D = v \lambda_t / 3 \quad 6.3.57.$$

Za termalne neutrone, ovaj koeficijent se sa velikim stepenom tačnosti može napisati u sledećoj formi

$$D = v \lambda_s / 3 \quad 6.3.58.$$

Ovo potiče od činjenice da je energija termičkih neutrona niža od energije hemijske veze atoma u molekulu. Kao rezultat, rasejanje termičkih neutrona se ne događa n slobodnim atomima, već na čvrsto vezanim molekulima (ili čak na kristalnim zncima madijuma). Prema dijagramu impulsa, takvo rasejanje mora biti izotropno  $\left(\overline{\cos\theta} = 0, \text{ i } \lambda_t = \lambda_s\right)$ .

Kao primer rešenja jednačine 6.3.56 razmotrićemo problem raspodele termičkih neutrona u moderatoru koji ima tačkasti izvor brzih neutrona u centru. Ograničićemo se na rastojanje  $r$  od izvora, na kome se proces usporavanja već završio, tj., gde se novi termički neutroni ne formiraju. U ovom slučaju možemo razmatrati jednačinu ravnotežnog stanja (steady state)

$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , bez izvora:

$$D\Delta\rho - \frac{\rho}{t_{ca,p}} = 0. \quad 6.3.59.$$

Ova jednačina se može zapisati u obliku

$$L^2\Delta\rho - \rho = 0 \quad 6.3.60.$$

gde je  $L^2 = Dt_{ca,p}$

Veličina  $L = \sqrt{Dt_{ca,p}}$  se naziva difuziona dužina termičkih neutrona. Ova veličina je mera pomeraja termičkih neutrona u procesu njihove difuzije (na isti način kao i dužina usporavanja  $L_s$  koja je mera pomeraja neutrona u procesu usporavanja). Kako je  $D = \lambda_s v / 3$  i  $t_{ca,p} = \lambda_a / v = N\lambda_s / v$  dobijamo

$$L = \sqrt{Dt_{ca,p}} = \sqrt{\frac{1}{3}\lambda_s\lambda_a} = \lambda_s\sqrt{N/3} \quad 6.3.61.$$

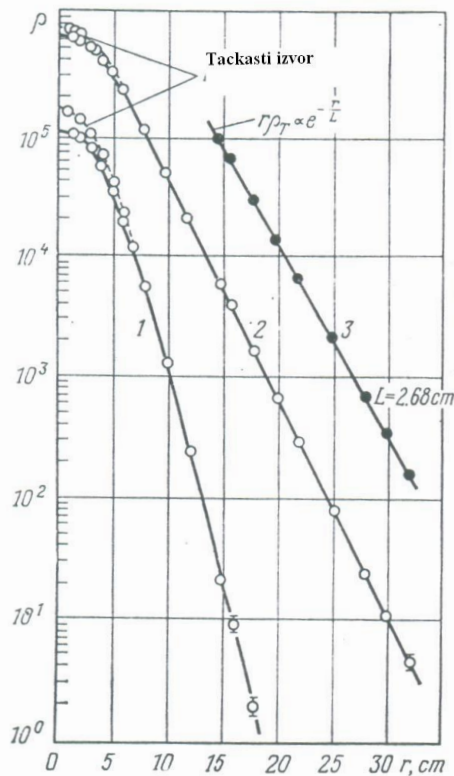
Rešenje ove jednačine je funkcija

$$\rho(r) \propto e^{-r/L} / r \quad 6.3.62.$$

Iz ove jednačine sledi da je  $\ln(r\rho(r))$  linearna funkcija od  $r$ , tj.,

$$\ln(r\rho(r)) = -r/L \quad 6.3.63.$$

Crtajući ovu funkciju na semilogaritamskoj skali, možemo da odredimo difuzionu dužinu iz nagiba prave linije.



Slika 205

Slika 205 pokazuje eksperimentalnu raspodelu krive za rezonantne (kriva 1) i termičke neutrone (kriva 2) dobijene usporavanjem u vodi fotoneutrona iz malog (Sb-Be) izvora sa energijom oko 30 keV. Merenja su obavljena u velikom vodenom tanku metodom indijumskih detektora ( $T_{rez}=1.46$  eV). Dodatna merenja su obavljena sa tačkastim izvorom u oblasti malih vrednosti  $r$  (tačkasti deo krivih). Poredjenje krivih 1 i 2 pokazuje da za  $r$  veće od 15 cm, moderator sadrži samo termičke neutrone, koji dolaze iz regiona izvora (pošto je gustina rezonantnih neutrona, koji su odgovorni za kreaciju termičkih neutrona, vrlo mala za  $r > 15$  cm). Oдавde, zavisnost data u 6.3.63 (kriva 3) mora biti zadovoljena za  $r > 15$  cm. Sledi iz nagiba krive da je

$$L = 2.68 \pm 0.02 \text{ cm} \quad 6.3.64.$$

U istom eksperimentu dobijena je procena za starost neutrona  $\Delta\tau$  (age) usporenih u vodi od rezonantne energije kadmijuma (1.46 eV) do termalne energije (0.025 eV),

$$\Delta\tau = M^2 - \tau_{1.46\text{eV}} - L^2 \quad 6.3.65.$$

gde je  $M^2 = \tau_{kT^0} + L^2$  migraciona dužina,  $\tau_{1.46eV}$  je starost neutrona do rezonantne energije 1.46 eV, i  $\tau_{kT^0} = \tau_{1.46eV} + \Delta\tau$  je starost neutrona do termičkih energija. Migraciona oblast  $M^2$  se

određuje računanjem  $\overline{r^2}/6$  za krivu 2 u  $\tau_{1.46eV}$  za krivu 1.

Kao rezultat dobijamo sledeće

$$M^2 = 13.64 \pm 0.25 \text{ cm}^2, \tau_{1.46eV} = 5.48 \pm 0.15 \text{ cm}^2, L^2 = 7.18 \pm 0.11 \text{ cm}^2, \Delta\tau = 1 \pm 0.5 \text{ cm}^2 \quad 6.3.66.$$

Veličina  $\Delta\tau$  se može koristiti za određivanje starosti fisionih neutrona u vodi do termičkih energija.

$$\tau_{kT^0} = \tau_{1.46eV} + \Delta\tau \quad 6.3.67.$$

Koristeći vrednost  $\tau_{1.46eV}$  dobijenu iznad dobija se

$$\tau_{kT^0} = 28 + 2 = 29 \pm 2 \text{ cm}^2 \quad 6.3.68.$$

Ova veličina je vrlo važna u računanju nuklearnih reaktora u kojima se kao moderator koristi voda.

Karakteristike osnovnih moderatora su pokazane u Tabelama 24 i 25.

Nucleus	Mass number $A$	$\xi$	$\overline{\cos \theta}$	$\overline{n}$ (from 2 MeV to $kT^0$ )
H	1	1	0.667	18
D	2	0.726	0.333	25
Be	9	0.208	0.074	85
C	12	0.159	0.056	115

Moderator	$\overline{\lambda}_s, \text{ cm (2 MeV-}kT^0)$	Slowing-down time $t_{sl}, \text{ s}$	Age $\tau, \text{ cm}^2$	Slowing-down length $L_s, \text{ cm}$	$(\sigma_s)/kT^0, 10^{-24} \text{ cm}^2$	$(\sigma_a)/kT^0, 10^{-24} \text{ cm}^2$	$(\lambda_s)/kT^0, \text{ cm}$	$(\lambda_a)/kT^0, \text{ cm}$	Diffusion time, $t_{dif}, \text{ s}$	Diffusion length $L, \text{ cm}$
H <sub>2</sub> O	1.1	$10^{-5}$	29	5.4	103.0	0.66	0.29	45	$2.1 \times 10^{-4}$	2.7
D <sub>2</sub> O	2.6	$4.6 \times 10^{-5}$	125	11.0	13.6	0.001	2.23	$3 \times 10^4$	0.15	120
Be	1.6	$6.7 \times 10^{-5}$	85	9.3	7.0	0.01	1.16	805	$4.3 \times 10^{-3}$	22
C (graphite)	2.6	$1.5 \times 10^{-5}$	315	17.7	4.8	0.003	2.6	3845	$1.2 \times 10^{-2}$	54

## 6.4. Borova teorija nuklearnih reakcija

### 6.4.1. Medjujezgro

Postojanje uskih nivoa ( $\Gamma \approx 0.1 eV$ ) u jezgrima, na ekscitacionim energijama koje prevazilaze energiju veze nukleona čini se neshvatljivim na prvi pogled. U skladu sa kvantnom mehaničkom relacijom

$$\Delta E \Delta t \cong \hbar \quad 6.4.1.$$

gde mala širina nivoa  $\hbar = 6.6 \times 10^{-16} eV s$  indicira dugo vreme života jezgra u datom stanju:

$$\tau = \hbar / \Gamma \cong 10^{-14} s \quad 6.4.2.$$

Ovo vreme je mnogo duže od vremena potrebnog da neutron prodje jezgro,

$$\Delta t = R_{nuc} / v_n = 10^{-12} / 10^9 = 10^{-21} s \quad 6.4.3.$$

koje treba da karakteriše trajanje nuklearne reakcije kojoj odgovara  $\Gamma \cong 1 MeV$ .

Ova teškoća kao i neke druge (veliki efikasni presek i velika gustina nivoa) u interpretaciji eksperimentalnih rezultata u vezi sa rezonantnim zahvatom sporih neutrona na jezgrima, su prevaziđene 1936. godine od strane Bora, koji je predložio teoriju nuklearnih reakcija zasnovanu na modelu tečne kapi jezgra.

Prema Boru, nuklearna reakcija protiče u dva koraka. U prvoj (brzoj fazi), neutron ulazi u jezgro i biva zahvaćen njime, i tako se formira složeni sistem (medjujezgro) sa ekscitacionom energijom

$$W = \varepsilon_n + \frac{AT_n}{A+1} \quad 6.4.4.$$

i izvesnim vrednostima ugaonog momenta, parnosti i dr.

Usled dejstva jake interakcije, ekscitaciona energija se brzo raspodeli izmedju svih nukleona jezgra, i svaki od njih ima energiju mnogo manju od vezivneenergije, tako da ne može da napusti jezgro, sve dok neki nukleon blizu površine jezgra ne stekne dovoljnu energiju koja je veća od vezivne. Drugi mogući način raspada medjujezgra, emisija gama kvanta je takodje spor proces. Ovo su razlozi dugog života medjujezgra, i ono je toliko dugo da medjujezgro “zaboravi” način svog formiranja. Parametri medjujezgra, (energija, parnost i spin) su nezavisni od tipa reakcije kojom je to jezgro formirano.

Posle prolaska dovoljno dugog vremena  $\tau$  (vreme života medjujezgra), odigrava se druga faza nuklearne reakcije, tj., raspadpraćen emisijom nukleona ili gama kvanta (ili neki drugi proces).

Verovatnoća raspada medjujezgra je  $w=1/\tau=\Gamma/\hbar$ . Jezgro se može raspasti na više različitih načina: gama zračenjem, emisijom neutrona ili protona i dr. Odavde, verovatnoća raspada se može predstaviti kao suma parcijalnih verovatnoća, od kojih svaka karakteriše neki kanal raspada:

$$w = w_\gamma + w_n + w_p + \dots = \Gamma_\gamma / \hbar + \Gamma_n / \hbar + \Gamma_p / \hbar + \dots \quad 6.4.5.$$

Relativna verovatnoća raspada medjujezgra preko datog kanala je data kao

$$\eta_i = w_i / w = \Gamma_i / \Gamma \quad 6.4.6.$$

gde je  $\Gamma_i$  parcijalna širina ( $\Gamma_\gamma$  je radijaciona širina,  $\Gamma_n$  je neutronska širina i td.). Prema Borovoj teoriji, relativne verovatnoće raspada medjujezgra su nezavisne od načina na koje je ono formirano. Ovaj zaključak je potvrđen eksperimentalno iz eksperimenata šeme raspada identičnih medjujezgra (sa istim A, Z, E, I, T i P) dobijenih raznim nuklearnim reakcijama.

#### 6.4.2. Nivoi medjujezgra

Prema modelu tečne kapi, jaka interakcija između nukleona mora da rezultuje u njihovom kolektivnom kretanju (na primer, rotacija jezgra ili oscilacije površine nuklearne kapi). Kolektivna priroda interakcije nukleona u toku ekscitacije određuje prirodu rasporeda njegovih nivoa koji se zgušnjavaju vrlo brzo sa porastom energije ekscitacije. Što je veća energija ekscitacije, to je veća verovatnoća da dato kompleksno kretanje odstupa od najprostijeg tipa kretanja.

Ovaj zaključak je potpuno potvrđen podacima o strukturi nuklearnih nivoa dobijenih u raznim eksperimentima. Analiza alfa i beta raspada, i gama zračenja koje ih prati, pokazuje da za relativno niske energije ekscitacije (1-3 MeV) teških jezgra, njihovi nivoi su smešteni daleko jedno od drugih ( $\Delta E \sim 100$  keV). Eksperimenti rezonantnog zahvata sporih neutrona pokazuju da pri energiji ekscitacije, koja malo prevazilazi energiju veze nukleona (oko 8 MeV) rastojanje između nuklearnih nivoa postaje manje ( $\Delta E \sim 1-10$  eV), ali spektar nivoa je i dalje diskretan. Konačno, na još većim energijama koje znatno prevazilaze energiju veze, nivoi postaju toliko bliski da počinju da se preklapaju i spektar postaje kontinualan.

Pojava diskretnih energetske nivoa na nuklearnim energijama ekscitacije koje prevazilaze energiju veze nukleona je neobičan rezultat. Na primer, u atomskoj fizici kontinualni energetski spektar odgovara takvoj oblasti ekscitacionih energija (tj., energije više od jonizacione energije). Dobro je poznato da je kriterijum za diskretan energetski spektar nejednakost

$$\Delta \gg \Gamma \quad 6.4.7.$$

gde je  $\Delta$  srednje rastojanje između nivoa i  $\Gamma$  je ukupna širina nivoa



$$\Gamma = \Gamma_\gamma + \Gamma_n + \Gamma_p + \Gamma_\alpha + \dots \quad 6.4.8.$$

Kako u oblasti ekscitacionih energija koje razmatramo  $\Delta \gg \Gamma$ , a  $\Gamma_p \ll \Gamma_n$  i  $\Gamma_\alpha \ll \Gamma_n$  usled postojanja Kulonove barijere za protone i alfa čestice, dovoljno je dokazati validnost jednačine 6.4.7 samo za  $\Gamma_n$ .

Da bi smo opisali približno realno medjujezgro sa srednjim rastojanjem  $\Delta$  izmedju nivoa, razmotrićemo sistem sa ekvidistantnim nivoima, tj., oscilator sa vrekvencijom  $\omega = \Delta/\hbar$  i energijom

$$W_n = n\Delta \quad 6.4.9.$$

gde je  $n$  ceo broj. Takav oscilator ima period

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\hbar/\Delta \quad 6.4.10.$$

Period talasne funkcije  $\Psi$  koja opisuje medjujezgro sa svim  $N$  stanjima

$$\Psi = \sum_{n=1}^N C_n \psi_n e^{-iW_n t/\hbar} = \sum_{n=1}^N C_n \psi_n e^{-in\Delta t/\hbar} \quad 6.4.11.$$

( $\Psi_n$  je koordinatna talasna funkcija koja odgovara stanju  $W_n$ ) će takodje biti isti.

Ovo znači da se inicijalna konfiguracija čestica u jezgrima ponovi posle vremena  $T$ . Još jednom, energija  $W$  koja prevazilazi energiju separacije nukleona se skoncentriše na jedan nukleon, i taj nukleon će napustiti jezgro posle vremenskog intervala  $T$ . Ali u slučaju,  $\Gamma_n \cong \hbar/T = \Delta/2\pi \cong \Delta$ , tj., neutronska širina će biti uporediva sa rastojanjem izmedju nivoa i energetska spektar medjujezgra biće kontinualan.

Po prirodi stvari, pretpostavka o napuštanju jezgra posle protoka vremena  $T$  nije tačna, jer čak i ako je slovo napuštanja ( $W > \varepsilon_n$ ) zadovoljen, neutron neće napustiti jezgro usled kvantno mehaničkog efekta odbijanja neutrona na granici jezgra, gde se oštra promena talasnog broja  $k$  događa za spore neutrone.

Da bi se procenio koeficijent  $p$  transmisije neutrona kroz površinu jezgra, možemo napisati koordinatne talasne funkcije neutrona u i van jezgra

$$\psi = e^{ik_0x} + \alpha e^{-ik_0x}, \quad \psi = \gamma e^{ikx} \quad 6.4.12.$$

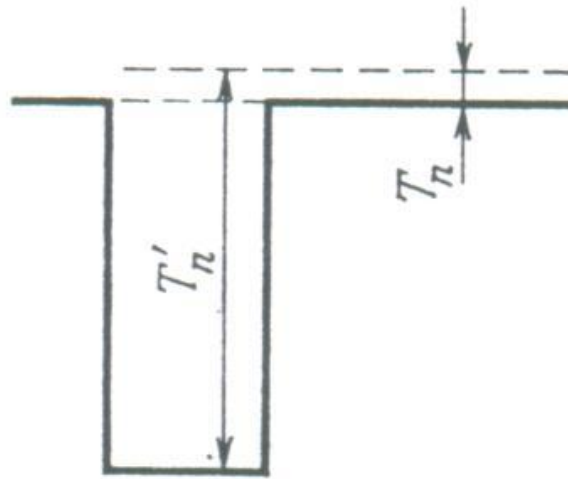
Ovde su  $\alpha$  i  $\gamma$  koeficijenti refleksije i transmisije talasa, dok se  $k$  i  $k_0$  mogu proceniti preko formula

$$k = 1/\lambda = \frac{\sqrt{T_n}}{4.5 \times 10^{-13}} \quad 6.4.13.$$

( $k$  je u  $\text{cm}^{-1}$  a  $T_n$  je u MeV).

Prema ovim formulama dobijamo za neutron van jezgra ( $T_n=1$  eV)  $k \cong 2 \times 10^9$   $1/\text{cm}$ , i  $k_0=10^{13}$   $1/\text{cm}$  za neutron u jezgu čija je energija reda  $T_n' \cong 25 \text{ MeV}$  (Slika 206). Koeficijenti refleksije i transmisije su dati sa  $|\alpha|^2$  i  $p = 1 - |\alpha|^2$ .

Vrednost  $\alpha$  se dobija iz uslova kontinualnosti talasne funkcije i njenih izvoda na granicama jezgra ( $x = 0$ ).



**Slika 206**

$$1 + \alpha = \gamma, \quad (1 - \alpha)k_0 = \gamma k \quad 6.4.14.$$

Iz tako dobijene vrednosti  $\alpha = (k_0 - k)/(k_0 + k)$  možemo izračunati koeficijent transmisije

$$p = 1 - |\alpha|^2 = \frac{4kk_0}{(k + k_0)^2} \quad 6.4.15.$$

U aktuelnom slučaju  $k_0 \gg k$ , ovaj koeficijent je

$$p = \frac{4k}{k_0} = 4 \sqrt{\frac{T_n}{T_n'}} \cong 10^{-3} \ll 1 \quad 6.4.16.$$

Tako, neutronska širina  $\Gamma_n$  je određena ne samo veličinom  $\hbar/T$ , već i množiocem  $p$  koji znatno umanjuje njegovu vrednost

$$\Gamma_n = p \frac{\hbar}{T} = 4 \frac{k}{k_0} \frac{\Delta}{2\pi} \quad 6.4.17.$$

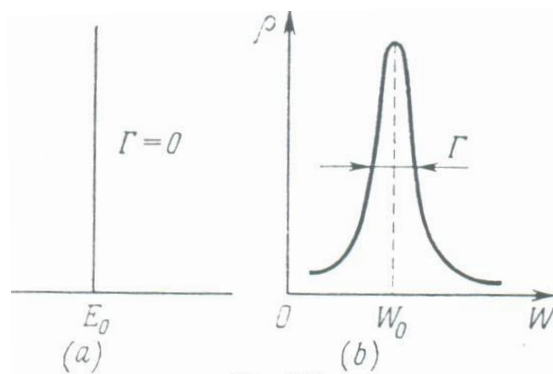
Iz ovog izraza sledi da je  $\Gamma_n \ll \Delta$ . Uzimajući u obzir zapažanja o formuli 6.4.8 možemo tvrditi da za nivoe medjujezgra u oblasti ekscitacije  $W \geq \varepsilon_n$  uslov postojanja diskretnog spektra je zadovoljen.

Postojanje diskretnih energetskih stanja sa konačnim vremenom života  $\tau \neq \infty$ , čini ova stanja medjujezgra veoma različitim od stabilnog stanja jezgra gde je  $\tau = \infty$ .

Iz jednačine neodređenosti,  $\Gamma \tau = \hbar$  sledi da je energija jezgra u osnovnom stanju striktno definisana, i energija stanja jezgra u ovom slučaju se može okarakterisati  $\delta$  funkcijom (Slika 207a), sa  $\Gamma=0$ . Takvo stanje jezgra se naziva stacionarno. Talasna funkcija stacionarnog stanja sa energijom  $W=W_0$  se može zapisati u obliku

$$\psi \propto e^{-iW_0 t / \hbar}$$

Slične osobine poseduje ekscitovano stanje jezgra koje je ekscitovano na energiju manju od minimalne energije odvajanja čestica ( $n,p, \alpha$ ), ako je emisija gama zračenja strogo zabranjena. Takva dugoživeća stanja se nazivaju metastabilna. Ona su takodje okarakterisana vrlo malom širinom nivoa  $\Gamma$  i energija takvih stanja se takodje može predstaviti  $\delta$  funkcijom, kao dobrom aproksimacijom (na primer za izomere sa  $\tau \sim 1$  min,  $\Gamma \sim 10^{-17}$  eV).



Slika 207

Stanja sa malim vremenom života, reda  $\tau \sim 10^{-14}$  s se znatno razlikuju od dugoživećih i metastabilnih stanja jer imaju znatno veći  $\Gamma$ . Takva stanja se nazivaju kvazistacionarna i

okarakterisana su sa  $\Gamma \sim 0.1$  eV. Verovatnoća da se sistem nađe u stanju sa energijom  $W$  je okarakterisana, ne  $\delta$  funkcijom, već funkcijom  $\rho(W)$  koja se razlikuje od nule ne samo na izvesnoj ekscitacionoj energiji  $W=W_0$  već i u blizini njene vrednosti (Slika 207b).

Veličina regiona gde je  $\rho(W)$  različito od nule je određena maksimalnom širinom  $\Gamma$ . Odavde, uslov  $\rho(W) \propto \Gamma$  mora biti zadovoljen. Pored toga, intuitivno je jasno da kriva  $\rho(W)$  mora biti glatka (sa kontinualnim izvodima), sa krilima koji se produžavaju u beskonačnost. Svi ovi zahtevi su zadovoljeni disperzivnom raspodelom tipa

$$\rho(W) = \alpha \frac{\Gamma}{(W - W_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

gde je  $\alpha$  multiplikativni faktor. U ovom slučaju

$$\rho(W_0) = 4\alpha/\Gamma \propto \tau \quad \text{i} \quad \rho(W_0 \pm \Gamma/2) = 2\alpha/\Gamma = (1/2)\rho(W_0)$$

### 6.4.3. Disperzivna priroda raspodele energije medjujezgra

Rigoroznija disperzivna jednačina za funkciju  $\rho(W)$  se može dobiti pretpostavljajući da se raspad medjujezgra odigrava prema zakonu radioaktivnog raspada, tj., pretpostavljajući da je verovatnoća raspada nezavisna od vremena. Ova pretpostavka se čini sasvim opravdanom, jer priroda raspada medjujezgra ne zavisi od predhistorije njegovog nastanka.

Pod ovom pretpostavkom, verovatnoća da je medjujezgro još uvek u datom energetsom stanju u trenutku  $\tau$  je proporcionalna sa

$$|\psi|^2 \propto e^{-\omega t} = e^{-t/\tau} = e^{-\frac{\Gamma}{\hbar} t} \quad 6.4.18.$$

U slučaju  $\Gamma \ll W_0$ , i sobzirom na samu talasnu funkciju (tj., njenu vremensku komponentu) može se pisati:

$$\psi(t) = a e^{-\frac{iW_0 t}{\hbar} - \frac{\Gamma t}{2\hbar}} \quad 6.4.19.$$

koja zadovoljava uslove postojanja kvazistacionarnih stanja na  $W = W_0$  kao i uslov 6.4.18.

Ekspandujemo  $\psi(t)$  u svojstvene funkcije  $\varphi(W)$  operatora energije

$$\psi(t) = \int_0^{\infty} C(W) e^{-\frac{iWt}{\hbar}} dW$$

pri čemu je  $C(W)$  Furijeov koeficijent. Posle inverzije integrala dobija se:

$$\begin{aligned} C(W) &= \int_0^{\infty} e^{\frac{iWt}{\hbar}} \psi(t) dt = a \int_0^{\infty} e^{-\frac{iW_0 t - \Gamma t}{\hbar} - \frac{\Gamma t}{2\hbar}} e^{\frac{iWt}{\hbar}} dt = a \int_0^{\infty} e^{\frac{i}{\hbar} \left( W - W_0 + \frac{i\Gamma}{2} \right) t} dt \\ &= \frac{-a\hbar}{i \left[ W - W_0 - \frac{i\Gamma}{2} \right]} = \frac{b}{W - W_0 + \frac{i\Gamma}{2}} \end{aligned}$$

gde je  $b = -a\hbar/i$

Kako je verovatnoća  $\rho(W)$  proporcionalna kvadratu modula  $C(W)$  konačno se dobija

$$\rho(W) = [C(W)]^2 = \frac{|b|^2}{[W - W_0]^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad 6.4.20.$$

Da bi smo odredili  $|b|^2$  potreban je uslov normalizacije

$$\int_0^{\infty} \rho(W) d\rho = |b|^2 \int_0^{\infty} \frac{dW}{(W - W_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} = 1 \quad 6.4.21.$$

Računanje ovog integrala pod pretpostavkom  $W_0 \gg \Gamma$  daje

$$|b|^2 = \Gamma/2\pi, \text{ tj.},$$

$$\rho(W) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{[W - W_0]^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad 6.4.22.$$

#### 6.4.4. Efikasni presek nuklearnih reakcija. Breit-Wignerova formula

Postojanje dve faze nuklearne reakcije, tj., formiranje medjujezgra i njegov raspad omogućavaju da se efikasni presek izračuna iz formule

$$\sigma_i = \sigma^* \eta_i \quad 6.4.23.$$

gde je  $\sigma^*$  efikasni presek formiranja medjujezgra a  $\eta_i$  je verovatnoća raspada preko datog kanala.

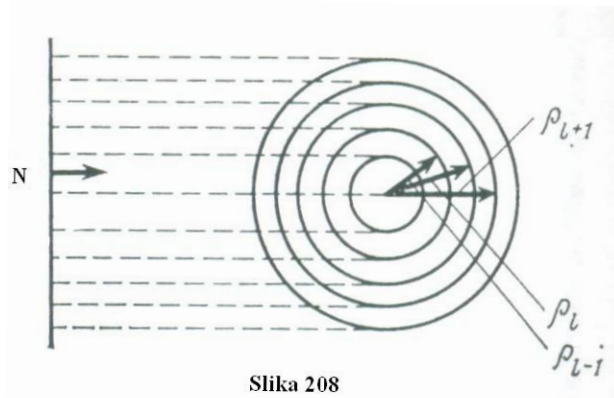
**Efikasni presek formiranja medjujezgra  $\sigma^*$**  se može predstaviti kao suma produkata dva faktora

$$\sigma^* = \sum_i \sigma_i^* = \sum_i S_i \xi_i \quad 6.4.24.$$

gde je  $S_i$  geometrijski efikasni presek jednak delu svih čestica sa orbitalnim ugaonim momentom  $l$  koje pogadjaju jezgro, i  $\xi_i$  je koeficijent adhezije koji karakteriše verovatnoću da neutron (sa orbitalnim ugaonim momentom  $l$ ) prodre u jezgro i bude zadržan u njemu.

Da bi izračunali geometrijski efikasni presek  $S_i$  koristićemo isti metod kao i u sekciji 3.2.4 pri proceni uloge orbitalnog ugaonom momenta  $l$  u alfa raspadu. Prema formuli 3.2.25, udarni parametar (najmanje rastojanje na kome neutron sa orbitalnim ugaonim momentom  $l$  proleti blizu jezgra), je dat sa

$$\rho_i = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad 6.4.25.$$



Slika 208

Pretpostavimo da neutroni imaju gustinu fluksa  $N \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  i da se kreću prema jezgru (Slika 208). Neutroni sa orbitalnim ugaonim momentom  $l$  imaju udeo  $dN_i/N = S_i$  ukupnog neutronskeg fluksa gde je  $S_i$  površina kruga radijusa  $\rho_i$  oko jezgra. Ova veličina je jednaka polovini razlike izmedju oblasti sa poluprečnicima  $\rho_{i+1}$  i  $\rho_{i-1}$ .

$$S_i = \frac{1}{2} \pi (\rho_{i+1}^2 - \rho_{i-1}^2) = (2l+1) \pi \hbar^2 \quad 6.4.26.$$

Da bi neutron pao u domet nuklearnih sila, očito da je potrebno uzeti samo one vrednosti  $l$  koje zadovoljavaju uslov

$$\rho_l \leq R \quad 6.4.27.$$

gde je R radijus jezgra. Ovaj uslov definiše gornju granicu sume u formuli 6.4.24.

$$l_{\max} \cong R/\lambda \quad 6.4.28.$$

Tako, geometrijski efikasni presek je dat sa

$$S = \sum_{l=0}^{R/\lambda} (2l+1)\pi\lambda^2 = \pi(R+\lambda)^2 \quad 6.4.29.$$

Geometrijski presek određuje gornju granicu preseka formiranja medjujezgra

$$\sigma_{\max}^* = S, \quad \sigma^* \leq S \quad 6.4.30.$$

Da bi se odredio efikasni presek formiranja medjujezgra,

$$\sigma^* = \sum_{l=0}^{R/\lambda} (2l+1)\pi\lambda^2 \xi_l \quad 6.4.31.$$

moramo naći koeficijent pripajanja  $\xi_l$  čije su vrednosti za neutron određene propustljivošću centrifugalne barijere  $D_c$  (za naelektrisane čestice mora se uzeti u obzir i propustljivost Kulonove potencijalne barijere  $D_C$ ) koeficijent transmisije  $p$ , kroz površinu jezgra, i verovatnoću da neutron bude uhvaćen u jezgru. Poslednja veličina se može uzeti jednaka 1, pošto računanje veličine  $\sigma^*$  uzima u obzir samo prvi stepen nuklearnih reakcija (koji prethodi emisiji gama kvanta iz jezgra).

Ako energija incidentnog neutrona nije previše visoka ( $T_n < 10$  keV), onda je  $\lambda \gg R$  i  $l_{\max} = 0$ .

Kao rezultat, geometrijski efikasni presek postaje

$$S = S_0 = \pi\lambda^2 \quad 6.4.32.$$

i centrifugalni potencijal  $V_c = 0$ . Tako, za spore neutrone, moramo razmatrati samo efekat refleksije na granici jezgra. Koeficijent  $p$  transmisije kroz površinu jezgra je dat, u skladu sa 6.4.15 kao

$$p = \frac{4kk_0}{(k+k_0)^2}$$

i prema relaciji 6.4.17.  $p \propto \Gamma_n$ . Odavde, za spore neutrone  $\xi$  mora biti proporcionalno sa  $\Gamma_n$

$$\xi_0 \propto \Gamma_n \quad 6.4.33.$$

Očito je da zahvat sporih neutrona mora imati selektivnu rezonantnu prirodu, pošto medjujezgra imaju diskretne energetske nivoe u ovom energetskom opsegu.

U skladu sa 6.4.22. verovatnoća nalaženja jezgra u stanju  $W$  u blizini kvazistacionarnog nivoa  $W_0$  je proporcionalna veličini

$$\rho(W) \propto \frac{\Gamma}{(W - W_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad 6.4.34.$$

tj., verovatnoća raste sa približavanjem energije ekscitacije  $W$  rezonantnoj vrednosti  $W=W_0$ . Energija neutrona  $T$  je povezana sa energijom ekscitacije jezgra preko relacije

$$W = \varepsilon_n + T \quad 6.4.35.$$

pri čemu je  $(W - W_0)^2 = (T - T_0)^2$ . Ovo znači da verovatnoća formiranja medjujezgra disperzno zavisi od energije incidentnog elektrona

$$\xi_0 \propto \frac{\Gamma}{(T - T_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad 6.4.36.$$

Kombinujući relacije 6.4.32, 33 i 36 dobijamo

$$\sigma^* = S_0 \xi_0 \propto \pi \hbar^2 \frac{\Gamma \Gamma_n}{(W - W_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad 6.4.37.$$

Za koeficijent jednak jedinici, ovaj izraz je identičan Breit Wignerovoj formuli. Da bi se dobio koeficijent u 6.4.37 mora se obaviti detaljna analiza koja zahteva kratku digresiju radi uvodjenja novog koncepta.

### Princip detaljnog balansa (ravnoteže)

Poznato je iz klasične i kvantne mehanike da su jednačine kretanja sistema invarijantne na promenu pravca u kome se veme meri (promena sa  $t$  na  $-t$ ). Ova invarijantnost se može koristiti za ustanovljavanje vrlo važne relacije izmedju verovatnoća direktnog i inverznog toka procesa.



Neka su 1 i 2 dva kvantna stanja sistema sa diskretnim energetske spektrom. Označimo sa  $\omega_{12}$  verovatnoću prelaska iz stanja 1 u stanje 2 i sa  $\omega_{21}$  verovatnoću obratnog prelaza iz 2 u 1. Iz invarijantnosti jednačina kretanja u odnosu na refleksiju vremena sledi da je

$$\omega_{12} = \omega_{21} \quad 6.4.38.$$

Ako se stanje 2 sastoji od grupe bliskih stanja označenih sa  $g_2$  (statistička težina stanja 2), verovatnoća  $P_{12}$  prelaza iz stanja 1 u stanje 2 će biti  $g_2$  puta veća od  $\omega_{12}$  tj.,

$$P_{12} = g_2 \omega_{12} \quad 6.4.39.$$

Slično, ako je  $g_1$  statistička težina svih stanja 1 verovatnoća prelaza  $P_{21}$  prelaza iz stanja 2 u stanje 1 je

$$P_{21} = g_1 \omega_{21} \quad 6.4.40.$$

Iz jednakosti  $\omega_{12} = \omega_{21}$  dobijamo  $P_{12}/g_2 = P_{21}/g_1$

ili

$$g_1 P_{12} = g_2 P_{21} \quad 6.4.41.$$

Ova jednačina se naziva princip detaljnog balansa (ravnoteže) i uspostavlja vezu između direktnog i inverznog procesa, i omogućuje određivanje nepoznate karakteristike jednog od procesa.

Razmotrimo reakciju



sa efikasnim presekom  $\sigma_{ab}$  i inverznu reakciju

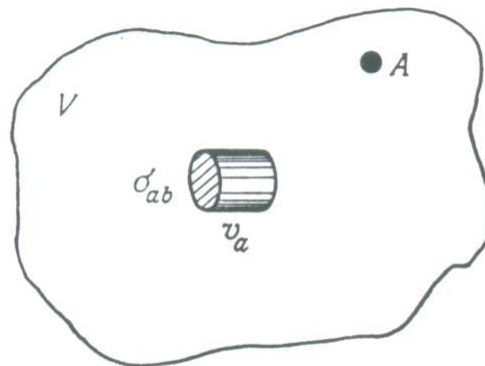


sa presekom  $\sigma_{ba}$ . Oba ova preseka se moraju usrednjavati preko spina. Kao prvo stanje uzmimo česticu  $A$  koja interaguje sa  $a$ , a kao drugo česticu  $B$  i  $b$ . Pretpostavimo da je sistem u izvesnoj proizvoljnoj zapremini  $V$ , i možemo pisati statističke težine prvog stanja i verovatnoću prelaza  $P_{12}$  kao što sledi

$$g_1 = (2I_A + 1)(2s_a + 1)4\pi V p_a^2 dp_a / (2\pi\hbar)^3 \quad 6.4.44.$$

$$P_{12} = \sigma_{ab} v_a / V \quad 6.4.45.$$

gde je  $I_A$  spin čestica A,  $s_a$  je spin čestica koja interaguje sa njim,  $p_a$  je relativni impuls sistema A+a, i  $v_a$  je relativna brzina čestice  $a$  u odnosu na A. Značenje ovih izraza je sasvim očigledno. Prve dve zagrade u 6.4.44 uzimaju u obzir sve moguće orijentacije spina jezgra A i čestice  $a$ , dok faktor  $4\pi V p_a^2 dp_a / (2\pi\hbar)^3$  daje broj stanja ovog sistema sa vrednošću impulsa između  $p_a$  i  $p_a+dp_a$ . Formula 6.4.45. je količnik zapremine cilindra dužine  $v_a$  i površine preseka  $\sigma_{ab}$ , tj., zapremina pokrivena česticom, a u jedinici vremena u odnosu na celokupnu zapreminu  $V$  u kojoj je sistem zatvoren (Slika 209).



Slika 209

Slično, može se zapisati

$$g_2 = (2I_B + 1)(2s_b + 1)4\pi V p_b^2 dp_b / (2\pi\hbar)^3 \quad 6.4.46.$$

$$P_{21} = \sigma_{ba} v_b / V \quad 6.4.47.$$

gde je  $I_B$  spin jezgra B,  $s_b$  je spin čestice  $b$ ,  $p_b$  je relativni impuls sistema B+b i  $v_b$  je relativna brzina čestice  $b$  i jezgra B.

Zamenjujući izraze 6.4.44-6.4.47 u 6.4.41 i skraćivanjem faktora  $v_a dp_a$  i  $v_b dp_b$  koji su jednaki dobija se

$$(2I_A + 1)(2s_a + 1)p_a^2 \sigma_{ab} = (2I_B + 1)(2s_b + 1)p_b^2 \sigma_{ba} \quad 6.4.48.$$

Ova formula se može koristiti za određivanje spina jedne od četiri čestice  $a, A, B$  i  $b$ , koj učestvuju u reakciji. Na primer, spin  $\pi^+$  je određen na ovaj način.

### Breit Wignerove formule

Primenimo princip detaljnog balansa na određivanje preseka  $\sigma^*$  formiranja međujezgra.

Prvo stanje smatramo jezgro A i neutron n koji interaguje sa njim, a drugo stanje je pobudjeno međujezgro sa kvazistacionarnim stanjem  $\rho(W)$  definisanog u obliku 6.4.22. Onda, u skladu sa prethodnom diskusijom možemo da pišemo

$$g_1 = (2I+1)(2s+1)4\pi V p^2 dp / (2\pi\hbar)^3 \quad 6.4.49.$$

$$P_{12} = \sigma^* v / V \quad 6.4.50.$$

gde je I spin jezgra A, s je spin neutrona, i p je relativni impuls sistema i v je relativna brzina neutrona u odnosu na jezgro A.

Za inverzni proces emisije neutrona iz međujezgra imamo

$$g_2 = 2J + 1 \quad 6.4.51.$$

gde je J ugaoni momenat međujezgra, i

$$P_{21} = \Gamma_n \rho(W) dW / \hbar \quad 6.4.52.$$

gde je  $\Gamma_n$  neutronska širina i  $\rho(W)$  je određeno formulom 6.4.22. Značenje formule 6.4.52 je očigledno:

$\Gamma / \hbar$  daje verovatnoću bega neutrona u skladu sa 6.4.6 i  $\rho(W) = \rho(T + \varepsilon)$  definiše verovatnoću da će energija biti između T i T+dT (što odgovara promeni impulsa između p i dp).

Zamenjujući 49-52 u 41 dobija se:

$$(2I+1)(2s+1) \frac{4\pi V p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\sigma^* v}{V} = (2J+1) \frac{\Gamma_n}{\hbar} \rho(W) dW \quad 6.4.53.$$

Skraćivanjem  $dW = dT = v dp$ , i zamenjujući p sa  $\hbar/\lambda$  prethodnu jednačinu možemo transformisati u

$$\sigma^* = \frac{2J+1}{(2I+1)(2s+1)} 2\pi^2 \lambda^2 \Gamma_n \rho(W) \quad 6.4.54$$

Zamenjujući ovde vrednost  $\rho(W)$  iz 6.4.22 u kome je  $(W - W_0)^2$  zamenjeno sa  $(T - T_0)^2$  dobija se

$$\sigma^* = \frac{2J+1}{(2I+1)(2s+1)} \pi \tilde{\lambda}^2 \frac{\Gamma_n \Gamma}{(T-T_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad 6.5.55.$$

Poređenje 6.4.55 i 6.4.37 pokazuje da se one razlikuju samo za numerički faktor  $\frac{2J+1}{(2I+1)(2s+1)}$  koji je obično reda jedinice.

Zamenjujući formule 6.4.55 u 6.4.23 i koristeći vrednost za  $\eta_i$  iz 6.4.6, dobijamo Breit Wignerovu formulu za radijacioni zahvat ( $\eta_\gamma = \Gamma_\gamma/\Gamma$ ) i rezonantnog rasejanja ( $\eta_n = \Gamma_n/\Gamma$ ):

$$\sigma(n, \gamma) = \frac{\sigma^* \Gamma_\gamma}{\Gamma} = \frac{2J+1}{(2I+1)(2s+1)} \pi \tilde{\lambda}^2 \frac{\Gamma_n \Gamma}{(T-T_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad 6.4.56.$$

$$\sigma(n, n) = \frac{\sigma^* \Gamma_n}{\Gamma} = \frac{2J+1}{(2I+1)(2s+1)} \pi \tilde{\lambda}^2 \frac{\Gamma_n^2}{(T-T_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad 6.4.57.$$

Analizirajmo sada Breit Wignerovu formulu za radijacioni zahvat u raznim intervalima energije incidentnih neutrona. Pretpostavimo da je  $T \ll T_0$ . U ovom slučaju

$$\tilde{\lambda}^2 \propto 1/v^2, \quad \Gamma_n \propto p \cong 4k/k_0 \propto 1/\tilde{\lambda} \propto v, \quad \text{dok je } \Gamma_\gamma = \text{const.}$$

pošto je verovatnoća emisije  $\gamma$  kvanta određena energijom ekscitacije  $W = \epsilon_n + T$ , pobudjenog jezgra, koja se ne menja značajno sa varijacijom kinetičke energije neutrona  $T \ll \epsilon_n$ . Kako je

$$\Gamma \propto v, \quad \Gamma_\gamma \cong \text{const}, \quad \Gamma_n \ll \Gamma_\gamma \quad 6.4.58.$$

za vrlo niskoenergetske neutrone.

Tako, za  $T \ll T_0$

$$\sigma(n, \gamma) \propto 1/v \quad 6.4.59.$$

tj., daleko od rezonanci efikasni presek radijacionog zahvata raste kao  $1/v$  sa opadanjem energije neutrona. Ovo je razlog što veliki broj materijala ima veliki efikasni presek radijacionog zahvata za termalne neutrone.

Kako se energija neutrona približava rezonantnoj vrednosti  $T_0$  efikasni presek počinje da raste i za  $T = T_0$  postaje jednak

$$\sigma_0 = \sigma(T_0) = \pi \tilde{\lambda}_0^2 \frac{\Gamma_n(T_0) \Gamma_\gamma}{(\Gamma/2)^2} \quad 6.4.60.$$

(spinski faktor je izostavljen), ili uzimajući da je  $\Gamma_\gamma \cong \Gamma$

$$\sigma_0 = 4\pi\lambda_0^2 \frac{\Gamma_n(T_0)}{\Gamma} \quad 6.4.61.$$

Velika vrednost  $\lambda$  na niskim energijama neutrona ( $\lambda = 4.5 \times 10^{-10} / \sqrt{T}$ ), gde je T u eV, rezultira u velikom rezonantnom preseku. Za  $T > T_0$  efikasni presek opet opada.

Ako nivo leži blisko termičkoj energiji ( $T_n \cong 1/40$  eV), efikasni presek zahvata termalnih neutrona postaje izuzetno veliki. Primer takvih materijala je kadmijum koji ima energetski nivo na  $T_0 = 0.176$  eV.

Zamenjujući relaciju 6.4.61 u 6.4.56 dobija se efikasni presek za (n,γ) reakcije u obliku

$$\sigma = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(T - T_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad 6.4.62.$$

Ova formula je dobijena pod pretpostavkom da medjujezgro ima samo jedan nivo. Medjutim, ona se može koristiti u svim slučajevima gde je rastojanje izmedju nivoa mnogo veće od širine nivoa. Ako ovaj uslov nije zadovoljen, relacija disperzije se ne može koristiti u ovoj formi, jer se moraju uzeti u obzir i interferencioni efekti.

Pomenuto je ranije je da presek drugog mogućeg rezonantnog procesa, tj., rezonantnog rasejanja, dat formulom 6.4.57. Ovaj proces je obično maloverovatan za spore neutrone usled jake konkurencije sa radijacionim zahvatom. Medjutim, kako energija neutrona raste, relativna uloga elastičnog rezonantnog rasejanja postaje značajna, pošto neutronska širina  $\Gamma_n$  raste sa energijom neutrona ( $\Gamma_n \sim \nu$ ). Jedan takav primer je rezonanca preseka rasejanja na jezgru  $^{59}_{27}\text{Co}$  na energiji  $T_0 = 115$  eV.

Pored svega, rasejanje sporih neutrona se dešava usled potencijalnog rasejanja (neutron ne ulazi u jezgro u ovom slučaju) čiji je presek  $4\pi R^2$ . Potrebno je uzeti u obzir mogućnost interferencije izmedju rezonantnog i potencijalnog rasejanja.