

## Glava 4

# INTERAKCIJA ČESTICA I ZRAČENJA SA MATERIJOM

## 1. Opšti opis interakcije naelektrisanih čestica, neutrona i gama kvanata sa materijom

Prolazeći kroz materiju, čestice interaguju sa atomima koji grade supstancu, tj., sa elektronima i sa atomskim jezgrima (tj., nukleonima).

Ako zanemarimo vrlo slabo gravitaciono privlačenje, postoje tri tipa interakcije u kojima čestice mogu da učestvuju, jaka, elektromagnetska i slaba. Od čestica koje se pominju u ovoj knjizi, (n, p, e<sup>+</sup>, e<sup>-</sup>, ν i γ), neutroni i protoni učestvuju u jakim interakcijama, sve čestice osim ν učestvuju u elektromagnetskim interakcijama, dok sve osim γ osećaju slabu interakciju.

Najprostiji primer jake interakcije je privlačenje između nukleona na vrlo malim rastojanjima (10<sup>-13</sup> cm) u atomskim jezgrima. Postoje i druge čestice (π i K mezoni, hiperoni, aninukleoni, antihiperoni, nestabilne čestice ili rezonance), koje takodje učestvuju u jakim interakcijama. Pioni služe kao prenosioci ili kvanti u jakim interakcijama.

Jaka interakcija je najintenzivnija interakcija u prirodi, i zato je i nazvana „jaka“. Ovaj tip interakcije se može manifestovati u obliku direktne interakcije (rasejanje nuklearnim silama, nuklearne reakcije, tj., zahvat neke čestice koji rezultuje formiranjem drugih čestica), ili raspadi. Jaki procesi uz direktne interakcije se karakterišu vrlo velikim efikasnim preseccima (10<sup>-27</sup>-10<sup>-24</sup> cm<sup>2</sup>) dok je vreme procesa vrlo kratko (10<sup>-23</sup>-10<sup>-22</sup> s).

Veliki efikasni presek procesa jake interakcije znači da kada čestice interaguju preko ove interakcije (jezgro je aktivno) one su efektivno skrenute iz kolimisanog snopa usled apsorpcije ili procesa rasejanja.

Elektromagnetska interakcija se takodje tretira kao intenzivna interakcija, iako je slabija od nuklearne (ovo sledi iz postojanja stabilnih jezgara, koja sadrže naelektrisane protone).

Prenosilac ove interakcije je kvant elektromagnetskog zračenja, nazvan foton, X zrak ili γ kvant, zavisno od porekla kao i radiotalasi. Kvanti elektromagnetskog zračenja se proizvode kao rezultat interakcije naelektrisanih čestica sa elektromagnetskim poljima koja ih okružuju.

Elektromagnetska interakcija se manifestuje na nekoliko načina: za naelektrisane čestice to može biti u obliku Kulonovog rasejanja, jonizacionih gubitaka, radijacionih gubitaka, Čerenkovljevog zračenja, sinhrotronskog zračenja i radijacionih prelaza; za gama zračenje mogu se dogoditi fotoelektrični efekat, Komptonov efekat, stvaranje para elektron pozitron, gama prelazi u jezgrima, fotonuklearne reakcije; u slučaju neutrona ova interakcija se može pojaviti u obliku polarizacije pri prolasku kroz feromagnete i refleksijom na kobaltnim ogledalima, magnetnim zatvorom ultrahladnih neutrona, itd.

Procena jačine elektromagnetske interakcije je da je ona 10<sup>2</sup> do 10<sup>3</sup> puta slabija od nuklearne interakcije (u okviru dometa nuklearne). Zbog toga se procesi elektromagnetskog raspada događaju 10<sup>2</sup> do 10<sup>3</sup> puta sporije nego procesi jake interakcije i karakterišu se poluživotima reda  $T_{1/2} \approx 10^{19}$  s.

Kada naelektrisana čestica ili gama kvant prolazi kroz materiju znatan deo gubitka energije se događa usled elektromagnetske interakcije.

Procesi beta raspada razmatrani u Glavi 3 su primer slabe interakcije. Beta raspad je specifična interakcija između nukleona i elektron neutronske polja koje ih okružuje, što dovodi do emisije ili apsorpcije elektrona (pozitrona) i antineutrina (neutrina). Pokazano je da se beta raspad karakterišu krajnje malom vrednošću konstante interakcije, g, odakle je ova interakcija i dobila naziv slaba.

Pored beta raspada, drugi procesi uz učešće slabe interakcije se takodje karakterišu slično malim vrednostima konstante interakcije. Ovo uključuje ( $\pi$ - $\mu$ ) raspad, ( $\mu$ - $e$ ) raspad i raspad K mezona i hiperona. Slaba interakcija ima oko  $10^{13}$  puta manji intenzitet od jake interakcije, tako da je karakteristično vreme reda  $10^{-10}$  s.

Pored procesa raspada, slaba interakcija se može manifestovati u direktnoj interakciji, na primer u procesu zahvata neutrina (antineutrina) od strane nukleona. Medjutim efikasni presek takvog procesa slabe interakcije je tako mali (oko  $10^{-43}$  cm<sup>2</sup>, za energiju  $E_\nu$  oko 1 MeV), da se generalno može zanemariti pri razmatranju prolaska čestica kroz materiju.

Diverzitet procesa nabrojanih ispred čini nemogućim analizu u okviru jedne glave, te će to biti uradjeno u nekoliko sledećih glava.

## 4.2. Jonizacioni gubici usled sudara naelektrisanih čestica

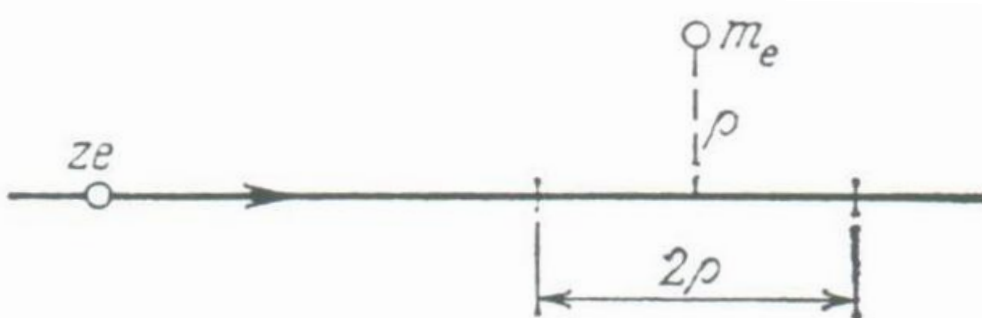
### 4.2.1. Borova formula za specifičnu jonizaciju. Relativistički efekti i efekat gustine

Jonizacija je glavni uzrok gubitka energije pri prolasku teških naelektrisanih čestica kroz materiju. U ovom mehanizmu, kinetička energija čestica se troši na ekscitaciju i jonizaciju atoma supstance kroz koju se prolazi. U cilju određivanja faktora od kojih jonizacioni gubici zavise, razmotrimo osnovnu sliku interakcije čestice sa jednim elektronom i prosumiramo efekat na sve elektrone sa kojima čestica interaguje.

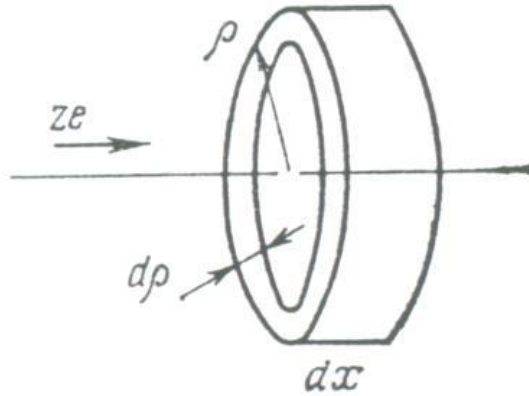
Pretpostavimo da čestica naelektrisanja  $ze$  i brzine  $v$  prolazi na rastojanju  $\rho$  od slobodnog (nevezanog) elektrona mase  $m_e$  i naelektrisanja  $-e$ . Pretpostavljajući da je masa  $M$  čestice mnogo veća od mase elektrona, nalazimo da se u ovoj interakciji impuls predaje elektronu u pravcu normalnom na pravac kretanja čestice:

$$\Delta p_{\perp} = \int F_{\perp} dt \quad 4.2.1$$

Ovde je  $\int F_{\perp} dt$  impuls sile za vreme interakcije. Pretpostavljajući da interakcija deluje na segmentu uporedivom sa  $\rho$



Slika 144



Slika 145

recimo na rastojanju  $2\rho$ , koje čestica predje za vreme  $\Delta t = 2\rho/v$ , i da je Kulonova sila jednaka  $ze^2/\rho^2$  dobijamo da je

$$\Delta p_{\perp} = 2ze^2 / \rho v \quad 4.2.2$$

Kinetička energija koja odgovara ovom impulsu je jednaka

$$\Delta T = \Delta p_{\perp}^2 / 2m_e = (2z^2 e^4 / m_e v^2)(1/\rho^2) \quad 4.2.3$$

Ovu energiju dobije elektron kada čestica naelektrisanja  $ze$  prodje na rastojanju  $\rho$  brzinom  $v$ . Ovo je istovremeno iznos energije koju izgubi čestica.

Da bi se uračunao efekat svih elektrona sa datim impakt parametrom  $\rho$ , konstruišemo cilindrični sloj oko trajektorije čestice sa radiusom  $\rho$  i debljinom  $d\rho$  i visine  $dx$ , Slika 145. Zapremina ovog sloja je  $V=2\pi\rho d\rho dx$ . Ako je  $n_e$  elektronska gustina, broj elektrona u cilindričnom sloju je  $Vn_e = 2\pi n_e \rho d\rho dx$ .

Kao rezultat interakcije naelektrisane čestice sa svim elektronima u cilindričnom sloju, ona gubi njenu kinetičku energiju za iznos dat sa

$$dT = \Delta T V n_e = \left( \frac{4\pi n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \right) \frac{d\rho}{\rho} dx \quad 4.2.4$$

Gubitak energije po jedinici dužine putanje je

$$\frac{dT}{dx}(\rho) = \left( \frac{4\pi n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \right) \frac{d\rho}{\rho} \quad 4.2.5$$

Ovaj izraz je ispravan ako je interakcija čestice sa jednim elektronom nezavisna od prisustva drugih elektrona koji se nalaze u susedstvu. U stvarnosti ovo nije sasvim tačno i u konačni izraz

mora se uvesti faktor korekcije na tzv. efekat gustine. Ukupan specifični gubitak se dobija integracijom  $dT/dx$  preko svih mogućih vrednosti impakt parametra  $\rho$  (od 0 do  $\infty$ ). Teškoće se pojavljuju za  $\rho = 0$ , jer se  $\rho$  nalazi u imeniocu izraza 4.2.5, kao i za  $\rho = \infty$ , jer integral  $\int \frac{d\rho}{\rho}$  divergira. Može se, međjutim, pokazati da granice integracije nisu 0 ni  $\infty$ , već imaju neke konačne vrednosti  $\rho_{\min}$  i  $\rho_{\max}$ . Tako dobija se

$$\frac{dT}{dx} = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \frac{dT}{dx}(\rho) d\rho = \left( \frac{4\pi m_e z^2 e^4}{m_e v^2} \right) \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} \quad 4.2.6$$

Računanje  $\rho_{\min}$  i  $\rho_{\max}$  je vrlo komplikovan problem. Ovo se neće rešavati ovde ali ćemo napomenuti neke klasične argumente koji daju ideju o efektima razmatranim ovde. Poznato je da maksimalna energija koju teška naelektrisana čestica brzine  $v \ll c$  može predati elektronu u miru iznosi

$$\Delta T_{\max} = 2m_e v^2 \quad 4.2.7$$

Ovaj rezultat se može lako dobiti razmatranjem dijagrama impulsa. Izjednačavajući izraz 4.2.3 sa gornjom vrednošću dobija se sledeći uslov za  $\rho_{\min}$ ,

$$\Delta T_{\max} = (2z^2 e^4 / m_e v^2) (1 / \rho_{\min}^2) = 2m_e v^2$$

$$(\rho_{\min})_{klas} = ze^2 / m_e v^2 \quad 4.2.8$$

Uslov za  $\rho_{\max}$  se dobija iz klasičnih razmatranja uzimajući u obzir činjenicu da su elektroni vezani u atomima. Za velike vrednosti udarnog parametra  $\rho$ , preneti energija postaje uporediva sa energijom veze elektrona u atomima. Elektroni se više ne mogu tretirati kao slobodni i za veoma veliko  $\rho$  preneti energija može biti nedovoljna da bi se ekscitovao atom. Konsekventno,  $\rho_{\max}$  mora biti u vezi sa jonizacionim potencijalom atoma. Konačno, da bi se izračunao  $\ln(\rho_{\max}/\rho_{\min})$  moraju se uzeti u obzir i relativistički efekti. Ovo uključuje povećanje prenete energije  $\Delta T_{\max} = 2m_e v^2 / (1 - \beta^2)$ , povećanje u  $\rho_{\max}$ , tj., uloga dalekih sudara, gubitak energije na Čerenkovljevo zračenje i td. Tačno računanje dovodi do sledeće formule za specifični gubitak energije  $dT/dx$  (u erg/cm) za teške naelektrisane čestice (protone, alfa čestice i dr) na energijama  $T \ll (M / m_e) M c^2$

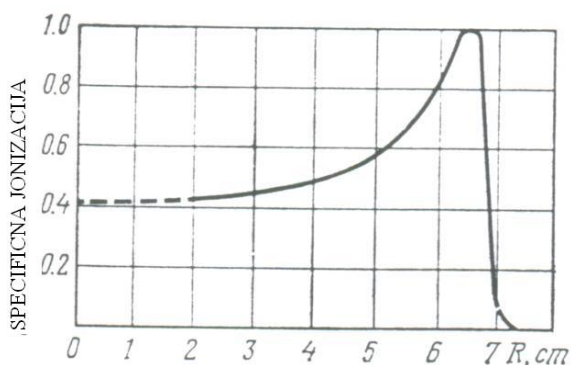
$$\left( -\frac{dT}{dx} \right)_{jon} = \frac{4\pi m_e z^2 e^4}{m_e v^2} \left[ \ln \frac{2m_e v^2}{\bar{I}} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 - \delta - U \right] \quad 4.2.9$$

gde je  $\bar{I} = 13.5Z \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}$  i predstavlja srednji jonizacioni potencijal atoma absorbera (u erg),  $\beta = v/c$ ,  $\delta$  i  $U$  su izrazi koji uzimaju u obzir efekat gustine i činjenicu da su K i L elektroni vezani.

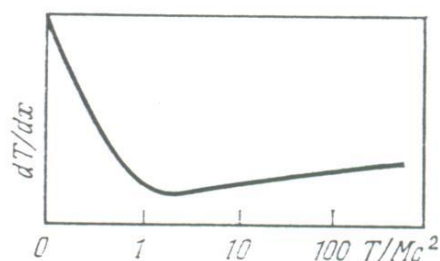
Glavni rezultat koji sledi iz prethodne formule je da specifični gubitak energije proporcionalan kvadratu naelektrisanja čestice, brojnoj gustini elektrona medijuma, i izvesnoj funkciji  $\varphi(v) \propto 1/v^2$ , a da je nezavisno od mase čestice M:

$$dT/dx \propto z^2 n_e \varphi(v) \quad 4.2.10$$

Takva regularnost se može ilustrovati razmatranjem Bragove krive za specifičnu jonizaciju alfa čestica, koja je dobro poznata u atomskoj fizici (Slika 146). Povećanje specifične jonizacije se može videti pri kraju putanje alfa čestica.



Slika 146



Slika 147

Formula 4.2.9 pokazuje da sa povećanjem energije čestice, specifični gubitak energije opada vrlo brzo (inverzno proporcionalno energiji), ali se opadanje usporava kako brzina čestice prilazi brzini svetlosti. Na izvesnoj vrednosti energije, specifični gubitak na jonizaciju postiče minimalnu vrednost. Ovo znači da imenilac u formuli 4.2.9 sadrži skoro konstantan član  $v^2 \cong c^2$ .

Medjutim, ispitivanje izraza u zagradi pokazuje da počev od neke veoma visoke energije čestice, veličina  $dT/dx$  ponovo počinje lagano da raste (logaritamski) i dostiže izvestan plato (Slika 147).

Smanjenje logaritamskog rasta  $dT/dx$  je praćeno polarizacijom atoma blizu trajektorije čestice, što dovodi do smanjenja elektromagnetskog polja koje deluje na udaljene elektrone. Ovaj efekat je proporcionalan gustini supstance (tačnije rečeno gustini elektrona) i zato se naziva efekat gustine. Ovaj efekat se opisuje u formuli 4.2.9 članom  $\delta$  čija je struktura takva da kompenzuje logaritamsko povećanje jonizacionih gubitaka na veoma visokim energijama.

Efekat gustine se ranije javlja u kondenzovanim medijima nego u retkim. Kvantitativno ovo znači da relativističko povećanje jonizacionih gubitaka jeste različito u raznim medijima. U kondenzovanim medijima, ovaj efekat se meri u procentima, dok je u gasovima nekoliko desetih delova procenta. Kao primer koji ilustruje ulogu relativističkog povećanja jonizacionih gubitaka i efekat gustine razmotrimo podatke o kretanju naelektrisanih čestica u fotografskim emulzijama.

U ovom slučaju, kriva za  $dT/dx$  dostiže minimum na  $T \approx (2-3) \text{ Mc}^2$ , raste za oko 10 % i dostiže maksimum počev od  $T \approx (20-50) \text{ Mc}^2$ .

Poslednji član u formuli 4.2.9, označen sa  $U$  je korekcionni faktor za relativno niske energije jonizujuće čestice. Ako je brzina čestice uporediva sa orbitalnom brzinom  $K$  ili  $L$  elektrona, onda oni više ne učestvuju u sudarima i vrednost  $dT/dx$  opada. Energija čestica pri kojima se ova korekcija uvodi raste sa vrednošću  $Z$  medijuma. Za  $Z \approx 30$ , korekcija za  $K$  elektrone se treba uvesti pri  $T_p \approx 50 \text{ MeV}$ , a za  $L$  elektrone pri  $T_p \approx 10 \text{ MeV}$ .

Uloga  $M$ ,  $N$  i drugih elektrona postaje značajna pri još nižim energijama ( $T_p = 1 \text{ MeV}$ ). Pored toga u ovoj energetske oblasti moramo razmotrimo (naročito za višestruko naelektrisane čestice) efekat zahvata i gubitka elektrona od strane sporih čestica.

Formula za računanje jonizacionih gubitaka elektrona ima nešto drugačiju formu u poredjenju sa formulom 4.2.9 za teške naelektrisane čestice

$$\left( -\frac{dT_e}{dx} \right)_{jon}^{(e)} = \frac{2\pi e^4 n_e}{m_e v^2} \left[ \ln \frac{m_e v^2 T_e}{2I(1-\beta^2)} - \ln 2(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) - 1 - \beta^2 + 1/8(1 - \sqrt{1-\beta^2})^2 - \delta \right] \quad 4.2.11$$

gde je  $T_e$  relativistička kinetička energija elektrona,  $n_e$  je elektronska gustina materijala, i  $\delta$  je korekcija na efekat gustine. Ova razlika potiče od činjenice da se pri razmatranju elementarnog procesa interakcije između dva elektrona, mora uzeti u obzir odbijanje između njih i kvantno mehanički efekat izmene izazvan identičnošću čestica. Za visoko energetske elektrone, kao i za teške naelektrisane čestice, mora se uzeti u obzir i efekat gustine, što dovodi do opadanja jonizacionih gubitaka u poredjenju sa 4.2.11. Medjutim, na vrlo visokim energijama, elektroni počinju da gube energiju usled povećanja zakočnog zračenja. Ako je energija iznad neke kritične vrednosti, ovi gubici dominiraju nad jonizacionim.

#### 4.2.2. Zavisnost jonizacionih gubitaka od medijuma

Jednostavan oblik zavisnosti  $dT/dx$  od parametara čestice i sredine (formula 4.2.10), omogućuje lako računanje  $dT/dx$  za druge čestice i medijume. Prepostavimo da se dve čestice sa istim naelektrisanjem (recimo proton i deutron) kreću u istom medijumu ( $n_e = \text{const}$ ). U ovom slučaju, vrednost  $dT/dx$  će biti iste za obe čestice u oblasti jednakih brzina (gde je  $\varphi(v) = \text{const}$ ):

$$(dT_p / dx)_{v=v_0} = (dT_d / dx)_{v=v_0} \quad 4.2.12$$

Medjutim, pri identičnim brzinama, energije čestica su u istom odnosu kao i njihove mase. Odavde, za primer razmatran ovde imamo:

$$(dT_d / dx)_{T=T_0} = (dT_p / dx)_{T=T_0/2} \quad 4.2.13$$

Slično možemo da izračunamo vrednosti  $dT/dx$  i za čestice sa drugim vrednostima  $z$  ( $z \neq 1$ ). Podsetimo se da u ovom slučaju, čestica sa  $z \neq 1$  ima  $z^2$  veću vrednost  $dT/dx$  od čestice sa  $z=1$  koja se kreće istom brzinom. Na primer,  $dT/dx$  za  $\alpha$  čestice i proton su povezane preko relacije

$$(dT_\alpha / dx)_{v=v_0} = 4(dT_p / dx)_{v=v_0} \quad 4.2.14$$

ili

$$(dT_{\alpha} / dx)_{T=T_0} = 4(dT_p / dx)_{T=T_0/4} \quad 4.2.15$$

Računanje za druge medijume se lako može obaviti ako se podsetimo da je  $dT/dx$  linearna funkcija elektronske gustine  $n_e$  medijuma. Dobro je poznato da je elektronska gustina  $n_e$  jednaka  $Z \cdot n_{\text{nucl}}$ , gde je  $z$  naelektrisanje jezgra koja grade medijum i  $n_{\text{nucl}}$  je njihova brojna gustina. Medjutim,  $n_{\text{nucl}}$  je skoro konstanto za sve medijume, i odatle se može uvesti korekcionni faktor  $Z_2/Z_1$ , gde su  $Z_1$  i  $Z_2$  naelektrisanja jezgra za prvi i drugi medijum, resp. Tako, pri jednakim brzinama jonizacioni gubici čestice koja se kreće u olovu biće 14 puta veća nego jonizacioni gubici za istu česticu u ugljeniku

$$Z_{pb} / Z_C = 82 / 6 = 14$$

Tako,  $dT/dx$  se jako menja kako se ide od jednog medijuma do drugog. Ponekad se koristi termin specifični jonizacioni gubitak  $dT/d\xi$  gde se dužina izražava u  $\text{g/cm}^2$ . Očigledno je da je  $\xi = \rho x$ , gde je  $\rho$  gustina materije. Sve skupa ovo daje

$$dT / d\xi = (dT / dx)(dx / d\xi) = (1 / \rho)(dT / dx) \quad 4.2.16$$

Kako je  $\rho \propto Z$  i  $dT/dx \propto Z$  nalazimo da je  $(1 / \rho)(dT / dx) \cong \text{const}$ . Tako veličina  $dT/d\xi$  je praktično konstantna za sve medijumu i pogodnija je za brza računanja. Radi razloga poredjenja vrenosti  $dT/d\xi$  za protone u vazduhu i olovu su date u Tabeli 22 za razne energije.

Tabela 22.

T (MeV)	$(dT/dx)_{\text{vazduh}}$ , MeV/(g cm <sup>-2</sup> )	$(dT/dx)_{\text{pb}}$ , MeV/(g cm <sup>-2</sup> )	T (MeV)	$(dT/dx)_{\text{vazduh}}$ , MeV/(g cm <sup>-2</sup> )	$(dT/dx)_{\text{pb}}$ , MeV/(g cm <sup>-2</sup> )
1	30	150	100	7.5	5
10	50	30	>1000	2.3	1.6

### 4.2.3 Veza izmedju dometa i energije

Za dati medijum i česticu sa naelektrisanjem  $z$ , veličina  $dT/dx$  je funkcija samo brzine, i odavde, za čestice sa datom masom, funkcija samo kinetičke energije;

$$dT / dx = \varphi(T) \quad 4.2.17$$

Integraleći ovaj izraz preko svih vrednosti od 0 d  $T_0$ , dobija se celokupni domet  $X$  čestice:

$$X = \int_0^{T_0} \frac{dT}{\varphi(T)} \quad 4.2.18$$

Domet čestica se obično obeležava sa  $R$  i meri se u jedinicama dužine, (m, cm,  $\mu\text{m}$ ) ili gustine ( $\text{g/cm}^3$ ). Razmotrimo sada izvesne formule koje povezuju domet i energije raznih čestica u raznim medijumima.

1. Računanje i eksperimentalna verifikacija dovodi do dometa monoenergetskih protona u fotografskoj emulziji:

$$T_p = \alpha R_p^n \quad 4.2.19$$

Gde je  $\alpha \approx 0.25$ ,  $n \approx 0.58$ , T se izražava u MeV i R u mikrometrima. Formula 4.2.19 se lako modifikuje za bilo koju česticu u fotografskoj emulziji. Za nerelativističke energije ima se

$$\frac{dT}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{mv^2}{2} \right) = mv \frac{dv}{dx} \quad 4.2.20$$

Kako je u skladu sa formulom 4.2.10,  $dT/dx = z^2 \phi(v)$  za dati medijum dobijamo

$$z^2 \phi(v) = mv \frac{dv}{dx} \quad \text{i} \quad dx = \frac{m}{z^2} \frac{v}{\phi(v)} dv$$

$$X = \frac{m}{z^2} \int \frac{v}{\phi(v)} dv = \frac{m}{z^2} \phi(v) \quad 4.2.21$$

Tako, dometi dve čestice koje imaju iste brzine u datom medijumu su u odnosu vrednosti  $m/z^2$ . Označavajući mase protona i nepoznate čestice sa  $m_p$  i  $m$ , njihova naelektrisanja sa  $z=1$  i  $z$ , njihove domete  $R_p$  i  $R$ , dobijamo

$$R_p : R = m_p : \frac{m}{z^2} \quad \text{ili} \quad R_p = R \frac{m_p}{m} z^2 \quad 4.2.23$$

$$T_p : T = m_p : m \quad \text{ili} \quad T_p = T \left( \frac{m_p}{m} \right) \quad 4.2.24$$

Zamenjujući izraze za  $R_p$  i  $T_p$  u 2.29 dobijamo

$$T = \alpha \left( \frac{m}{m_p} \right)^{1-n} z^{2n} R^n \quad 4.2.25$$

Ova formula je ispravna za bilo koje teške naelektrisane čestice u fotografskoj emulziji.

2. Veza izmedju dometa i energije elektrona u aluminijumu je data preko empirijskih formula oblika

$$\begin{aligned} R &= 0.407 T_e^{1.38} \text{ g/cm}^2 \quad \text{za} \quad 0.15 < T_e < 0.8 \text{ MeV} \\ R &= 0.542 T_e - 0.133 \text{ g/cm}^2 \quad \text{za} \quad T_e > 0.8 \text{ MeV} \end{aligned} \quad 4.2.26$$

Ove formule se mogu takodje koristiti i za druge materijale. Ponekad, kao gruba ocena može se koristiti



$$R = 0.5T - 0.1$$

Gde je R izraženo u  $\text{g/cm}^2$  a T u MeV.

3. Energija i domet u vazduhu alfa čestica emitovanih prirodnim alfa emiterima su u vezi

$$\bar{R} = 0.318 T_\alpha^{3/2} \quad \text{za } 3 < R_\alpha < 7 \text{ cm} \quad 4.2.27$$

Gde se R meri u cm, a T u MeV. Na višim energijama, do 200 MeV, eksponent energije raste sa 3/2 na 1.8 i formula ima oblik

$$R = (T_\alpha / 37.2)^{1.8}$$

Ovde se R meri u metrima u vazduhu,  $T_\alpha$  je u MeV. Prema pravilima preračunavanja 4.2.23 i 4.2.24, ova formula se može prepisati u obliku za protone

$$R = (T_p / 9.3)^{1.8} \quad 4.2.28$$

### 4.3. Dirakov monopol

Videli smo da je jedna od glavnih karakteristika formule 4.2.9 inverzna proporcionalnost specifične jonizacije od kvadrata brzine čestice i nezavisnost od mase. Razmotrimo interesantnu situaciju u kojoj zavisnost  $(dT/dx)_{\text{jon}}$  od brzine iščezava. Ovo je slučaj za hipotetičnu česticu nazvanu Dirakov monopol.

Dobro je poznato da je električno naelektrisanje ili električno polje (monopol), elementarni nosilac električnih osobina materije, dok je magnetski dipol nosilac magnetskih osobina. Kao rezultat, Maksvelove jednačine nisu sasvim simetrične u odnosu na električne i magnetske veličine

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= - = \frac{\partial \vec{H}}{c \partial t} & \text{div } \vec{E} &= 4\pi \rho_e \\ \text{rot } \vec{H} &= \frac{\partial \vec{E}}{c \partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} & \text{div } \vec{H} &= 0. \end{aligned} \quad 4.3.1.$$

Dirak je 1931. godine primetio da se jednačine 4.3.1 mogu simetrizovati uvođenjem namagnetisanja  $\mu$  i magnetske struje  $j_m$  kao

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= - = \frac{\partial \vec{H}}{c \partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}_\mu & \text{div } \vec{E} &= 4\pi \rho_e \\ \text{rot } \vec{H} &= \frac{\partial \vec{E}}{c \partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} & \text{div } \vec{H} &= 0. \end{aligned} \quad 4.3.2.$$

Dirak je uspeo da pokaže da nema nekonzistentnosti u elektrodinamici zasnovanoj na simetričnim Maksvelovim jednačinama. Prema Diraku, to bi bilo zapanjujuće da priroda ne

iskoristi ovu opciju. Tako, predviđeno je postojanje čestice sa osobinama magnetnog pola, tj., monopola. Ova čestica mora da poseduje sasvim specifične osobine. Kao prvo, mora da ima nešto što je slično električnom naelektrisanju. Odavde magnetni monopol mora da kreira Kulonovo magnetsko polje  $H \propto \mu/r^2$ . Dva monopola moraju da interaguju u skladu sa Kulonovim zakonom  $F_C = \mu_1\mu_2/r^2$ . U magnetskom polju H, monopol mora da oseća silu  $F = \mu H$ . Konačno, monopol  $\mu$ , u kretanju mora da stvara električno polje  $E = Hv/c$ .

Kako magnetski monopol učestvuje u elektromagnetskim interakcijama, mora da trpi jonizacione gubitke energije. Formula za specifičan jonizacioni gubitak  $(dT/dx)_{jon}$  se može dobiti na isti način kao i formula 4.2.6:

$$\Delta p_{\perp} = F\tau, \quad F = eH \frac{v}{c} = \frac{e\mu v}{r^2 c}, \quad \tau = \frac{2r}{v}$$

$$\Delta p_{\perp} = \frac{e\mu}{rc}, \quad \Delta T = \frac{\Delta p^2}{2m_e} = \frac{2e^2\mu^2}{m_e r^2 c^2}, \quad \frac{dT}{dx} \propto e^2\mu^2$$

Jonizacioni gubici monopola su proporcionalni njegovom naelektrisanju i nezavisni od njegove brzine. Trag monopola mora imati uniformnu debljinu duž celog dometa.

Kvantitativno, naelektrisanje monopola mora biti 68.5n puta veće od jediničnog naelektrisanja (n je celobrojno). Ovo se može sasvim jednostavno objasniti. Pretpostavimo da su naelektrisanje e i monopol  $\mu$  na rastojanju a (Slika 148). U tački O, električno polje stvoreno naelektrisanjem je dato sa  $E = e/r^2$ , dok je magnetsko polje stvoreno monopolom  $H = \mu/r_{\mu}^2$ , impuls po jediničnoj zapremini je  $\vec{p} = [\vec{E}\vec{H}]/4\pi c \propto e\mu/a^4 c$ , a moment impulsa je dat sa

$$\int p\delta dV = e\mu/c$$

Kako je momenat impulsa kvantovana veličina, možemo pisati

$$2e\mu/c = n\hbar \tag{4.3.3}$$

(faktor 2 se pojavljuje kao rezultat strožijeg izvodjenja). Ovo daje

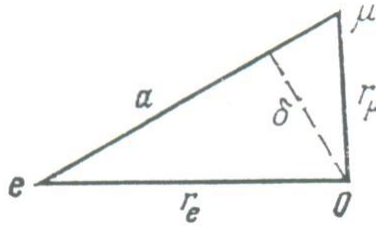
$$\mu = \frac{n\hbar c}{2e} = 68.5ne \tag{4.3.4}$$

gde je  $e^2/\hbar c = \alpha = 1/137$  konstanta fine strukture. Velika vrednost naelektrisanja monopola je odgovorna za mnoge od njegovih osobina. Kao prvo, to je jako jonizujuća čestica. Jonizacioni gubici monopola su bar  $68.5^2 \approx 4700$  puta veći nego obične naelektrisane čestice, tj, oni su reda

$$4700 \times 2 MeV / (g cm^2) = 9400 MeV / (g cm^2) = 10 GeV / (g cm^2). \tag{3.5}$$

Monopol sa energijom  $10^{12}$  eV izgubiće svu svoju energiju pri prolasku 1 m vode. Medjutim, monopol brzo stiće energiju u magnetskom polju. Ovo sledi iz jednačine  $F = \mu H$  po kojoj na rastojanju od 1 xm, u polju 1 G, monopol dobija energiju  $300 \times 68.5 = 2 \times 10^4$  eV. Ovo znači da će monopol u standardnom magnetskom polju od  $10^4$  G = 1 T na rastojanju od 1 m, dobiti energiju

od 20 GeV. Ako monopol postoji i ako zaista bude otkriven, to bi otvorilo mogućnost stvaranja veoma malih akceleratora.



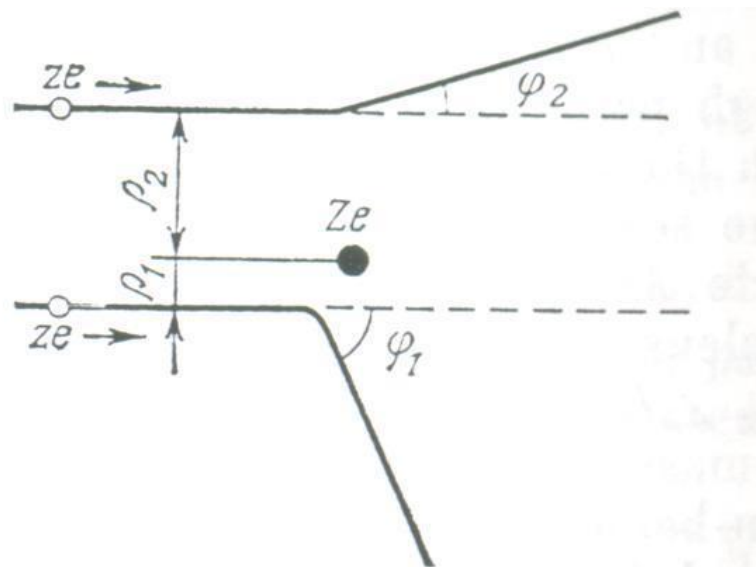
Slika 148

Napori su načinjeni u toku mnogo godina da se detektuje monopol u prirodi (u kosmičkom zračenju, magnetskim rudama, meteoritima, mesečevom tlu) i na akceleratorima. Istraživanje obavljeno 1975 godine na Berkliju pomoću višeslojnog leksana ukupne površine 20 m<sup>2</sup> koji je balonom podignut na visinu od 40 km. Leksan je osetljiv samo na jezgra sa velikim Z te bi trebalo da je osetljiv i na monopol. Čestice kidaju hemijske veze na svom putu i ovo se opaža kao koničan plitak trag nakon hemijskog nagrizanja. Brzina nagrizanja zavisi od  $Z/\beta$  incidentnih čestica. Posle leta od 2.6 dana, registrovan je jedan događaj u kome nema zavisnosti od  $Z/\beta$  i koji je prvobitno pripisan monopolu. Kasnije proučavanje ovog događaja je otkrilo da odsustvo zavisnosti od  $Z/\beta$  potiče od alternativnog efeketa, tj., istovremene emisije alfa čestica i protona od strane jezgra u toku usporavanja (istovremeno i jednako smanjenje  $z$  i  $\beta$ ). Stvorene čestice bi bile detektovane, ali je debljina detektora bila nedovoljna.

#### 4.4. Elastično rasejanje čestica

Elastično rasejanje je proces interakcije između dve čestice u kome se ukupna kinetička energija čestica održava i preraspodeljuje između čestica, koje uz to menjaju pravac kretanja.

U nuklearnoj fizici, Kulonove i nuklearne sile (jaka interakcija) su odgovorne za elastično rasejanje. Naelektrisane čestice niskih energija se rasejavaju Kulonovim silama, dok se visoko energetske naelektrisane čestice rasejavaju nuklearnim silama. Priroda rasejanja se određuje impakt parametrom  $\rho$  (u klasičnoj analizi) ili orbitalnim kvantnim brojem  $l$ , (u kvantno mehaničkoj analizi). Na Sl. 149 predstavljena je naelektrisana čestica naelektrisanja  $ze$ ,



Slika 149

koja prolazi brzinom  $v$  blizu druge naelektrisane čestice  $Ze$  (pri malom udarnom parametru  $\rho=\rho_1$ ) i rasejava se na većem uglu  $\varphi_1$  nego čestica koja prolazi na većem rastojanju (udarni parametar  $\rho=\rho_2$  je veliki, a ugao rasejanja mali).

Za dugodometne sile (Kulonova ili gravitaciona) udarni parametar  $\rho$  može biti veoma veliki. U slučaju kratkodometnih sila (nuklearne sile) udarni parametar mora biti manji od dometa  $a$  nuklearnih sila (čestica mora proći unutar dometa sile). Prema kvantnoj mehanici, čestica sa datim impulsom imaće, umesto neprekidnog niza vrednosti  $\rho$  koje zadovoljavaju nejednakost

$$\rho < a \quad 4.4.1$$

samo izvestan skup vrednosti datih izrazom

$$\rho_l = (\hbar/p)\sqrt{l(l+1)} = \lambda\sqrt{l(l+1)} < a \quad 4.4.2$$

Gde  $l=0,1,2,\dots$  Ovaj uslov se dobija poredjenjem klasičnog i kvantnomehaničkog izraza za momenat impulsa  $l$  čestice:

$$|\vec{l}| = p\rho = \hbar\sqrt{l(l+1)} \quad 4.4.3$$

Što je čestica sporija, manji je njen impuls,  $p$ , to je manji broj mogućih vrednosti orbitalnog kvantnog broja  $l$ , to je i manje mogućih vrednosti sudarnog parametra ( $\rho < a$ ). Na primer, lako se može pokazati računanjem da se rasejanje neutrona energije  $T < 10$  MeV na protonu može odigrati samo za  $l = 0$  i  $\rho = 0$  (ovo je analogno čeonom sudaru u klasičnoj mehanici). Nasuprot ovome,  $p$  je veoma veliko za brze čestice i uslov 4.4.2 se može zadovoljiti za razne vrednosti  $l$  i  $\rho$ . U ovom slučaju, svaka vrednost  $l$  će diktirati svoju sopstvenu ugaonu raspodelu rasejanih čestica.

#### 4.4.1. Dijagram impulsa rasejanja

Ako je pravac kretanja rasejavajuće čestice poznat (iz eksperimenta ili računanja za dati sudarni parametar  $\rho$  i date sile), postoji jednostavan geometrijski model za računanje brzine i pravca sekundarno rasejane čestice (posle rasejanja) iz poznatih vrednosti brzine i pravca incidentne čestice. Ovaj metod se naziva dijagram impulsa.

Pretpostavimo da čestica mase  $M_1$  i brzine  $v$  doživljava elastičan sudar sa česticom u miru mase  $M_2$ . Centar masa obe čestice ima brzinu  $v_{cm} = M_1 v / (M_1 + M_2)$ . Brzina čestice  $M_2$  u sistemu centra mase je  $v'_{M_2} = -v_{cm} = -M_1 v / (M_1 + M_2)$ . Impuls čestice u ovom sistemu je

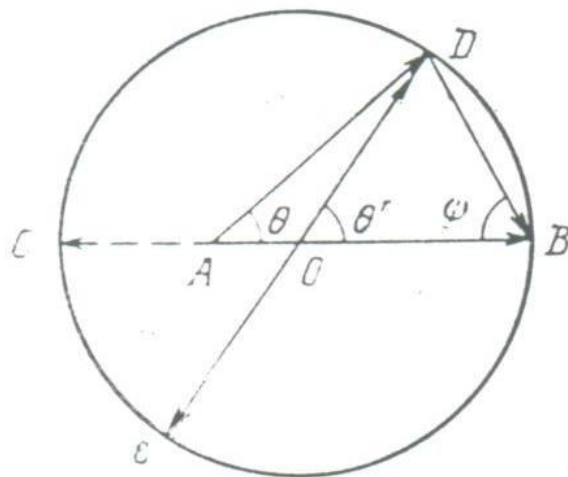
$$\vec{p}'_{M_2} = -\frac{M_1}{M_1 + M_2} \vec{p}_{M_1} \quad \text{dok je impuls čestice } M_1 \text{ jednak ali suprotan po smeru,}$$

$$\vec{p}'_{M_1} = -\vec{p}'_{M_2} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} \vec{p}_{M_2} \quad (\text{prema osobinama sistema centra masa}).$$

Pretpostavimo da segment  $AB$  predstavlja, u izvesnoj skali, inicijalni impuls čestice  $M_1$  u laboratorijskom koordinatnom sistemu:  $p_{M_1} = AB$  (Slika 150). Podelimo segment tačkom  $O$  u odnosu masa čestica, tj.,  $AO:OB=M_1:M_2$ . U ovom slučaju,

$$OB = \frac{M_2}{M_1 + M_2} p_{M_1} = p'_{M_1}, \quad i \quad p'_{M_2} = -p'_{M_1} = OC$$

Prema zakonu održanja impulsa, impuls obe čestice u sistemu centru masa moraju ostati isti i suprotni i posle sudara. Pored toga, apsolutna vrednost impulsa se takodje ne menja u slučaju elastičnih sudara pri kojima se ukupna kinetička energija održava.



Slika 150

Na ovaj način, opis procesa rasejanja za dve čestice u sistemu centra masa se svodi na rotaciju para impulsa,  $\vec{p}'_{M_1} = \vec{OB}$  i  $\vec{p}'_{M_2} = \vec{OC}$  za neki ugao  $\theta'$  tako da impulsi čestica  $M_1$  i  $M_2$  nakon

sudara budu reprezentovani segmentima  $\vec{p}'_{M_1} = \vec{OD}$  i  $\vec{p}'_{M_2} = \vec{OE}$  (simbol  $\checkmark$  je uveden da napravi razliku izmedju impulsa p čestica pre i posle sudara.

Za prelaz nazad u laboratorijski sistem, mora se uzeti u obzir kretanje centra masa sistema brzinom  $v_{cm} = M_1 v / (M_1 + M_2)$  u odnosu na laboratorijski koordinatni sistem. Obe čestice učestvuju u ovom kretanju, i zato stiču dodatni impuls usled translacije.

$$\left. \begin{aligned} (\vec{p}_{M_1})_{tr} &= M_1 \vec{v}_{CM} = \frac{M_1^2}{M_1 + M_2} \vec{v} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} \vec{p}_{M_1} \\ (\vec{p}_{M_2})_{tr} &= M_2 \vec{v}_{CM} = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \vec{v} = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \vec{p}_{M_1} \end{aligned} \right\} \quad 4.4.4.$$

Na slici 150, segmenti  $\vec{AO}$  i  $\vec{OB}$  odgovaraju impulsima  $(\vec{p}_{M_1})_{tr}$  i  $(\vec{p}_{M_2})_{tr}$ . Tako se u sistemu

centra masa, impuls čestice  $M_1$  posle rasejanja meri segmentom  $\vec{p}'_{M_1} = \vec{OD}$  dok se dodatni impuls meri segmentom  $\vec{OA}$ . Vektorska suma ovih segmenata je vektor  $\vec{AD} = \vec{OD} + \vec{AO}$ , koji predstavlja impuls čestice  $(\vec{p}'_{M_1})$  u laboratorijskom sistemu koordinata posle rasejanja.

Slično, dodatni vektori  $\vec{p}'_{M_2} = \vec{OE}$  i  $(\vec{p}_{M_2})_{tr} = \vec{OB}$  daju vektor  $\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = \vec{OB} + \vec{OE}$  koji predstavlja impuls uzmaknutog jezgra u laboratorijskom koordinatnom sistemu posle rasejanja. Očekivano, oba vektora  $\vec{AD}$  i  $\vec{DB}$  zajedno sa inicijalnim impulsom  $\vec{p}_{M_1} = \vec{AB}$  čestice  $M_1$  grade vektorski trougao tako da je

$$\vec{p}_{M_1} = \vec{p}'_{M_1} + \vec{p}'_{M_2}$$

Tako, sledeća konstrukcija je potrebna za dobijanje impulsa rasejane čestice i uzmaknutog jezgra.

1. Postavi da je segment AB jednak impulsu inicijalne čestice  $M_1$ :  $\vec{p}_{M_1} = \vec{AB}$
2. Podeli ovaj segment tačkom O u odnosu masa čestica,  $AO/OB = M_1/M_2$  i nacrtati krug sa centrom u O tako da prolazi kroz tačku B.
3. Iz tačke A povuci pravu liniju pod uglom rasejanja  $\theta$  (koji je na primer poznat iz eksperimenta) do preseka sa krugom u tački D: Spoji tačke D i B.
4. Povuci dijametar kruga kroz D.

Sada, u skladu sa prethodnom analizom, segment  $\vec{AD}$  predstavlja impuls rasejane čestice,  $\angle BAD = \theta$  je ugao rasejanja čestice  $M_1$ , segment  $\vec{DB}$  odgovara impulsu uzmaka jezgra, dok je  $\angle DBA = \psi$  ugao rasejanja uzmaka jezgra  $M_2$ ,  $\angle DOB = \theta'$  je ugao rasejanja čestice  $M_1$  u sistemu centra masa. Impulsi čestice  $M_1$  u sistemu centra masa pre i posle sudara su predstavljeni segmentima  $\vec{OB}$  i  $\vec{OD}$ , dok  $\vec{OC}$  i  $\vec{OE}$  predstavljaju odgovarajuće vrednosti za česticu  $M_2$ . Ako ugao rasejanja  $\theta$  nije poznat, a dijagram se konstruiše sa ciljem određivanja ovog ugla

pored poznavanja impulsa rasejane čestice i uzmaknutog jezgra, tačke 3 i 4 u prethodnoj šemi se moraju zameniti. U ovom slučaju, tačka D se dobija kao rezultat preseka kruga sa dijametrom povučenim pod uglom  $\theta'$  koji određuje pravac rasejanja čestice  $M_1$  u sistemu centra masa. Ostavljamo čitaocu da izvede sledeće očite relacije

**1.** Ukupna kinetička energija obe čestice u sistemu centra masa (relativna kinetička energija

$$T' = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \frac{v^2}{2} = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} T = \frac{\mu v^2}{2} \quad 4.4.5.$$

gde je  $\mu = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$  redukovana masa čestica  $M_1$  i  $M_2$ .

**2.** Kinetička energija translatornog kretanja obe čestice  $T_{CM} = (M_1 + M_2)v_{CM}^2$  ili, kako je  $v_{CM} = M_1 v / (M_1 + M_2)$ ,

$$T_{CM} = \frac{M_1^2}{(M_1 + M_2)} \frac{v^2}{2} = \frac{M_1}{(M_1 + M_2)} T \quad 4.4.6.$$

Poredjenje relacija 4.4.5 i 4.4.6 daje  $T' + T_{CM} = T$ , gde je T kinetička energija čestice  $M_1$  u laboratorijskom koordinatnom sistemu ( $T = M_1 v^2 / 2$ ).

**3.** Posle sudara, kinetičke energije čestica  $M_1$  i  $M_2$  u laboratorijskom koordinatnom sistemu su

$$\check{T}_{M1} = \frac{M_1^2 + M_2^2 - 2M_1 M_2 \cos 2\psi}{(M_1 + M_2)^2} T; \quad \left( \check{T}_{M1} \right)_{\min} = \frac{M_1^2 - M_2^2}{(M_1 + M_2)^2} T \quad 4.4.7$$

$$\check{T}_{M2} = \frac{2M_1 M_2 (1 + \cos 2\psi)}{(M_1 + M_2)^2} T; \quad \left( \check{T}_{M2} \right)_{\max} = \frac{4M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} T \quad 4.4.8$$

U skladu sa zakonom održanja energije, dobija se sledeća relacija za elastične sudare:

$$\check{T}_{M1} + \check{T}_{M2} = T$$

**4.** Uglovi rasejanja čestica  $M_1$  i  $M_2$  u laboratorijskom koordinatnom sistemu su povezani relacijom

$$\tan \theta = \frac{\sin 2\psi}{M_1 / M_2 - \cos 2\psi} \quad 4.4.9$$

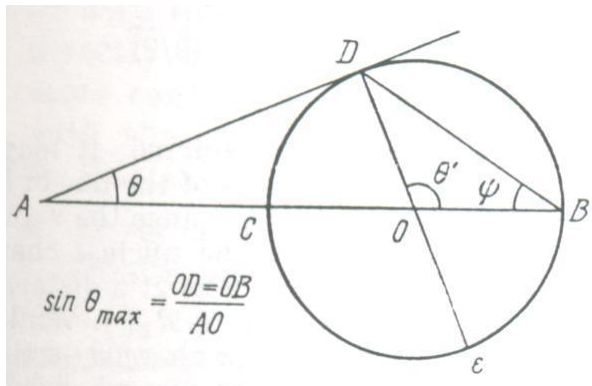
Ugao rasejanja čestice  $M_1$  u laboratorijskom koordinatnom sistemu je povezan sa uglom rasejanja  $\theta'$  u sistemu centra masa preko

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta'}{M_1/M_2 + \cos \theta'} \quad 4.4.10$$

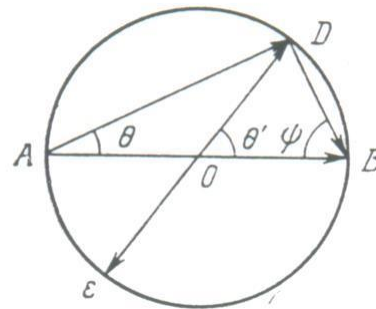
5. Ako je  $M_1 > M_2$  (Slika 151) postoji maksimalna vrednost ugla rasejanja čestice  $M_1$  u laboratorijskom koordinatnom sistemu

$$\sin \theta_{\max} = M_2 / M_1 \quad 4.4.11$$

Dijagram impulsa se opet može iskoristiti za brzo i pogodno rešenje raznih problema elastičnih sudara.



Slika 151



Slika 152

Za čestice poznatih masa može se koristiti za određivanje njihovih impulsa i energija nakon sudara za bilo koji ugao rasejanja (formule 4.4.7 i 4.4.8). Ako su uglovi rasejanja obe čestice poznati, kao i masa jedne čestice, ovaj dijagram se može koristiti za nalaženje mase druge čestice (formula 4.4.9). Dijagram impulsa dobija specijalnu jednostavnu formu ako su čestice jednakih masa  $M_1 = M_2$ . U ovom slučaju

$$\vec{p}_{M_1} = \vec{AB} ; \vec{p}_{M_2} = 0 ; \vec{p}'_{M_1} = \vec{p}_{M_1} / 2 = \vec{OB} ; \vec{p}'_{M_2} = \vec{OA}$$



$$\begin{aligned}
\mu &= M_1/2 = M_2/2; \quad T'_{M_1} = (p'_{M_1})^2/2M_1 = T/4; \\
T'_{M_2} &= (p'_{M_2})^2/2M_2 = T/4; \quad T'_{M_1} + T'_{M_2} = T/2 \\
\theta' &= 2\theta; \quad \theta + \psi = \pi/2; \quad \cot\theta \cot\psi = 1; \\
\check{p}_{M_1} &= \vec{AD} = \vec{AB} \cos\psi = \vec{p}_{M_1} \cos\theta = \vec{p}_{M_1} \sin\psi \\
\check{p}_{M_2} &= \vec{DB} = \vec{AB} \cos\psi = \vec{p}_{M_1} \cos\theta = \vec{p}_{M_1} \sin\theta;
\end{aligned} \tag{4.4.12.}$$

$$\begin{aligned}
\check{T}_{M_1} &= T_{M_1} \cos^2\theta; \quad \check{T}_{M_2} = T_{M_1} \cos^2\psi = T_{M_1} \sin^2\theta; \\
\left(\check{T}_{M_1}\right)_{\max} &= T_{M_1}; \quad \left(\check{T}_{M_1}\right)_{\min} = 0; \quad \left(\check{T}_{M_2}\right)_{\max} = T_{M_2}; \\
\left(\check{T}_{M_2}\right)_{\min} &= 0
\end{aligned}$$

#### 4.4.2. Raderfordova formula

Za  $M_1 \ll M_2$  ( $m \ll M$ ), prethodno opisan dijagram impulsa daje da je

$$\begin{aligned}
(\check{p}_m)_{\min} &= -(M-m)\vec{p}_m/(M+m) \cong -\vec{p}_m \\
(\check{T}_m)_{\min} &= [(M-m)/(M+m)]^2 T_m \cong -T_m
\end{aligned} \tag{4.4.13.}$$

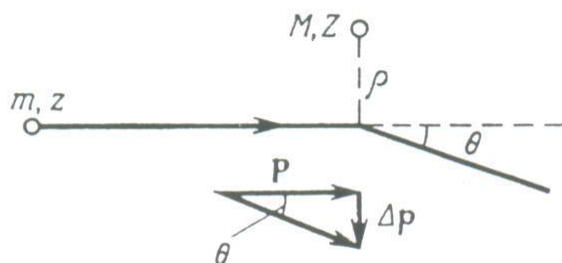
Ovo praktično znači da su impuls i energija čestice ostali nepromenjeni. Glavni rezultat elastičnog sudara je skretanje čestice sa originalne putanje. Ugao  $\theta$  na kome čestica skrene se može naći iz uslova  $\tan\theta = \Delta p/p$ , gde je  $p$  impuls čestice i  $\Delta p$  je porast impulsa koji je rezultat interakcije sa rasejavajućim centrom. Ugao  $\theta$  je određen intenzitetom interakcije između čestica, tj., zavisi od zakona interakcije i impakt parametra  $\rho$ . Kada interaguju dve naelektrisane čestice, zakon interakcije (promena sile sa rastojanjem  $\rho$ ) je poznat, i izraz za  $\tan\theta$  se može izračunati na isti način kao i u sekciji 4.2:

$$\tan\theta = \Delta p/p = F\Delta t/p \cong (Zze^2/\rho)(2\rho/v)(1/p) = (2Zze^2/pv)(1/\rho) \tag{4.4.14.}$$

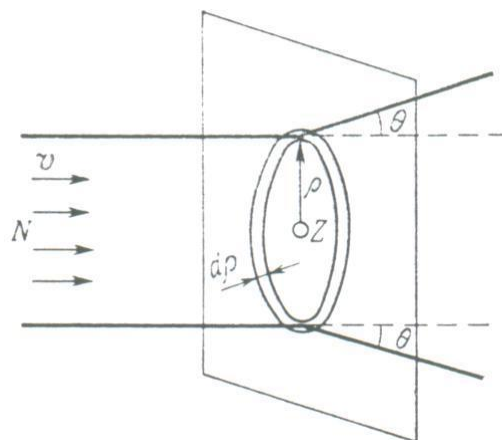
Lako se može uvideti da je za male uglove (i nerelativističke energije) ova formula ista kao i klasična formula u atomskoj fizici

$$\tan\frac{\theta}{2} = (Zze^2/mv^2)(1/\rho) \tag{4.4.15.}$$

koja je dobijena iz zakona održanja energije i momenta impulsa pod pretpostavkom da je Kulonov zakon ispravan na malim rastojanjima ( $\rho < 10^{-8} \text{ cm}$ ).



Slika 153



Slika 154

Ova formula se ne može proveriti direktno u eksperimentima jednostavnim merenjima ugla rasejanja  $\theta$ , jer sadrži i impakt parametar, koji se ne može meriti. Medjutim, ova formula se može verifikovati statistički, analizom velikog broja slučajeva rasejanja za sve moguće vrednosti impakt parametra  $\rho$ .

Neka je  $N$  intenzitet snopa čestica, sa masom  $m$ , naelektrisanjem  $z$  i brzinom  $v$  (broj čestica koje prodju  $\text{cm}^2$  u 1 s). Ako jedna određena čestica sa naelektrisanjem  $Z$  leži na putu ovog snopa (Slika 154), broj čestica skrenutih na uglu  $\theta$  će biti  $dN = 2\pi\rho d\rho N$  gde se  $\rho$  računa iz formule 4.4.15. Veličina  $d\sigma = dN/N = 2\pi\rho d\rho$  se naziva ekikasni diferencijalni presek rasejanja. Karakteriše verovatnoću rasejanja čestice na datom uglu  $\theta$  jednim jezgrom. Kako u stvarnoj praksi snop ne sreće jedno jezgro, već meta sadrži  $n$  jezgara po kvadratnom santimetru površine, dobijamo

$$dN = Nn2\pi\rho d\rho = Nn d\sigma \quad 4.4.16.$$

Veličina  $d\Sigma = dN/N$  se naziva makroskopski efikasni diferencijalni presek rasejanja. Karakteriše verovatnoću rasejanja na uglu  $\theta$  od svih jezgara na  $1 \text{ cm}^2$  površine mete. Izražavajući  $\rho$  i  $d\rho$  preko  $\theta$  i nakon jednostavnih trigonometrijskih transformacija, dobijamo sledeće izraze za  $d\sigma$  i  $d\Sigma$ :

$$d\sigma = \left( \frac{Zze^2}{mv^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{4 \sin^4(\theta/2)}, \quad d\Sigma = nd\sigma \quad 4.4.17.$$

Ovo je dobro poznata Raderfordova formula, koja je izvedena 1911. U posebnom slučaju kada je  $z = 2$ , ova formula postaje

$$d\Sigma = nd\sigma = n \left( \frac{Ze^2}{mv^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{4 \sin^4(\theta/2)} \quad 4.4.18$$

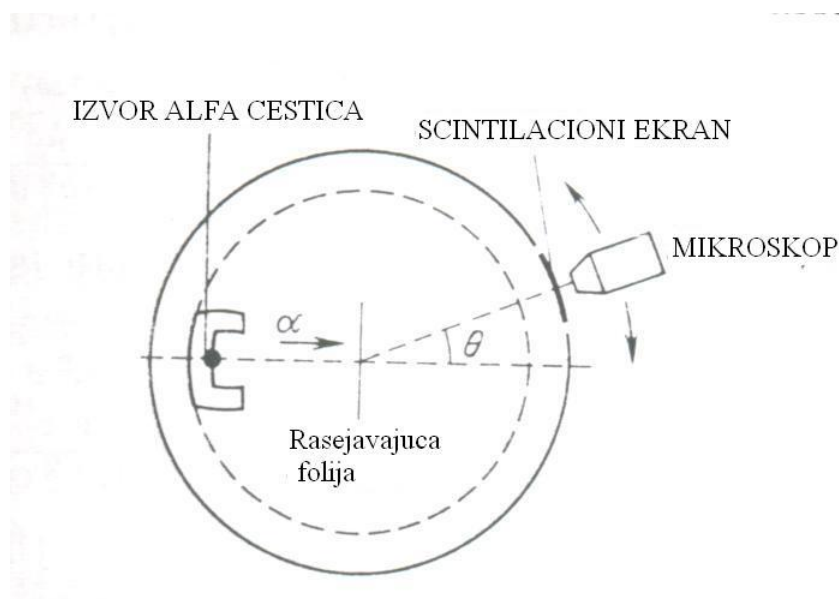
Ova formula je izvedena u okviru klasične teorije, Međutim, isti rezultat se također može dobiti preko strogo kvantno mehaničkog računa u Bornovoj aproksimaciji. Ovo se objašnjava specifičnom prirodom Kulonovog potencijala. Formula 4.4.18 je iskorišćena od strane Raderforda da objasni rasejanje  $\alpha$  čestica. U ovim eksperimentima primećeno je veoma jako rasejanje nekih  $\alpha$  čestica (čak i do uglova od  $180^\circ$ ). Ovo se nije moglo objasniti na osnovu do tada postojećeg modela atoma kao sfere po kome je pozitivno naelektrisanje "razmazano". Raderford je izveo ovu formulu 4.4.18, na osnovu nuklearnog modela atoma, i moguće ju je eksperimentalno proveriti jer sadrži samo eksperimentalno merljive veličine, Tako, kada se snop  $\alpha$  čestica intenziteta  $N$  i brzine  $v$  raseje na jezgrima neke mete (sa datim  $n$  i  $Z$ ), Raderfordova formula

$$d\Sigma = \frac{dN}{N} = n \left( \frac{Z e^2}{mv^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{4 \sin^4(\theta/2)}$$

sadrži samo dve merljive veličine,  $dN$  i  $\theta$ , i odavde se dobija

$$(dN/d\Omega) \sin^4(\theta/2) = \text{const} \tag{4.4.19}$$

Eksperimentalna verifikacija koju su obavili Geiger i Marsden je u potpunosti potvrdila korektnost formule 4.4.19, i odavde i ispravnost nuklearnog modela atoma koji je u osnovi izvodjenja ove formule. Eksperimentalni uređaj Geiger i Marsdena je shematski prikazan na slici 155. Merenja su mogla da se obave na uglovima između  $15^\circ$  i  $150^\circ$ , i broj  $dN$  alfa čestica rasejan u ovom intervalu u toku istog vremena se menjao od  $1.3 \cdot 10^4$  do 30. Kao rezultat eksperimenta, dobijena je vrednost  $(dN/d\Omega) \sin^4(\theta/2) = 29 - 38$  za sve uglove u intervalu od  $15^\circ$  do  $150^\circ$ .

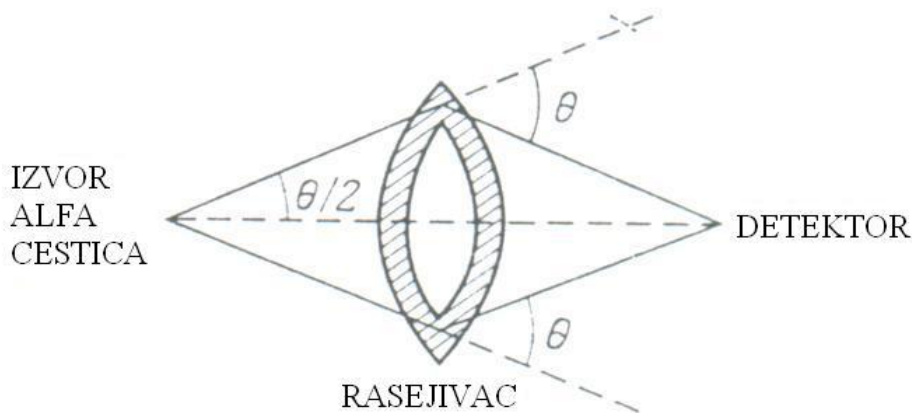


Slika 155

Raderfordova formula se može iskoristiti za određivanje naelektrisanja  $Z$  u direktnim eksperimentima. Podsetimo se da je nadjeno da je naelektrisanje jezgra identično sa atomskim brojem u Periodnom sistemu i to uz pomoć Mosley ovog zakona. Iako ovaj metod daje tačne rezultate, ipak nije direktan. Raderfordova formula se može iskoristiti za poredjenje nuklearnog naelektrisanja  $Z$  sa uglom skretanja  $\theta$  izazvanog tim naelektrisanjem. Sa eksperimentalne tačke gledišta pogodnije je poredjenje broja  $N$  incidentnih alfa čestica sa brojem  $dN$  alfa čestica skrenutih na datom uglu  $\theta$ . U ovom slučaju je  $(dN/N)_{\theta=const}^{v=const}$  funkcija samo naelektrisanja  $Z$  i odavde se naelektrisanje može izračunati. Ovakav eksperiment je izvodjen od strane mnogih istraživača, ali nije doveo do dobrih rezultata sve do 1920, jer su  $dN$  i  $N$  poredjeni iz različitih eksperimenata. Chadwick je 1920. godine prvi poredio  $dN$  i  $N$  iz istog eksperimenta. Eksperimentalni uređaj koji je on koristio je prikazan na slici 156. Ako su izvor alfa čestica i detektor (scintilacioni ekran) na istom rastojanju od rasejivača u obliku prstena, geometrija eksperimenta dobija posebno pogodnu formu za računanje, i sasvim korisnu za merenje, jer detektor sakuplja čestice rasejane na izvesnom uglu sa cele površine rasejivača. Broj  $dN$  rasejanih alfa čestica se meri tako da je direktni snop alfa čestica (iz izvora ka detektoru) presečen ekranom na kome se  $N$  meri. Da bi se smanjio efekat za vreme merenja  $N$ , (ovaj broj je nekoliko hiljada puta veći od  $dN$ ), korišćen je brzo rotirajući disk sa uskim prorezom. Širina proreza je takva da su  $dN$  i  $N$  uporedivi.

Razni materijali su istraživani u ovoj vrsti eksperimenta i nadjeno je da je u granicama eksperimentalne greške, naelektrisanje jezgra jednako sa atomskim brojem elementa. Na primer, dobijene su sledeće vrednosti za  $Z$  bakra i platine

$$Z_{29Cu} = 29.3 \pm 0.45; \quad Z_{78Pt} = 77.4 \pm 0.77$$



Slika 156

#### 4.4.3. Mottove formule (Osnovne ideje)

Raderfordova formula je izvedena pod pretpostavko da je  $m \ll M$ . Ovo je znatno uprostilo analizu, jer se energija alfa čestice praktično ne menja u sudaru ( $p = \text{const}$ ), a rasejanje teškog jezgra se ne uzima u obzir. U ovom slučaju je pogodno obaviti analizu u laboratorijskom koordinatnom sistemu.

U opštem slučaju, rasejanju naelektrisanih čestica na česticama uporedive mase, ove pretpostavke više nisu ispravne i laboratorijski sistem više nije pogodan za analizu. Međutim, sistem centra masa se može pogodno koristiti u ovom slučaju. Očigledno, analiza treba da dovede do istog rezultata kao i u slučaju  $m \ll M$ , a jedina razlika će biti da će se  $\theta, d\Omega$  i  $m$  (iz 4.4.17) zameniti sa  $\theta', d\Omega' = 2\pi \sin \theta' d\theta'$  i redukovanom masom  $\mu = Mm/(M+m)$ , respektivno, (dok brzina  $v$  ostaje nepromenjena, jer je relativno kretanje dve čestice isto u sistemu centra masa i u laboratorijskom sistemu):

$$d\rho = \frac{dN}{nN} = \left( \frac{Zze^2}{\mu v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{4 \sin^4(\theta'/2)} \quad 4.4.20$$

Za prelazak u laboratorijski koordinatni sistem, moramo koristiti formulu koja povezuje ugao  $\theta$  u laboratorijskom sistemu sa uglom  $\theta'$  u sistemu centra masa. Ovo nećemo raditi za neki opšti slučaj, već ćemo razmotriti poseban slučaj Kulonovog rasejanja dve identične čestice. Ovaj slučaj je interesantan zbog dve specifične karakteristike. Prema formuli 4.12, dobijamo

$$\theta' = 2\theta, \theta + \psi = \pi/2, d\Omega' = 2\pi \sin \theta' d\theta' = 4 \cos \theta d\Omega, \mu = m/2 \text{ i}$$

$$d\sigma = \left( \frac{z^2 e^2}{T} \right)^2 \frac{\cos \theta d\Omega}{\sin^4 \theta} \quad 4.4.21$$

Međutim, ova formula ne dovodi do korektne vrednosti efektivnog preseka, jer je izvedena ne uzimajući u obzir sledeće dodatne efekte u vezi sa identičnošću čestica.

1. U prvom klasičnom efektu, identičnost čestica čini nemogućim razlikovanje rasejanja na uglu  $\theta$  i rasejanja na uglu  $\psi = \pi/2 - \theta$ , jer centar rasejanja (prethodno je to bilo jezgro) koji leti po uglu  $\theta$  nakon interakcije se registruje kao rasejana čestica. Konsekventno, dodatni član  $1/\cos^4 \theta$  se dodaje u formuli 4.21. Presek rasejanja se povećava i dat je sledećom formulom

$$d\sigma = \left( \frac{z^2 e^2}{T} \right)^2 \cos \theta d\Omega \left( \frac{1}{\sin^4 \theta} + \frac{1}{\cos^4 \theta} \right) \quad 4.4.22.$$

Prema ovoj formuli, identičnost dve čestice dovodi do dupliranja preseka rasejanja kada se ono posmatra na uglu  $\theta = 45^\circ$ .

2. Eksperimentalna verifikacija formule 4.22 je pokazala da ona daje previše niske rezultate u nekim slučajevima (rasejanje alfa čestica na helijumu) dok su u nekim slučajevima rezultati previsoki (rasejanje protona na vodoniku) u poredjenju sa eksperimentalnim rezultatima. Da bi se objasnile ove činjenice, pored klasičnog efekta povećanja efikasnog preseka usled dodatnog doprinosa uzmaknutog centra rasejanja na istom uglu kao i incidentna čestica, mora se uzeti u obzir kvantno mehanički efekat izmene povezan sa nemogućnošću razlikovanja elementarnih čestica. Suština ovog efekta leži u interferenciji talasa koji opisuju kretanje rasejane čestice i uzmaknutog jezgra, i konsekventno kvadrat amplitude rezultujućeg talasa (koji

je proporcionalan verovatnoći rasejanja) nije jednaka sumi kvadrata amplituda ova dva talasa. Odgovarajuće korekcije su dobije od strane Motta i imaju sledeću formu (u nerelativističkom slučaju):

za čestice sa nultim spinom (rasejanje alfa čestica na helijumu)

$$d\sigma = \left( \frac{z^2 e^2}{T} \right)^2 \cos\theta d\Omega \left( \frac{1}{\sin^4 \theta} + \frac{1}{\cos^4 \theta} + \frac{2 \cos \left[ \frac{(ze)^2}{\hbar v} \ln \tan^2 \theta \right]}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \right) \quad 4.4.23$$

za čestice sa polucelobrojnim spinom (rasejanje protona na vodoniku)

$$d\sigma = \left( \frac{z^2 e^2}{T} \right)^2 \cos\theta d\Omega \left( \frac{1}{\sin^4 \theta} + \frac{1}{\cos^4 \theta} - \frac{\cos \left[ \frac{(ze)^2}{\hbar v} \ln \tan^2 \theta \right]}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \right) \quad 4.4.24.$$

Analiza argumenta cosinusa u ovim formulama pokazuje da je posledni član uvek pozitivan u oba slučaja. Odavde se vidi da uzimanje u obzir efekta kvantno mehaničke izmene povećava efikasni presek u prvom slučaju, a smanjuje u drugom. Lako se može videti da se efikasni presek menja za faktor 2, ako se rasejanje posmatra na uglu od  $45^\circ$ . Nadjeno je da su Mottove kvantno mehaničke formule u dobroj saglasnosti sa eksperimentalnim rezultatima rasejanja alfa čestica na helijumu i protona na vodoniku na niskim energijama. Kako energije rastu opaža se neslaganje sa eksperimentom usled nuklearne interakcije.

#### 4.4.3. Delta elektroni

U procesu jonizacije, kinetička energija naelektrisanih čestica se troši na jonizaciju i ekscitaciju atoma sredine kroz koju čestica prolazi.

Elektroni izbačeni u procesima jonizacije atoma koji su sposobi da jonizuju druge atoma se nazivaju  $\delta$  elektroni. Kako je njihova energija velika u poredjenju sa energijom jonizacije, proces formiranja delta elektrona se može razmatrati kao rasejanje teške čestice na slobodnom elektronu. Ovaj proces odgovara gore pomenutim slikama rasejanja u slučaju kada je masa incidentne čestice mnogo veća od mase čestice mete (Slika 151). Može se videti sa ove slike da ugao,  $\psi$ , izleta delta elektrona leži između  $0^\circ$  i  $90^\circ$ , dok je energija funkcija ovog ugla prema formuli 4.8:

$$T_e = \frac{4m_e M}{(M + m_e)^2} T \cos^2 \psi \quad 4.4.25$$

Najniža moguća energija  $(T_e)_{\min} = 0$  se postiže za  $\psi = 90^\circ$ . Maksimalna energija se postiže kada je delta elektron čeno izbačen u istom pravcu ( $\psi = 0^\circ$ ):

$$(T_e)_{\max} = \frac{4m_e M}{(M + m_e)} T \cong \frac{4m_e}{M} T \quad 4.4.26$$

(ako je  $M=m_p$ , dobijamo  $(T_e)_{\max} \cong T_p/460$ ). Formula 4. 4.25, koja je dobijena u nerelativističkoj aproksimaciji, obezbedjuje grubu ocenu energije jonizujuće čestice iz dometa delta elektrona i ugla izlaska. Na primer, postojanje  $\delta$  traga sa energijom  $T_r$  duž traga protona indicira da je energija protona  $T_p \geq 460 T_e$ . Tačnija karakteristika jonizujuće čestice se može dobiti odredjivanjem broja  $\delta$  elektrona. Ova mogućnost proističe iz činjenice da je efikasni presek formiranja  $\delta$  elektrona funkcija energije i naelektrisanja jonizujuće čestice. Formula za računanje efikasnog preseka formiranja  $\delta$  elektrona se može dobiti transformacijom Raderfordove formule 4.4.20. u sistemu centra masa elektron-čestica:

$$d\sigma = \left( \frac{ze^2}{\mu v^2} \right)^2 \frac{2\pi \sin \theta' d\theta'}{4 \sin^4(\theta'/2)} \quad 4.4.27$$

Ova formula daje efikasni presek rasejanja čestice u sistemu centra masa u uglu između  $\theta'$  i  $d\theta'$ , ili za elektron izbačen u suprotnom pravcu (prema osobinama sistema centra masa). Medjutim, sledi sa slike 151, da  $\theta' = \pi - 2\psi$  gde je  $\psi$  ugao izlaska  $\delta$  elektrona u laboratorijskom koordinatnom sistemu. Pored

$$\mu v^2 = \frac{Mm_e}{M + m_e} v^2 \cong m_e v^2 \quad \text{dobije se}$$

$$d\sigma_\delta = \left( \frac{ze^2}{\mu v^2} \right)^2 \frac{2\pi \sin \psi d\psi'}{\cos^3 \psi} = \left( \frac{ze^2}{\mu v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\cos^3 \psi} \quad 4.4.28$$

Ovaj rezultat se može lako preračunati od intervala između  $\psi$  i  $\psi+d\psi$  u energetski interval  $\delta$  elektrona između  $T_e$  i  $T_e+dT_e$ . Sledi iz 4.4.25 da je

$$\frac{\sin \psi d\psi'}{\cos^3 \psi} = - \frac{2m_e M}{(M + m_e)^2} T \frac{dT_e}{T_e^2} \quad 4.4.29$$

Zamenjujući ovo u izraz (4.4.28) i uzevši da je  $T = Mv^2/2$ ,  $m_e \ll M$ , dobijamo

$$d\sigma_\delta = \frac{2\pi e^4 z^2}{m_e v^2} \frac{dT_e}{T_e^2} \quad 4.4.30$$

Tako je efikasni presek formiranja  $\delta$  elektrona proporcionalan kvadratu naelektrisanja i inverzno proporcionalan kvadratu brzine jonizujuće čestice. Takodje, jako zavisi od energije sa kojom se izbacuje  $\delta$  elektron ( $1/T_e^2$ ). Većina elektrona se izbacuje sa malom energijom pod uglom  $\psi$  bliskim  $\pi/2$ . Zavisnost efikasnog preseka formiranja  $\delta$  elektrona od naelektrisanja jonizujuće čestice se može iskoristiti za odredjivanje naelektrisanja brojanjem broja  $N_\delta$ ,  $\delta$ -elektrona po jedinici dužine puta čestice u materijalu. Broj  $N_\delta$ ,  $\delta$  elektrona sa datom energijom  $T_e$  mora biti jednak

$$N_{\delta}(T_e) = n_e d\sigma_{\delta} \quad 4.4.31$$

gde je  $n_e$  brojčana gustina elektrona u medijumu. Broj  $\delta$  elektrona sa energijom izmedju  $T_e$  i  $T_{e,max}$  je dat sa

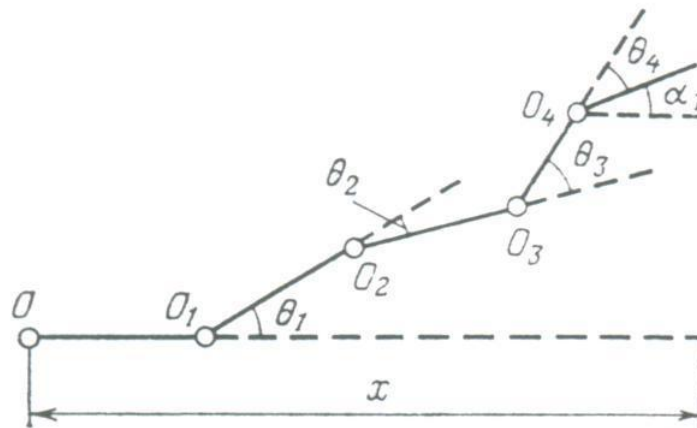
$$N_{\delta} = n_e \sigma_{\delta} = \frac{2\pi e^4 z^2}{mv^2} n_e \int_{T_{e1}}^{(T_e)_{max}} \frac{dT_e}{T_e^2} = \frac{2\pi e^4 z^2}{mv^2} n_e \left[ \frac{1}{T_{e1}} - \frac{1}{(T_e)_{max}} \right] \quad 4.4.32$$

#### 4.4.5. Višestruko rasejanje

Iz Raderfordove formule 4. 4.17 sledi da verovatnoća Kulonovog rasejanja naelektrisane čestice na nekom uglu  $\theta$  brzo raste sa smanjenjem ugla rasejanja. Odavde, naelektrisana čestica koja se kreće kroz gusti medijum doživljava duž traga veliki broj uzastopnih rasejanja na vrlo malim uglovima. Ovaj proces se naziva višestruko Kulonovo rasejanje.

Višestruko rasejanje dovodi do nekoliko efekata koji se moraju uzeti u obzir pri analizi eksperimentalnih podataka. Ovo uključuje, na primer, porast poprečnih dimenzija snopa nakon prolaska kroz materiju, imitaciju magnetskog skretanja i savijanja čestica u instrumentima za praćenje, širenje duž putanje elektrona u materiji i dr.

Kako je višestruko rasejanje izazvano Kulonovom interakcijom čestica sa jezgrima sredine, eksperimentalne karakteristike višestrukog rasejanja su u vezi sa parametrima čestice, ali i sa parametrima sredine. Odavde, proučavanje eksperimentalnih regularnosti višestrukog rasejanja čestica može da da' informacije o osobinama čestice. Sve ovo upućuje na značaj teorijskog i eksperimentalnog proučavanja višestrukog rasejanja. Prirodno, nemoguće je eksperimentalno pratiti proces višestrukog rasejanja pri prolasku jedne čestice kroz materiju. Medjtitim, trag detektori (na primer, fotografske emulzije), se mogu iskoristiti za merenje rezultantnog skretanja od inicijalnog pravca kretanja čestice (srednji ugao višestrukog rasejanja), tj., promena kursa čestica na nekom rastojanju  $x$ , u medijumu nakon  $N$  akata sudara. Izrazimo ovaj ugao kao funkciju parametara čestice i medijuma.



Slika 157



Neka je  $OO_1$  inicijalni pravac kretanja čestica u medijumu, i neka su  $O_1, O_2, O_3, \dots$  tačke uzastopnih elastičnih sudara čestice prvim, drugim, trećim i drugim jezgrima (Slika 157).

Kao rezultat ovih sudara, čestica doživljava uzastopna skretanja za uglove  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$ . Svaki od ovih uglova ( $\theta_i$ ) zavisi od specifičnih uslova sudara (vrednosti udarnog parametra) i odavde je generalno  $\theta_1 \neq \theta_2 \neq \theta_3, \dots$ . Štaviše, svaki  $i^{\text{ti}}$  sudar se može desiti po bilo kom pravcu u odnosu na prethodni ( $i-1$ ) sudar, tj., uglovi  $\theta_i$  ne leže u istoj ravni). Pri dubini prodiranja  $x$  u medijum, čestica doživi  $N$  sudara i skrene sa inicijalnog pravca  $OO_1$  na rezultatni ugao  $\Theta_1$  čija je projekcija na ravan slike  $\alpha_1$ . (Ugao  $\Theta$  nije prikazan na slici 157. Ako se analiza ponovi za drugu česticu koja ima istu brzinu, naelektrisanje i masu i istu dubinu prodiranja  $x$ , dobiće se nešto drugačiji ugao  $\Theta_2$  sa projekcijom  $\alpha_2$ . Za treću česticu dobiće se rezultujući ugao  $\Theta_3$  sa projekcijom  $\alpha_3$ , a za  $k^{\text{tu}}$  česticu odgovarajuće vrednosti su  $\Theta_k$  i  $\alpha_k$ . Uglovi  $\alpha_i$  se lako mogu meriti preko tragova u fotografskim emulzijama pod mikroskopom. Očigledno, na račun slučajne raspodele segmenata putanje za razne čestice, statistička raspodela mogućih vrednosti  $\alpha_i$  će biti opisana Gausovom funkcijom, a srednja vrednost će biti data sa

$$\bar{\alpha} = \sum_{i=1}^k \alpha_j / k \quad 4.33$$

Ova veličina ne može da služi kao mera skretanja od inicijalnog pravca kretanja kao rezultat višestrukog rasejanja. Procena skretanja se može izračunati preko srednje vrednosti kvadrata ugla

$\bar{\alpha}^2$ , projekcije ugla  $\Theta$

$$\bar{\alpha}^2 = \sum_1^k \alpha_j^2 / k \quad 4.4.34$$

Ovo mora biti pozitivna veličina. Srednja vrednost kvadrata prostornog ugla  $\Theta_j$  sa druge strane je

$$\bar{\theta}^2 = 2\bar{\alpha}^2$$

Veličina  $\theta = \sqrt{\bar{\theta}^2}$  se naziva srednji ugao višestrukog rasejanja. Ponekad se isti izraz koristi i za veličinu  $\alpha = \sqrt{\bar{\alpha}^2}$  koja se obično dobija kao rezultat merenja. Ugao  $\alpha$  se može meriti bilo gore pomenutim metodom usrednjavanja  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$  za nekoliko identičnih tragova, ili usrednjavanjem  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$  merenih za nekoliko  $k$  sukcesivnih segmenata traga jedne čestice. Segmenti se biraju tako da budu iste dužine  $x$  i imaju istu totalnu dužinu  $kx$  za koju brzina čestice  $v$  praktično ostaje nepromenjena. S druge strane, ista vrednost srednjeg ugla višestrukog rasejanja  $\alpha = \sqrt{\bar{\alpha}^2}$  se može predstaviti preko parametara čestice i medijuma. Da bi se počelo sa ovim, može se pokazati da analizom slike 157

$$\bar{\Theta}^2 = 2\bar{\alpha}^2 = \sum_1^N \bar{\theta}_i^2 \quad 4.4.35$$

gde je svaki  $\theta_i^2$  dobijen preko  $k$  trajektorija. Kako je rasejanje izazvano identičnim jezgrima, vrednost  $\overline{\theta_i^2}$  je ista za bilo koje  $i$ , ( $\overline{\theta_i^2} = \overline{\theta^2}$ ), i

$$\overline{\Theta^2} = N \overline{\theta^2} \quad 4.4.36$$

gde je  $N$  broj jezgara koje sreće čestica na putu  $x$ , dok se  $\overline{\theta^2}$  dobija kao srednje  $\theta^2$  preko svih vrednosti udarnog parametra  $\rho$ . Vrednosti  $\theta$  se može izračunati iz formule. 4. 4.14

$$\theta(\rho) \cong \tan \theta = (2Zze^2 / pv)1 / \rho$$

i

$$\theta^2(\rho) = (4Z^2 z^2 e^4 / p^2 v^2)(1 / \rho^2) \quad 4.4.37$$

Broj sudara  $N(\rho)$  koje doživi čestica na putu  $x$  pri rezultujućem skretanju čestice na uglu  $\theta(\rho)$  je

$$N(\rho) = 2\pi n x \rho d\rho \quad 4.4.38$$

gde je  $n$  koncentracija jezgara. Usrednjavanjem  $\theta^2$  se svodi na računanje integrala

$$\overline{\theta^2} = \frac{\int_{\rho_{mi}}^{\rho_{max}} N(\rho)\theta^2 d\rho}{\int_{\rho_{mi}}^{\rho_{max}} N(\rho) d\rho} = \frac{\int_{\rho_{mi}}^{\rho_{max}} \frac{8\pi Z^2 z^2 e^4 nx}{p^2 v^2} \frac{d\rho}{\rho}}{N} \quad 4.4.39$$

gde je  $\rho_{min} \cong R_{nucl}$  (preciznije, jednak je rastojanju kome je ugao pojedinačnog skretanja sasvim mali, recimo  $\theta_i \ll 1$  rad, a  $\rho_{min} \cong R_{at}$  (preciznije, rastojanje na kome je jezgro potpuno ekranirano atomskim elektronima). Tako je

$$\overline{\theta^2} = N \overline{\theta^2} = \int_{\rho_{mi}}^{\rho_{max}} \frac{8\pi Z^2 z^2 e^4 nx}{p^2 v^2} \frac{d\rho}{\rho} \propto \frac{Z^2 z^2 nx}{p^2 v^2} Ln \frac{\rho_{max}}{\rho_{min}} \quad 4.4.40$$

Procena za odnos  $\rho_{mac}/\rho_{min}$  pri razmatranju rasejanja elektrona dovodi do sledećeg izraza

$$\overline{\theta^2} = 0.157 \frac{Z(Z+1)}{A} \frac{z^2 x}{(pv)^2} Ln \left\{ 1.13 \cdot 10^4 \frac{Z^{4/3}}{A} \frac{z^2 x^2}{\beta^2} \right\} \quad 4.4.41$$

gde je  $A$  atomska masa folije u gramima,  $pv$  je u MeV i  $x$  je u  $\text{g}\cdot\text{cm}^2$ . Zanimarivanjem slabe logaritamske zavisnosti, srednji ugao višestrukog rasejanja za čestice naelektrisanja  $z$  koja se kreće sa datim impulsom  $p$  i brzinom  $v(\beta)$  može se zapisati u obliku

$$\Theta = \sqrt{\overline{\Theta^2}} \propto z\sqrt{x} / pv \quad 4.4.42$$

Ova relacija se može iskoristiti za određivanje  $p\beta$  (i  $z$ ) neke čestice iz eksperimentalnih vrednosti srednjeg ugla višestrukog rasejanja  $\Theta$  (ili  $\alpha$ ).

Postoji nekoliko empirijskih formula koje povezuju  $pv$  i  $\Theta$  ili  $\alpha$ . Tako npr., za jednu naelektrisanu česticu u fotografskoj emulziji, imamo

$$\alpha = 2.5\sqrt{x} / pv \quad 4.4.43$$

gde se  $\alpha$  meri u stepenima,  $x$  u mikrometrima i  $pv$  u MeV. Numerički koeficijent u ovoj formuli slabo zavisi od  $\beta$  i izbora segmenta  $x$  preko koga se  $\alpha$  meri. Koeficijent korišćen u 4.43. odgovara  $x+100 \mu\text{m}$ . Za veoma grubu procenu srednjeg ugla rasejanja pogodno je koristiti sledeću formulu

$$\overline{\Theta^2}_{rad} = z^2 (21.2 / pv)^2 (x / x_0) \quad 4.4.44.$$

gde se ugao  $\Theta$  daje u radijanima,  $pv$  u MeV, i primenljiva je za bilo koji medijum sa poznatom radijacionom dužinom  $x_0$  (vidi sledeći paragraf). U opštem slučaju ova formula daje previsoke

vrednosti za  $\overline{\Theta^2}$  i može se koristiti samo za  $x \gg x_{min}$ , gde je  $x_{min} \cong 20x_0$ , za olovo i  $x_{min} \cong 200x_0$  za ugljenik. Ova formula je prirodno, neprimenljiva za elektrone koji kreiraju foton-elektronske pljuskove čak i na  $x \approx x_0$ . Eksperimentalna procena za  $pv$  (iz vrednosti  $\Theta$ ) i nezavisno određivanje  $v$  (iz jonizacionih gubitaka) se može iskoristiti za računanje mase naelektrisanih čestica. U procesu višestrukog naelektrisanja, naelektrisana čestica se izmešta na rastojanje  $r$  od inicijalne putanja. Zakon raspodele prostornog pomeraja je dat Fermijevom formulom

$$F(r)dr = \frac{6r dr}{\overline{\Theta^2}(x/x_0)} e^{-\frac{3r^2}{\overline{\Theta^2}(x/x_0)^2}} \quad 4.4.45$$

koja se može iskoristiti za procenu transverzalnih dimenzija kosmičkih pljuskova.

#### 4.5. Radijacioni gubici elektrona

Brzo usporavanje naelektrisanih čestica u električnom polju atomskih jezgara i atomskih elektrona, rezultuje u radijacionim gubicima (*bremstrahlung*). Gubitak energije  $(dT/dx)_{rad}$  na zračenje je proporcionaln kvadratu ubrzanja  $\ddot{x}^2$ . Kako je,  $F$ , Kulonova sila interakcija jezgra sa česticom istog naelektrisanja  $z$ , dobija se

$$(\ddot{x}^2 \propto 1/m^2)_{z=const}$$

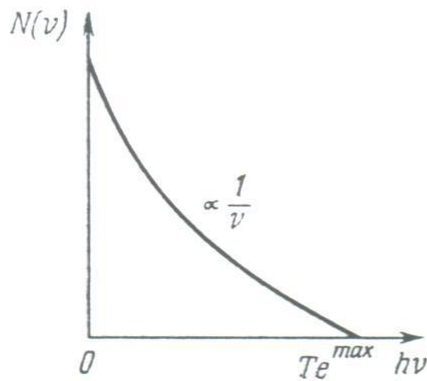
i

$$[(dT/dx)_{rad}]_{z=const} \propto 1/m^2$$

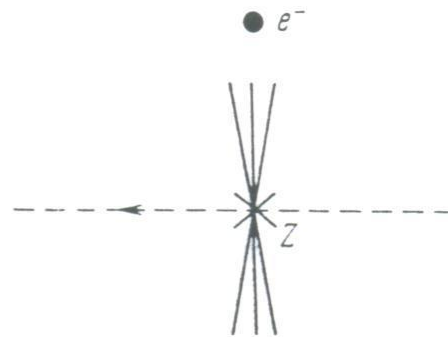
4.5.1

Radijacioni gubici čestica sa jednakim naelektrisanjima su inverzno proporcionalni masi čestica. Ovi gubici su naročito značajni za lake naelektrisane čestice, na primer za elektrone.

Dobro poznati primer radijacionih gubitaka nisko energetske elektrona ( $T_e \ll m_e c^2$ ) je kontinualni X –zračni spektar koji se kreira kada se elektroni zaustavljaju u antikatodi rendgenske cevi.



Slika 158



Slika 159

Energetska zavisnost ovog spektra je data zakonom (Slika 158)

$$N(\nu) \propto 1/\nu$$

4.5.2.

Intenzitet zračenja ima maksimum u pravcu normalnom na pravac kretanja elektrona. Sličan proces se takodje opaža za visoko energetske elektrone ( $T_e \gg m_e c^2$ ) proizvedene u elektronskim akceleratorima. U ovom slučaju zakodno zračenje se emituje u obliku uskog snopa sa srednjim uglom  $\bar{\theta} = mc^2 / T_e$ . Fermi je predložio sledeću grafičku šemu za računanje zakodnog zračenja brzih elektrona ( $v \approx c$ ) u polju jezgra. Elektron u koordinatnom sistemu fiksiranom za njega, je pod dejstvom normalne komponente  $E_{\perp}$  Lorencove privlačne sile stvorene jezgrom Z koje se kreće brzinom ( $v \approx c$ ) (Slika 159). Pored toga, naelektrisanje u pokretu mora da stvori magnetsko polje  $\vec{H}$  koje je normalno na  $\vec{v}$  i na  $\vec{E}$  i jednako je intenzitetu električnog polja

$$|\vec{H}| = \frac{v}{c} |\vec{E}_{\perp}| \cong |\vec{E}|$$

Tako, u sistemu u kome je elektron u miru, on doživljava dejstvo elektromagnetskog polja koje ima osobine ravnog elektromagnetskog talasa:

$$v \approx c, \quad |\vec{E}| = |\vec{H}|, \quad \vec{E} \perp \vec{H}, \quad \vec{v} \perp [\vec{E}, \vec{H}]$$

Razmatrajući rasejanje ovog talasa na elektronu, dobija se talas zakočnog zračenja (nakon povratka u laboratorijski koordinatni sistem). Kompletnu analizu radijacionih gubitaka elektrona su obavili Bethe i Heitler. Nadjeno je da radijacioni gubici elektrona zavise u značajnoj meri od ekraniranja jezgra atomskim elektronima, tj., od efektivnog rastojanja između elektrona koji zrači i jezgra. Sada ćemo razmotriti neke od formula za računanje energetskih gubitaka preko emisije zračenja po jedinici dužine putanje za razne energije elektrona

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{rad} = \frac{16}{3} n T_e \frac{Z^2 r_e^2}{137} \quad 4.5.3$$

gde je  $n$  brojčana gustina atoma,  $Z$  je naelektrisanje jezgra,  $r_e = e^2 / m_e c^2$  i  $T_e \ll m_e c^2$  (nerelativistički slučaj);

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{rad} = n T_e \frac{Z^2 r_e^2}{137} \left( 4 \operatorname{Ln} \frac{2 T_e}{m_e c^2} - \frac{4}{3} \right) \quad 4.5.4$$

gde je  $m_e c^2 \ll T_e \ll 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$  (ako se zanemari zaklanjanje);

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{rad} = n T_e \frac{Z^2 r_e^2}{137} \left( 4 \operatorname{Ln} \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{2}{9} \right), \quad 4.5.5$$

gde je  $T_e \gg 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$  (potpuno zaklanjanje).

Iz jednačina 4.5.3-4.5.5 sledi da su energetski gubici proporcionalni kvadratu naelektrisanja  $Z$  jezgra medijuma, brojčanoj gustini atoma,  $n$ , i kinetičkoj energiji elektrona (zanemarujući logaritamsku zavisnosti 4.5.4: tj

$$-\left(\frac{dT}{dx}\right)_{rad} \propto n T_e Z^2 \quad 4.5.6$$

Parametri čestice koja zrači, (elektron), su implicitno sadržani u veličini  $Z^2 r_e^2$  čija struktura  $Z^2 r_e^2 / m^2 c^4$  implicira da čestica sa masom  $M$  i naelektrisanjem  $ze$  mora da zrači  $(M/z)^2$  puta manje energije nego elektron, uz iste ostale uslove.

Poredjenjem formula 4.5.6 i 4.2.11, za jonizacione gubitke elektrona napisane u jednostavnoj formi

$$(dT / dx)_{jon} \propto n Z \quad 4.5.7$$

dobijamo

$$\frac{(dT / dx)_{rad}}{(dT / dx)_{jon}} \propto T_e Z \quad 4.5.8$$

Ako se  $T_e$  meri u MeV, dobija se

$$\frac{(dT/dx)_{rad}}{(dT/dx)_{jon}} \cong \frac{T_e Z}{800} \quad 4.5.9$$

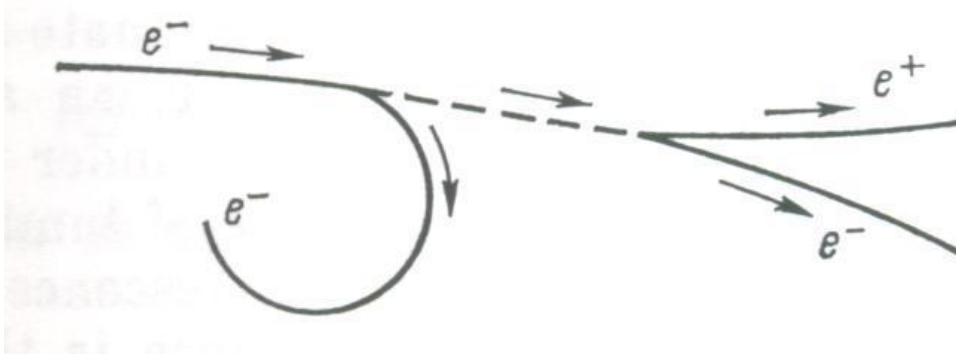
Ovo znači da radijacioni gubici u vodi ( $\bar{Z} = 8$ ) postaju uporedivi sa jonizacionim gubicima na  $T_e \approx 100 \text{ MeV}$ . Takva situacija se postiže u olovu oko  $T_e \approx 10 \text{ MeV}$ . Energija na kojoj radijacioni gubici postaju uporedivi sa jonizacionim gubicima se naziva *kritična energija*. Za elektrone čija je energija veća od kritične, energija se uglavnom gubi na zračenje, i (srednja) promena energije u funkciji predjenog rastojanja je data eksponencijalnim zakonom

$$\bar{E} = E_0 e^{-x/x_0} \quad 4.5.10$$

Rastojanje,  $x_0$  na kome se srednja energija elektrona smanji na  $1/e$  početne vrednosti na račun radijacionih gubitaka se naziva radijaciona dužina. Radijaciona dužina za vodu (i vazduh), aluminijum i olovo su približno jednake 36, 24 i 6  $\text{g/cm}^2$ , resp. Kako je gubitak energije elektrona u jednom aktu zaustavljanja jednak  $h\nu$ , i spektar zakočnog zračenja je  $N(\nu) \propto d\nu/\nu$ , energija izgubljena na zračenje je nezavisna od  $\nu$ :

$$(dT/dx)_{rad} \propto N(\nu)h\nu \propto d\nu$$

U bilo kom delu zakočnog spektra elektroni gube istu energiju zračenjem. Ova energija se može izgubiti kroz emisiju jednog tvrdog kvanta  $h\nu$  koji nosi celokupnu energiju  $dT_e = h\nu$  na celoj putanji  $dx$ , ili emisijom nekoliko kvanata koji imaju istu ukupnu energiju. Elektron sa energijom  $T_e > T_{cr}$  emituje na putanji  $x=x_0$  jedan kvant energije reda  $T_e$ .



Slika 160

Slika 160 šematski prikazuje elementarni akt u kome je elektron emitovao tvrdi kvant zakočnog zračenja koji kasnije formira elektron pozitronski par. Usled znatnog gubitka energije u toku emisije kvanta, putanja primarnog elektrona doživljava oštru promenu krivine u magnetskom polju. Mogućnost oštrog opadanja energije usled radijacionih gubitaka komplikuje određivanje elektronskog impulsa merenjem krivine njegovog traga u magnetskom polju. Ovaj metod se može iskoristiti samo kao deo  $x$  traga koji je mali u poredjenju sa radijacionom dužinom  $x_0$

(čak i u ovom slučaju je moguće dobiti samo grubu ocenu). Iz istog razloga, besmisleno je govoriti o jonizacionom dometu brzih elektrona, jer je stvarni domet relativističkih elektrona znatno manji nego jonizacioni domet. Radijacioni gubici visoko energetske elektrona su jedan od faktora odgovornih za foton-elektronske pljuskove u kosmičkom zračenju.

#### 4.6. Sinhrotronsko zračenje

Elektron koji se kreće po krivoj trajektoriji, npr., u akceleratorima, mora da zrači energiju. Zaista je pokazano eksperimentalno, elektron koji se kreće po kružnoj orbiti, emituje elektromagnetsko zračenje u širokom opsegu frekvencija (od radiofrekvente oblasti do mekog gama zračenja). Ovo zračenje je otkriveno u astronomskim laboratorijama, i kasnije je detektovano detaljnim istraživanjima u kružnim elektronskim akceleratorima (sinhrotroni). Zbog toga se i naziva sinhrotronsko zračenje.

Sinhrotronsko zračenje emituju relativistički elektroni u uskom konusu polu ugla

$$\theta = m_e c^2 / T_e \cong 1 / \gamma \quad 4.6.1$$

gd je  $\gamma = 1 / \sqrt{1 - \beta^2}$ . Osa konusa je usmerena duž tangente elektronskog snopa. Ovo je tačno za bilo koju tačku elektronske orbite. Tako, sinhrotronsko zračenje je skoncentrisano u tankom prstenu u ravni orbite. Zračenje je kontinualno i ima maksimum frekvencije

$$\nu_0 = 4.6 \cdot 10^{-6} H T_e^2 \quad 4.6.2$$

(H je u Gausima, i  $T_e$  u elektronvoltima). Za visoko energetske elektrona ova frekvencija je mnogo veća od frekvencije elektrona u sinrociklotronima ( $10^7$  Hz). Za  $H=10^4$  G i  $T_e=100$  MeV, sinhrotronsko zračenje se emituje u konusu sa  $\theta = 17'$  i ima  $\nu_0 = 4.6 \cdot 10^{14}$  Hz, što odgovara crvenoj oblasti vidljivog svetla. Na  $T_e = 20$  GeV, sinhrotronsko zračenje je u tvrdoj oblasti X zračenje i upravljeno je unapred sa konusom ugla  $\theta=51'$ . Sinhrotronsko zračenje je polarizovano i jačina električnog polja E je uvek paralelna ravni elektronske orbite. Polarizacija je maksimalna (oko 100 %) za zračenje u orbitalnoj ravni koje ima optimalnu frekvenciju (sa tačke gledišta intenziteta). Energetski gubici na sinhrotronsko zračenje rastu grubo sa energijom kao  $\gamma^4$ . Pored sinhrotrona, prstenovi za storniranje elektrona (electron storage rings) se takodje mogu koristiti za dobijanje sinhrotronskog zračenja. Ovaj metod je bolji jer se u ovom slučaju sinhrotronsko zračenje dobija sa konstantnim spektrom, geometrijom i intenzitetom. Može biti i impulsnog tipa usled činjenice da grupe elektrona duge nekoliko cm cirkulišu u prstenu. Pomenuto je ranije da su prvi eksperimenti sa sinhrotronskim zračenjem obavljani na elektronskim akceleratorima. Godine 1986, specijalni sinhrotron, nazvan Tantalus I, je konstruisan na Wisconsin Univerzitetu u USA. Ovaj akcelerator je specijalno konstruisan da da izvor s.z. elektrona sa energijom od 240 MeV. Slične mašine, ali sa većim energijama i većim intenzitetom sinhrotronskog zračenja su u DESY (Nemačka) i SPEAR (Stanford USA). Sinhrotronsko zračenje ima kontinualni spektar. Za praktične primene, koriste se monohromatori koji se sastoje od ogledala i difrakcionih rešetki (napravljene od kvarca ili kristala silicijuma u X zračnoj oblasti). Kristalni monohromatori se mogu koristiti za izolovanje krajnje uskih linija sa tačnošću frekvencije reda  $\Delta E/E \cong 10^{-6}$  iz kontinualnog spektra. Intenzitet nakon takve monohromatizacije je  $10^2$  do  $10^3$  puta veći od najjačih X zračnih cevi.

Visoki intenzitet, široki energetska opseg, mogućnost monohromatizacije, polarizovanost, kao i impulsna priroda sinhrotronskog zračenja čini ga veoma pogodnim za proučavanje strukture materije i rešavanje mnogih važnih praktičnih problema. Neki od aspekata ovih istraživanja su pobrojani niže.

1. Proučavanje apsorpcije elektromagnetskog zračenja u gasovima: uključuje fine efekte kao istovremenu ekscitaciju dva elektrona u atomu i interferencione efekte u ovom procesu. Proučavanje apsorpcionog spektra molekula i fragmenata njihove disocijacije za dobijanje informacija o hemiji molekula (energija međuatomskih veza, živote ekscitovanih stanja, brzine reakcije i dr).
2. Proučavanje fluorescencije za određivanje vremena života i načina raspada ekscitovanih stanja.
3. Spektroskopija čvrstih tela sa proučavanjem njihove elektronske strukture, uključujući apsorpcione spektre koji odgovaraju unutrašnjim elektronima (ovaj spektar je osetljiv na promenu konfiguracije okolnih atoma). Informacije se dobijaju registrovanjem fotona rasejanih sa uzorka (ili transmitovani kroz njega), kao i od elektrona emitovanih u fotoemisiji.
4. U astronomiji i radioastronomiji, podaci o brojnoj gustini elektrona i spektri se dobijaju merenjem netermalnog i optičkog zračenja.. Podaci se odnose na strukturu magnetskog polja i dobijaju se iz polarizacije registrovanog zračenja.
5. U akceleratorskoj tehnici,
6. U mikroelektronici,
7. U biologiji i dr.

#### 4.7. Čerenkovljevo zračenje

Godine 1934, P.A: Čerenkov, postdiplomski student S.I.Vavilova (Dr. Čerenkov je kasnije postao akademik) je proučavao luminiscenciju uranovih soli pod dejstvom  $\gamma$  zračenja radijuma, i otkrio je novi tip luminiscencije, koji se nije mogao objasniti uobičajenim mehanizmom fluorescencije. Poznato je da je fluorescencija rezultat prelaza između ekscitovanih stanja atoma ili molekula. Trajanje emisije fluorescencije je  $t \geq 10^{-10} s$  i verovatnoća prelaza je pod uticajem dodatnih gasćih mehanizama ili nečistoća materijala, promene temperature i dr. Medjutim ni jedan od postojećih metoda nije mogao da ugasi nadjenu fluorescentnu emisiju u potpunosti. Dodatna istraživanja nove emisije, koja je nazvana Čerenkovljevo zračenje, otkrila su sledeće osobine.

1. Polarizacija luminiscence se znatno menja kada se primeni magnetsko polje. Ovo znači da je luminiscenca izazvana naelektrisanim česticama, a ne  $\gamma$  zračenjem. U Čerenkovljevim eksperimentima, ove čestice su mogle biti elektroni proizvedeni interakcijom gama kvantata sa medijumom u fotoelektričnom ili Komptonovom efektu.
2. Intenzitet zračenja je nezavisan od naelektrisanja  $Z$  sredine: odavde to ne može biti radijacionog porekla.
3. Zračenje je pod određenim uglom u pravcu kretanja naelektrisanih čestica.

Čerenkovljevo zračenje je objašnjeno 1937. godine od strane Franka i Tamma na osnovu klasične elektrodinamike. Oni su opazili da tvrdjenje klasične elektrodinamike o nemogućnosti radijacionog gubitka naelektrisane čestice koja se kreće uniformno i pravolinijski u vakumu, nije ispravno ako se od vakuma predje na sredinu sa indeksom prelamanja  $n > 1$ . Zaključak koji su



izveli Frank i Tamm, se može ilustrovati pomoću sledećih argumenata zasnovanih na održanju impulsa i energije. Pretpostavimo da čestica koja se kreće uniformno i po pravoj liniji može da gubi energiju i impuls emitujući zračenje. U ovom slučaju, sledeća jednačina mora biti zadovoljena

$$(dE/dp)_{part} = (dE/dp)_{rad} \quad 4.7.1$$

Lako se može videti da ova jednačina ne može da se zadovolji za vakum, ali može biti ispravna za medijum sa  $n > 1$ . Ukupna energija čestice,  $E$ , koja ima masu  $m \neq 0$  i koja se kreće slobodno u vakumu sa impulsom  $p$  (brzina  $v$ ) je

$$E_{part} = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} \quad 4.7.2$$

i odavde je

$$(dE/dp)_{part} = pc^2 / E = \beta c = v \quad 4.7.3$$

S druge strane, za elektromagnetsko zračenje u vakumu ima se

$$E_{rad} = pc \quad \text{tj.,}$$

$$(dE/dp)_{rad} = c \quad 4.7.5$$

Kako je  $v < c$

$$(dE/dp)_{part} < (dE/dp)_{rad} \quad 4.7.6$$

Tako, zakoni održanja energije i impulsa sprečavaju naelektrisanu česticu koja se kreće u vakumu uniformno i pravolinijski, da svoju energiju predaje u obliku elektromagnetskog zračenja. Međutim, ovo ograničenje se ukida kada se čestica kreće u sredini sa indeksom prelamanja  $n > 1$ . U ovom slučaju brzina svetlosti u medijumu je

$$c' = c/n < c \quad 4.7.7$$

i brzina  $v$  čestice ne mora biti jednaka brzini svetlosti u vakumu, već je može i prevazići

$$v \geq c' = c/n \quad 4.7.8$$

Očigledno za  $v = c'$  uslov 4.7.1 će biti zadovoljen za elektromagnetsko zračenje emitovano striktno u pravcu kretanja čestice  $\theta = 0^\circ$ . Za  $v > c'$  uslov 4.7.1 će biti zadovoljen u pravcu  $\theta$  duž koga je  $v' = c'$  gde je  $v' = v \cos \theta$  što je projekcija brzine čestice na ovaj pravac.

Tako u sredini sa  $n > 1$ , zakoni održanja dozvoljavaju da se naelektrisanu čestica kreće uniformno i pravolinjski sa brzinom  $v \geq c' = c/n$ , a da pri tome gubi deo  $dE$  energije i  $dp$  impulsa, a koji se odnose elektromagnetskim zračenjem pod uglom

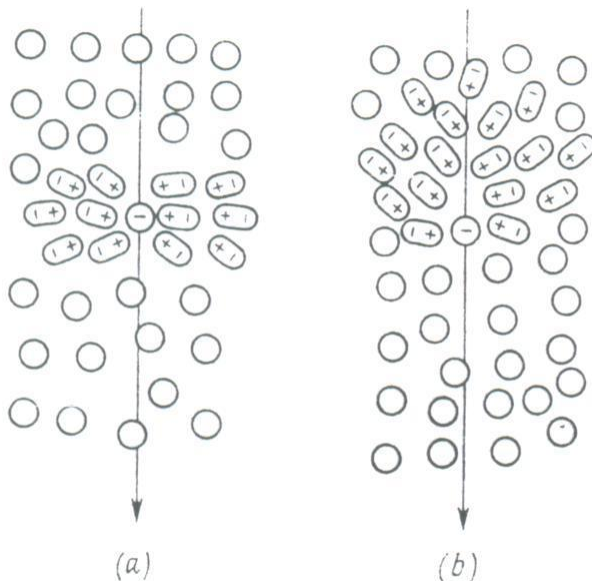
$$\theta = \arccos(1/n\beta)$$

4.7.9

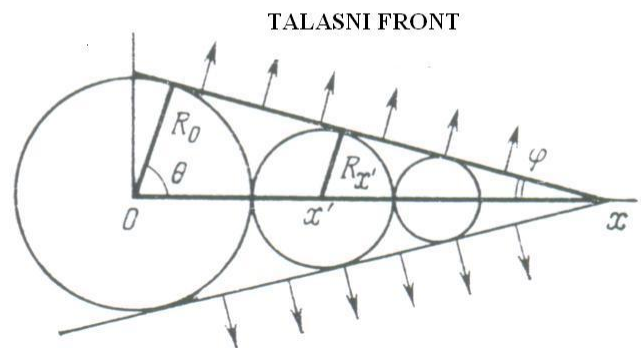
u odnosu na pravac kretanja čestice.

Argumenti zasnovani na zakonima održanja ne daju nikakvu ideju o mehanizmu gubitka energije i impulsa. Međutim, jasno je da ovaj mehanizam mora biti u vezi sa nekim procesom koji se događa u sredini sa  $n > 1$ , jer se gubici ne mogu dogoditi u vakumu.

Čerenkovo zračenje je iste prirode kao i drugi procesi opaženi u sredini kada se telo kreće u toj sredini većoj od brzine prostiranja talas. Među poznatim primerima je formiranje talasa V-oblika iza broda ili konusnog talasa izazvanog supersoničnim avionom ili projektilom. U svim ovim slučajevima polje talasa superbrzog objekta je strogo perturbirano (u poredjenju sa poljem sporog objekta) i usporava ga. U gore pomenutom slučaju superbrzog kretanja naelektrisane čestice u medijumu sa indeksom prelamanja većim od 1, mehanizam Čerenkovljevog zračenja je koherentna emisija od strane dipola formiranih usled polarizacije atoma date sredine naelektrisanom česticom. Dipoli se formiraju pod dejstvom električnog polja čestice, koje izmešta elektrone okolnih atoma u odnosu na njihova jezgra. Povratak dipola u normalno stanje (nakon što je čestica napustila dati region) prati emisija elektromagnetskog impulsa



Slika 161



Slika 162

Ako je kretanje čestice sporo, rezultujuća polarizacija će biti raspoređena simetrično u odnosu na položaj čestice (Slika 161a) jer električno polje polarizuje sve atome u susedstvu, uključujući i one koji se nalaze ispred nje na putanji. U ovom slučaju, resultantno polje svih dipola izvan čestice je jednako nuli i njihovo zračenje se neutralizuje.

Ako se čestice kreće u sredini sa brzinom koja veća od brzine svetlosti  $v \geq c' = c/n$  opaža se zakasnela polarizacija, i rezultujući dipoli su orijentisani duž pravca kretanja čestice (Slika 161b). Očigledno u ovom slučaju, mora postojati pravac duž koga se emituje koherentno zračenje, jer se talasi emitovani sa dipola u raznim tačkama putanje mogu dovesti u istu fazu.

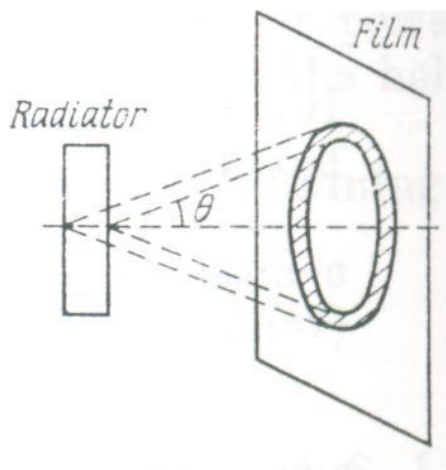
Ovaj pravac se može lako naći. Pretpostavimo da se naelektrisana čestica kreće sleva u desno sa brzinom  $v$  u sredini sa indeksom prelamanja  $n > 1$ , gde je  $v > c' = c/n$  (Sl. 162). Iskoristimo sada Hajgensov princip da konstruišemo talasni front emitovanog talasa. Pretpostavimo da je u trenutku  $t$  čestica u tački  $x = vt$ . Konstruišemo površinu koja obuhvata sferne talase emitovane česticom duž putanje od tačke  $x = 0$  do tačke  $x$ . Radijus talasa u tački  $x = 0$  u momentu  $t$  je jednak  $R_0 = c't$ . U istom trenutku, radijus talasa u tački  $x$  je jednak  $R_x = c'(t - x/v) = 0$ . U bilo kojoj medjutački  $x'$ , talasni radijus u trenutku  $t$  je jednak  $R_{x'} = c'(t - x'/v)$ , tj., opada linearno sa porastom  $x'$ . Očigledno da obuhvatna površina jeste konus sa uglom  $2\varphi$ , gde je

$$\sin \varphi = R_0 / x = c't / vt = c' / v = c / vn = 1 / \beta n$$

Normala na obuhvatnu površinu određuje pravac prostiranja Černkovljevog zračenja. Ugao  $\theta$  između normale i  $x$  ose je jednak  $\pi/2 - \varphi$  i definisan je uslovom

$$\cos \theta = 1 / \beta n \tag{4.7.10}$$

Kvantna mehanika uvodi sasvim malu korekciju u ovaj klasični rezultat. Sledi iz formule 4.7.10 da Černkovljevo zračenje propagira u konusu čija se osa poklapa sa pravcem kretanja čestice i da je ugao konusa  $2\theta$ . Ovo zračenje se može registrovati kolor filmom smeštenim normalno na pravac kretanja čestice (Slika 163). Zračenje koje proistekne sa radijatora ostavlja plavi prsten na fotografskom filmu.



Slika 163

Velika usmerenost Černkovljevog zračenja čini mogućim određivanje brzine čestice  $\beta$  iz ugla  $\theta$ . Iz formule 4.7.10, sledi da je mogući opseg merenja dat kao

$$1/n \leq \beta < 1 \tag{4.7.11}$$

Za  $\beta = 1/n$ , zračenje se opaža na uglu  $\theta = 0^\circ$ , dok je za  $\beta = 1$  ugao  $\theta$  maksimalan i ima vrednost

$$\theta_{\max} = \arccos(1/n) \quad 4.7.12.$$

Na primer za vodu ( $n=1.33$ ) imamo

$$\beta_{\min} = 1/1.33 = 0.75$$

Čerenkovljevo zračenje se opaža za  $\beta \geq 0.75$ . Za elektrone ovaj uslov je zadovoljen za energije

$$T_e = m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = 0.5 \left( \frac{1}{\sqrt{1-0.75^2}} - 1 \right) = 0.26 \text{ MeV}$$

Čerenkovljevo zračenje bi trebalo da se opaža u vodi čak i za niskoenergetske elektrone, npr., elektrone proizvedene u beta raspadu, ili Komptonove elektrone, ili za fotoelektrone stvorene interakcijom između gama kvantata i vode. Maksimalni ugao na kome se Čerenkovljevo zračenje može opaziti u vodi se dobija iz uslova 4.7.12

$$\cos\theta_{\max} = 1 - n \cdot 0.75$$

što odgovara uglu od  $41^{\circ}30'$ .

U skladu sa Tamm-Frankovoj teoriji, broj fotona u intervalu frekvencije između  $\nu$  i  $d\nu$  emitovanih od čestice naelektrisanja  $z$  koja se kreće brzinom  $\beta$  u medijumu sa indeksom prelamanja  $n$  je dat jednačinom

$$N(\nu)d\nu = 4\pi^2 \frac{(ze)^2}{hc^2} \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) d\nu \quad 4.7.13$$

Iz ove jednačine sledi da : (1) spektar je identičan za čestice sa  $z = \text{const}$ , na primer za proton, elektron pion i mion. Kako  $z$  raste broj emitovanih fotona raste kao  $z^2$ ; (2)  $N$  raste sa  $\beta$  od nule za

$\beta=1/n$  do  $4\pi^2 \frac{(ze)^2}{hc^2} (1-1/n^2)$  za  $\beta \approx 1$ ; (3)  $N$  je nezavisno od  $\nu$ ;  $dN(\nu) \propto d\nu$ .

Spektar je uniforman po frekvencijama. kako je  $E = h\nu$ , ovo znači da je srednja energija zračenja skoncentrisana u krajnjem kratkotalasnom delu spektra,

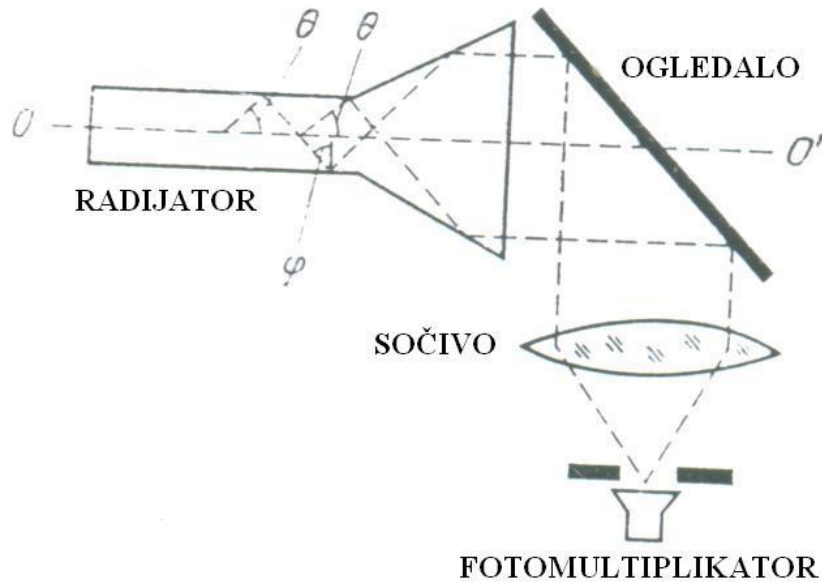
$$dE_{Ch} \propto \nu d\nu \quad 4.7.14$$

Ovo objašnjava plavičasto ljubičastu boju Čerenkovljevog zračenja. Ovo takodje indicira nužnost izbora materijala za praktične primene koji su transparentni u tom delu spektra (uključujući i ultraljubičastu oblast). Po pravilu  $n < 1$  u X zračnoj oblasti i uslov 4.7.1 nije zadovoljen. Medjutim, nedavno je pokazano da u nekim uskim delovima X zračnog spektra,  $n > 1$ , i Čerenkovljevo zračenje se može opaziti u ovim oblastima.

Čerenkovljevo zračenje se široko koristi u dizajnu instrumenata za određivanje brzine naelektrisanih čestica. Ovi instrumenti se nazivaju Čerenkovljevi brojači. Izbor medijuma za generisanje Čerenkovljevog zračenja zavisi od opsega brzina  $\beta$  u kojima se merenje obavlja. Providne plastike su veoma pogodni materijali za ove primene. Čerenkovljevi brojači se takodje pune nekim tečnostima i gasovima. Zavisno od dizajna, Čerenkovljevi brojači se mogu

klasifikovati kao brojači sa pragom (registruju čestice sa  $\beta > 1/n$ ) i diferencijalni brojači (mogu da izoluju čestice sa određenom brzinom  $\beta$ ).

Slika 164 pokazuje šematski dijagram Čerenkovljevog brojača sa pragom. Naelektrisana čestica

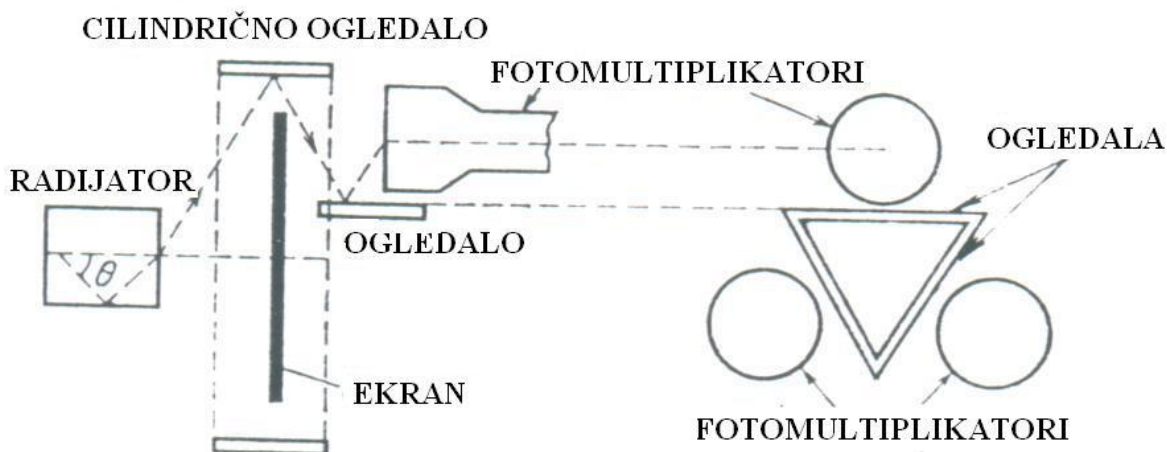


Slika 164

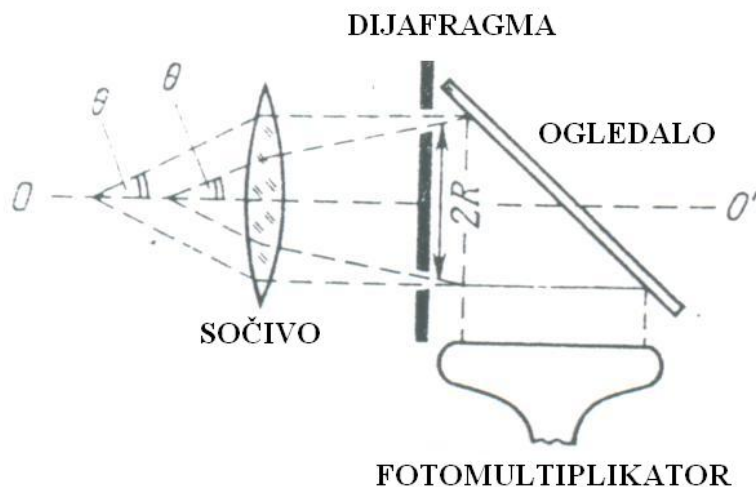
se kreće duž ose radijatora. Ako se čestica kreće sa brzinom  $\beta \geq 1/n$ , gde je  $n$  indeks prelamanja materijala radijatora, Čerenkovljevo zračenje će se emitovati u uglu  $\theta = \arccos(1/\beta n)$ . Ako je radijator cilindričnog oblika, svetlost će napasti medjupovršinu između medijuma sa  $n > 1$  i vazduha sa uglom  $\varphi = \pi/2 - \theta$ , gde je  $\varphi > \varphi_0 = \arcsin(1/n)$ , s obzirom na činjenicu da je  $\theta < \arccos(1/n)$ . Međutim, nejednačina  $\varphi > \varphi_0$  je uslov totalne refleksije. Odavde sledi da će celokupna svetlost koja padne na konusni deo radijatora i nakon rasejanja od površine ravnog ogledala biti sakupljena sočivom i odvedena na fotomultiplikator. Svrha ravnog ogledala je da drži fotomultiplikator izvan pravca snopa čestica.

Brojači sa pragom se mogu koristiti za izolovanje čestica date vrste iz snopa. Na primer, snop se sastoji od protona i  $\pi^+$  mezona, sa identičnim impulsima  $p_p = p_\pi = p$ . Njihove brzine biće različite zbog različitosti njihovih masa i:  $\beta_\pi > \beta_p$ . Ako indeks prelamanja radijatora zadovoljava uslov  $\beta_\pi > 1/n > \beta_p$  fotomultiplikator će registrovati svetlosne impulse samo pri prolasku  $\pi$  mezona. Protoni će proći kroz brojač bez izazivanja bilo kakve luminiscencije.

Slika 165 pokazuje (u dve projekcije) mogući dizajn diferencijalnog Čerenkovljevog brojača. Može se videti sa slike da takav instrument može registrovati Čerenkovljevo zračenje samo od čestica sa definisanom brzinom  $\beta \pm \Delta\beta$  koje odgovaraju uglu  $\theta \pm \Delta\theta$ . Čerenkovljevo zračenje izazvano česticama drugih brzina neće pasti u fotomultiplikator. Ovaj tip instrumenata je korišćen za detekciju antiprotona.



Slika 165



Slika 166

Brzine ultrarelativističkih čestica  $\beta \approx 1$  se mere gasnim Čerenkovljevim brojačima sa indeksom prelamanja samo malo većim od jedinice (njegova vrednost se može fino regulisati menjanjem pritiska gasa u brojaču). Šematski dijagram gasnog diferencijalnog brojača je pokazan na Slici 166.

Naelektrisana čestica se kreće brzinom  $\beta$  u gasnom medijumu duž ose  $OO'$  i emituje Čerenkovljevo zračenje u svakoj tački duž njene trajektorije pod istim uglom  $\theta(\beta)$  u odnosu na osu. Poznato je iz optike da se takvi zraci mogu sakupiti sočivom u fokalnoj ravni u obliku prstena radijusa  $R$  zavisnog od ugla  $\theta$  (i žižine daljine sočiva). Ako fokalna ravan sočiva sadrži kružnu dijafragmu sa kružnim prezom radijusa  $R(\theta)$  ona će omogućiti da se vidi samo zračenje čestice sa brzinom  $\beta \pm \Delta\beta$ . Ovo zračenje, posle refleksije na ogledalu, će se registrovati fotomultiplikatorom. Čestice sa brzinom  $\beta'$  će emitovati zračenje na različitom uglu  $\theta'$  u odnosu

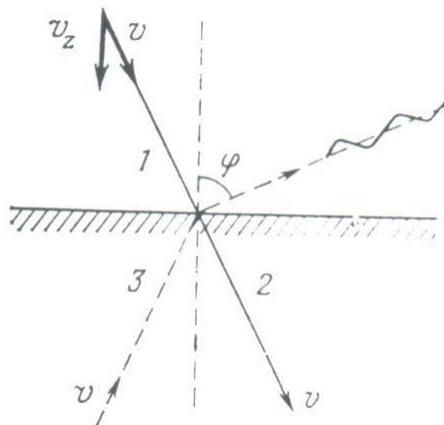
na osu  $OO'$ . Posle prolaska kroz sočivo ovo zračenje će se kondenzovati u prsten sa različitim radijusom  $R(\theta')$  i neće proći dijafragmu. Gasni Čerenkovljevi brojači se široko koriste u visoko energetske fizici čestica. Moderni brojači imaju dimenzije i do 10 m.

#### 4.8. Prelazno zračenje

Prelazno zračenje emituju naelektrisane čestice koje se kreću uniformno i pravolinijski u sredini, koja je ili nehomogena ili se menja sa vremenom. Suština ovog fenomena se može lako razumeti ako se podsetimo uslova za pojavu drugih vrsta zračenja. Pokazano je u Sekciji 4.7 da je Čerenkovljevo zračenje moguće ako je  $v > c/n$ , tj.,  $vn/c > 1$  ili  $n > 1$ . Ovde,  $n$  je bilo constant. Za zakočno i sinhrotronsko zračenje, uslov  $n > 1$  nije neophodan, i jedini uslov za emisiju takvih zračenja je  $\vec{v} \neq const$ , tj.,  $(d\vec{v}/dt \neq 0)$ , što znači da se veličina  $vn/c$  mora menjati. Medjutim, promena ove veličine se ne mora ostvariti promenom brzine, već se može menjati i indeks prelamanja. Pojava prelaznog zračenja je u vezi kada je  $n$  promenljivo a  $\vec{v} = const$ . U ovom slučaju  $vn/c$  može biti veće ili manje od jedinice, tj., prelazno zračenje može biti praćeno Čerenkovljevim zračenjem ili se može pojaviti kada se poslednji tip zračenja (ČZ) ne može emitovati. Indeks prelamanja se može menjati u prostoru kada se čestica kreće iz jednog regiona nehomogenog medijuma ka drugom, ili u vremenu kada se indeks prelamanja homogenog medijuma iznenada promeni (recimo, npr., usled promene pritiska).

Prelazno zračenje su predvideli Ginzburg i Frank, 1944 iz analize problema u kome naelektrisanje prelazi graničnu površinu dve sredine. Grafička interpretacija G F ideja se svodi na sledeće. Iz razloga jednostavnosti razmotrimo slučaj normalne incidence naelektrisanja na ogledalo (metalno) u vakumu. U ovom slučaju em. polje u vakumu je suma dva polja, tj., čestice u kretanju i polja lika ove čestice (sa suprotnim znakom) koji se kreće u suprotnu stranu. Posle prolaska kroz medjupovrš, naelektrisana čestica nastavlja da se kreće u sredini sa konstantnom (ili skoro konstantnom) brzinom. Medjutim, ako se fenomen posmatra iz vakuma, videće se da se čestica i njen lik istovremen kreću ka površini i istovremeno nestaju. Zračenje emitovano naelektrisanom česticom i njenim likom se naziva prelazno zračenje i ekvivalentno je zakočnom zračenju naelektrisanja i lika u ogledalu.

Naravno, sličnost matematičkih izraza za energiju ne znači da je prelazno zračenje poseban slučaj zakočnog zračenja. Fizička priroda prelaznog zračenja je sasvim različita od zakočnog. Dok je promena brzine primarni uzrok zakočnog zračenja, to je tek matematičko sredstvo u slučaju prelaznog zračenja. U ovom slučaju, prelazno zračenje se emituje od strane čestice koja se kreće uniformno pri prelazu iz jedne sredine u drugu.



Slika 167

U opštem slučaju proizvoljnog medijuma, nemoguć je potpuni pregled, i amplituda prelaznog zračenja se dobija računanjem tri komponente (Slika 167), zakočnog zračenja naelektrisane čestice 1 koja se kreće u vakumu i kao da je zaustavljena na međupovršini; zakočnog zračenja naelektrisane čestice 2 koja kao da polazi sa površine i kreće se u dubinu medijuma u momentu zaustavljanja prve čestice; i zakočno zračenje čestice 3 koja se kreće prema prvoj čestici i zaustavlja se zajedno sa njom na međupovršini. Dobija se sledeći izraz za spektralnu gustinu zračenja nerelativističkog elektrona u vakumu:

$$\frac{dW_{\omega}}{d\Omega} = \frac{e^2 v_z^2}{\pi^2 c^3} \sin^2 \varphi \left[ \frac{(n_2^2 - 1) \cos \varphi}{n_2^2 \cos \varphi + \sqrt{n_2^2 - 1} \cos^2 \varphi} \right]^2 \quad 4.8.1$$

gde je  $v_z$  komponenta brzine čestice duž normale na međupovršinu,  $\varphi$  je ugao pod kojim se zračenje opaža u vakumu (mereno u odnosu na normalu) i  $n_2 = n + ik$  kompleksni indeks prelamanja sredine.

Za idealne provodnike,  $n_2 \rightarrow \infty$  i imamo

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{e^2 v_z^2}{\pi^2 c^3} \sin^2 \varphi \quad 4.8.2.$$

i ima maksimalnu vrednost na uglu  $\varphi = 90^\circ$ . Za realne metale i dielektrike, radijacioni maksimum se opaža na  $\varphi = 60 - 70^\circ$ .

Ako brzina i energija naelektrisane čestice nisu veliki, ili medijum ima veliku dubinu, čestica ne prelazi medijum i prelazno zračenje se opaža samo u inverznom pravcu (backward radiation). U suprotnom slučaju tankog medijuma (brza čestica), prelazno zračenje se opet opaža na drugoj međupovršini (forward radiation). Ako je sredina potpuno transparentna za zračenje emitovano na prvoj međupovršini, postaje moguće opaziti koherentne efekte pojačanja ili slabljenja zračenja zavisno od brzine čestice, debljine pločice i ugla  $\varphi$ . Parametri forward i backward zračenja su različiti za elektrone relativističkih energija. Backward prelazno zračenje je praktično koncentrisano samo u optičkom delu spektra. Na primer backward zračenje je



luminiscencija metalne površine (na primer, anoda X zračne cevi ili meta akceleratora) pri bombardovanju naelektrisanim česticama. Forward zračni spektar sadrži više frekvencije do

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{e^2 N}{\pi m_e} \frac{E}{m_e c^2}} \quad 4.8.3$$

gde je  $N$  ukupna brojčana gustina elektrona u sredini. Za  $E_e = 500 \text{ MeV}$ ,  $v_{\max}$  u staklu ( $N \approx 10^{24} \text{ e/cm}^3$ ) je oko  $10^{19} \text{ Hz}$  tj.,  $E_{\text{rad}} = hv = 40 \text{ keV}$  (kratkotalasno Z zračenje).

Ukupni (za sve uglove) intenzitet prelaznog zračenja u datom intervalu frekvencija raste logaritamski sa energijom čestice. Kako je backward zračenje uglavnom značajno u optičkom delu spektra, njegov ukupan intenzitet takodje raste logaritamski sa energijom. Ukupan intenzitet forward prelaznog zračenja raste linearno sa energijom (preciznije sa  $E/mc^2$ ). Ovo je zbog toga što porast energije dovodi do zračenje energetskijih kvantata. Ugao konusa forward zračenja se smanjuje sa porastom energije. Verovatnoće emisije jednog fotona je vrlo mala (1/100 čestica koje predju medjupovršinu). Odavde, za praktične primene prelaznog zračenja, slojevi materije se koriste naslagani u obliku više tankih prozirnih pločica (stack na engleskom) od kojih svaka doprinosi prelaznom zračenju. Prema formuli 4.8.3 dovoljno visoka vrednost  $E/mc^2$  čini da je prelazno zračenje u energetskoj oblasti X zračenja. Ovo zračenje lako prodire celokupan stack i može se registrovati X zračnim brojačima.

Prvi rezultati opažanja prelaznog zračenja izazvanog protonima energije 1-5 MeV su obavljena još 1959. godine od strane Goldsmitha i Jelleza. Elektroni su korišćeni u kasnijim eksperimentima. Ispitani su mnogobrojni metali i dielektrici po pitanju prinosa i polarizacije zračenja. Ova merenja su potvrdila teorijska predviđanja. U optičkom regionu spektra emitovanom sa metala nadjeno je da dominira zakočno zračenje i luminescencija. Ovo sledi iz porasta radijacionog prinosa sa kvadratom brzine i postojanje polarizacije što znači da vektor električnog polja leži u ravni koja prolazi kroz normalu i pravac posmatranja. Za metale, polarizacija raste sa porastom energije elektrona i dostiže vrednost od 100 % na  $E$  oko 50 do 100 keV. Moderni brojači prelaznog zračenja se prave od tankih mylar filmova čije se prelazno zračenje registruje u X zračnom regionu scintilatorima i proporcionalnim brojačima. Efikasnost ovih brojača može biti čak i do 90 % i konkurišu Čerenkovljevim brojačima u energetskoj oblasti  $v \approx c$ . Pokazano je da prelazni brojači mogu da razdvoje  $\pi$  mezone i elektrone na energiji 10 GeV.

Da bi se proučavala elektronska komponenta kosmičkog zračenja pomoću balona, veliki hibridni detektor je korišćen 1977. Detektori prelaznog zračenja su se sastojali od šest debelih (15 cm) slojeva poroznih polietilena odvojenih sa 2 cm žičanih proporcionalnih brojača. Orijentacija žica u susednim komorama se razlikova za  $90^\circ$ . Komore su punjene Xe (+20 %  $\text{CO}_2$ ). S obzirom na linearnu zavisnost prinosa prelaznog zračenja od  $E/mc^2$  čestice, detektori nisu reagovali na protone energije izmedju 3 i 3000 GeV, pri čemu je prelazno zračenje izazvano elektronima dolazilo u saturaciju.

## 4.9. Interakcija neutrona i materije

Elektromagnetska interakcija između neutrona i elektrona je određena interakcijom između njihovih magnetskih momenata. Ova interakcija je, međjutim tako slaba da dostiže energiju atomskog jonizacionog potencijala (recimo 10 eV) tek na rastojanju reda  $10^{-11} \text{ cm}$ . Tako je presek jonizacionih gubitaka neutrona jednak  $10^{-22} \text{ cm}^2$  što je milioniti deo odgovarajuće

vrednosti za naelektrisane čestice. Iako je ova vrednost znatno veća nego efikasni presek interakcije brzih neutrona sa jezgrom ( $10^{-24} \text{ cm}^2$ ), beznačajna uloga jonizacionih gubitaka u toku kretanja neutrona u sredini postaje jasna ako uzmemo u obzir činjenicu da neutroni gube samo zanemarljivi deo energije (10 eV) pri interakciji sa elektronima, dok pri sudaru sa jezgrom mogu izgubiti značajne delove svoje energije (u slučaju čeonog sudara sa protonom, neutron može da izgubi svu svoju energiju). Interakcija magnetskih momenta neutrona i elektrona postaje značaja samo kada su magnetski momenti svih elektrona isto orijentisani (feromagnetici). U ovom slučaju interakcija magnetskih momenata elektrona i neutrona dovodi do makroskopskog efekta dodatnog rasejanja čije istraživanje može da da procenu magnetskog momenta neutrona. Pored interakcije magnetskih momenata elektrona i protona, može se takodje opaziti i njihova električna interakcija. Pomenuto je ranije da se postojanje magnetskog momenta neutrona može objasniti pretpostavkom da se u toku dela svog života neutron sastoji od dve čestice suprotnih naelektrisanja. Zbog toga neutron mora da ima određenu raspodelu naelektrisanja koja interaguje sa naelektrisanjem elektrona. Medjutim, ova interakcija je čak i slabija od magnetne interakcije.

Glavni tip interakcije neutrona sa materijom je njegova interakcija sa atomskim jezgrom. Zavisno da li, ili ne, neutron upada u jezgro, interakcije se mogu podeliti u dve klase:

(1) elastično potencijalno rasejanje nuklearnim silama  $(n,n)_{\text{pot}}$ ; u ovom slučaju neutron ne prodire u jezgro.

(2) razni tipovi nuklearnih reakcija,  $(n, \gamma)$ ,  $(n,p)$ ,  $(n,\alpha)$  i fisine reakcije; neelastično rasejanje  $(n,n')$ ; elastično rasejanje pri čemu je elektron prodirao u jezgro, tj., elastično rezonantno rasejanje  $(n,n)_{\text{rez}}$ .

Relativna uloga svakog procesa je definisana odgovarajućim efikasnim presekom. U nekim materijalima, uloga elastičnog rasejanja je relativno značajna, i u ovom slučaju brzi neutron gubi svoju energiju u nizu uzastopnih elastičnih rasejanja sa jezgrom materijala (moderatori neutrona). Proces usporavanja se nastavlja dok kinetička energija neutrona postane uporediva sa termalnom energijom atoma moderatora. Takvi neutroni se nazivaju termalni neutroni. Dalji sudari termalnih neutrona sa atomima moderatora praktično ne menjaju energiju neutrona i oni se samo pomeraju kroz sredinu (difuzija termalnih neutrona) što se nastavlja do apsorpcije na nekom jezgru.

Interakcija brzih i sporih neutrona sa materijom je od velikog značaja u raznim problemima neutronske fizike, naročito pri dizajnu nuklearnih reaktora. Neki od ovih problema, na primer, usporavanje brzih neutrona se može razmatrati na osnovu dijagrama impulsa. Medjutim, bliži odnosi između gore pomenutih procesa biće obradjeni u Glavi 6.

## 4.10. Interakcija gama zračenja sa materijom

Pored nuklearnih reakcija izazvanih gama zračenjem (nuklearni fotoefekat) koji će biti razmatran u Glavi 11, postoje sledeći glavni tipovi interakcije gama zračenja sa materijom, fotoefekat, Komptonov efekat i proces formiranja elektron pozitronskog para.

### 4.10.1. Fotoefekat

Fotoefekat je proces interakcije  $\gamma$  zračenja sa elektronom vezanim u atomu, pri čemu se celokupna energija gama kvanta prenosi na elektron. Kao rezultat interakcije, elektron se izbacuje iz atoma sa kinetičkom energijom

$$T_e = E_\gamma - I_i$$

gde je  $E_\gamma$  energija gama kvanta, i  $I_i$  je jonizacioni potencijal i-te atomske ljuske.

Očigledno je da je za  $E_\gamma < I_k$  fotoefekat je moguć samo za L, M ljuske, a ne za K ljusku. Slično, za  $E_\gamma < I_L$  fotoefekat je moguć samo za M, N ljuske, a ne za K i L i tako dalje. Šupljine stvorene u elektronskoj ljusci nakon fotoefekta se popunjavaju elektronima sa viših orbitala. Ovaj proces je praćen emisijom X zračenja ili Augerovim elektronima (kada se energija pobudjenja atoma prenese na jedan od elektrona; ovaj proces je analogan internoj konverziji razmatranoj ranije).

Fotoefekat se ne može dogoditi na slobodnom elektronu. Ovo sledi iz zakona održanja energije i impulsa. Ako bi fotoefekat bio moguć za slobodan elektron, onda bi zakoni održanja energije i impulsa doveli do sledećih relacija

$$E_\gamma = m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad 4.10.2$$

$$E_\gamma / c = m_e \beta c / \sqrt{1-\beta^2} \quad 4.10.3$$

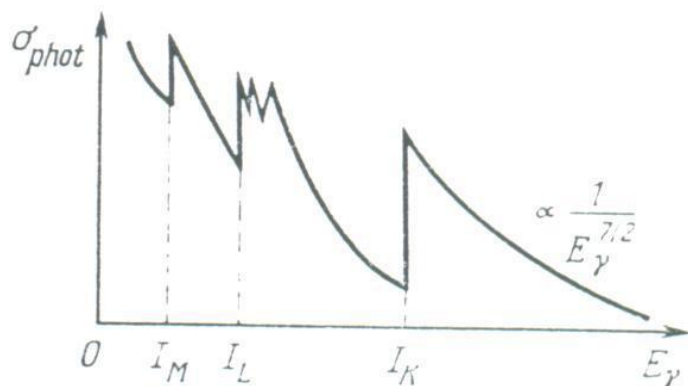
Sledi

$$E_\gamma / m_e c^2 = 1 / \sqrt{1-\beta^2} - 1 = \beta / \sqrt{1-\beta^2} \quad \text{ili} \quad (1-\beta) / \sqrt{1-\beta^2} = 1 \quad \text{i} \quad (1-\beta)^2 = 1-\beta^2$$

Prethodna jednačina je zadovoljena za

$$\beta = 0 \quad \text{ili} \quad \beta = 1$$

Prvi slučaj odgovara trivijalnom rešenju  $E_\gamma = T_e = 0$  dok je drugo moguće samo za čestice sa masom jednakom nuli. Tako, u slučaju fotoefekta, vrlo je važno da je elektron vezan uz neki atom na koji se prenosi deo energije fotona. Fotoefekat je zato moguć samo za vezane elektrone. Što je elektron slabije vezan u atomu to je fotoefekat manje verovatan. Ova okolnost određuje sve glavne osobine fotoefekat, tj., zavisnost ukupnog preseka od energije, količnik verovatnoća elektrona na različitim elektronskim ljuskama i zavisnost preseka od naelektrisanja medijuma



Slika 168

Slika 168 pokazuje zavisnost efikasnog preseka od energije fotona. Može se videti sa slike da je za velike vrednosti energije fotona (za koje su elektroni slabo vezani u atomu) presek sasvim mali. Opadanjem  $E_\gamma$  (povećava se odnos vezivne energije elektrona i energije fotona  $I_k / E_\gamma$ ), presek raste prvo kao  $1/E_\gamma$ , a zatim (kako  $E_\gamma$  prilazi  $I_k$ ) raste brže, kao  $1/E_\gamma^{7/2}$ . Porast efikasnog preseka se nastavlja dok  $E_\gamma$  ne postane jednako jonizacionom potencijalu za K ljusku ( $E_\gamma = I_K$ ). Posle ( $E_\gamma < I_K$ ) fotoefekat postaje nemoguć na elektronskoj K ljusci i efikasni presek se određuje samo interakcijom gama kvantna sa elektronskim L, M i dr ljuskama. Ali veza ovih elektrona sa atomima je slabija nego za K elektrone. Odavde je za jednaku energiju gama kvanta verovatnoća fotoefekta za elektron na L ljusci znatno manja nego za K elektron (verovatnoća na M ljusci je još manja). Kao rezultat, opaža se oštar diskontinuitet u krivi efikasnog preseka na ( $E_\gamma = I_K$ ).

Za  $E_\gamma < I_K$  efikasni presek fotoefekta počinje ponovo da raste jer raste  $I_L/E_\gamma$ . Ovo povećanje se nastavlja do  $E_\gamma = I_L$  gde se događa novi diskontinuitet u efikasnom preseku i tako dalje.

Verovatnoća fotoefekta zavisi jako od naelektrisanja  $Z$  atoma na kome se efekat događa:  $\sigma_{phot} \propto Z^5$ . Ovo takodje potiče od razlike u vezivnoj energiji elektrona. U lakim elementima (malo  $Z$ ), elektroni su slabije vezani Kulonovom silom za jezgro, nego u težim. Tako, efikasni presek fotoefekta ima sledeće zavisnosti od energije i naelektrisanja jezgra medijuma

$$\sigma_{photo} \propto Z^5 / E_\gamma \quad \text{za} \quad E_\gamma \gg I_K \quad \text{i} \quad \sigma_{photo} \propto Z^5 / E_\gamma^{7/2} \quad \text{za} \quad E_\gamma > I_K \quad 4.10.4$$

Fotoefekat je naročito značajan u težim materijalima gde je verovatnoća veća čak i na višim energijama gama kvanta. U lakim materijalima, ovaj efekat je značajan samo za relativno niske energije gama kvantata. Izrazi za efikasni presek fotoefekta su dobijeni pomoću kvantne elektro dinamike i imaju sledeći oblik

$$\left(\sigma_{phot}\right)_K = 1.09 \cdot 10^{-16} Z^5 \left[13.61 / h\nu\right]^{7/2} \quad \text{za malo } h\nu \quad 4.10.5$$

$$\left(\sigma_{phot}\right)_K = 1.34 \cdot 10^{-33} Z^5 \left[Z^5 / h\nu\right] \quad \text{za } h\nu \gg m_e c^2$$

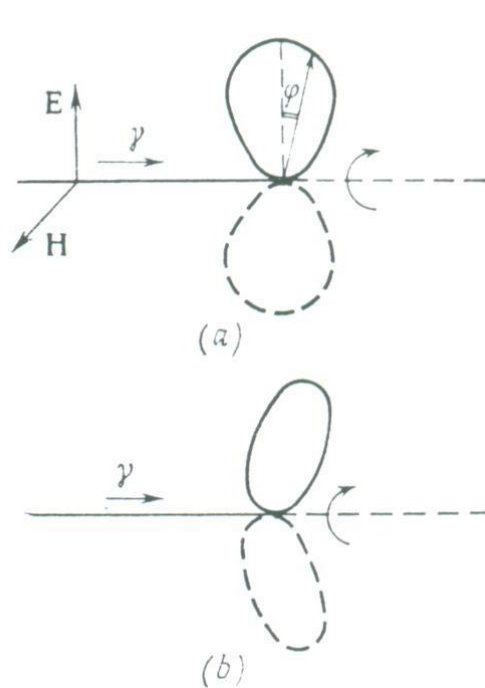
gde je  $\sigma$  u  $\text{cm}^2$  dok je  $h\nu$  u eV, za prvu formulu i u MeV za drugu. Formule 10.5 se mogu koristiti za računanje efikasnog preseka fotoefekta za K elektrone. Pomenuto je ranije da su relativni doprinosi efikasnom preseku sa L, M i dr., ljuski relativno mali. Sledeće vrednosti su dobijene teorijski za količnik efikasnog preseka fotoefekta za razne ljuske

$$\sigma_L / \sigma_K \cong 1/5 \quad \text{i} \quad \sigma_M / \sigma_L \cong 1/4 \quad \text{tj.,} \quad \sigma_M / \sigma_K \cong 1/20 \quad 4.10.6$$

Prvi od ovih rezultata je eksperimentalno potvrđen. Koeficijent  $5/4$  je uveden u formulu 4.10.5 da bi se uračunao ukupan efikasni presek za fotoefekat. Za računanje diferencijalnog efikasnog preseka fotoefekta za  $E_\gamma \ll m_e c^2$  formula ima sledeću formu

$$d\sigma_{phot} = 4\sqrt{2} \frac{Z^5}{137^5} r_e^2 (m_e c^2 / E_\gamma)^{7/2} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \cdot (1 + 4\beta \cos \theta) d\Omega \quad 4.10.7$$

gde je  $Z$  atomski broj,  $r_e = 2.8 \cdot 10^{-13}$  cm je klasični radijus elektrona,  $\theta$  je ugao izmedju impulsa  $\vec{p}_\gamma$  gama kvanta i impulsa elektrona  $\vec{p}_e$ ,  $\varphi$  je ugao izmedju ravni  $(\vec{p}_e, \vec{p}_\gamma)$  i  $(\vec{E}, \vec{p}_\gamma)$  i  $\beta = v/c$ . Sledi iz formule 4.10.7 da se fotoelektroni dobijeni sa niskoenergetskim gama zračenjem (duge talasne dužine), emituju dominantno u pravcu vektora električnog polja  $\vec{E}$ . Kako energija  $E_\gamma$  raste, raspodela elektrona se pomera unapred (Slike 169a i b, resp).



Slika 169

Specifična priroda fotoelektrične apsorpcije (postojanje oštih selektivnih regiona) se koristi za merenje energije gama zračenja. U ovoj metodi energija gama zračenja se određuje poredjenjem fotoelektrične apsorpcije u raznim apsorberima koji imaju različite apsorpcione granice.

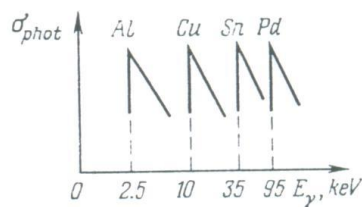


Fig. 170

Apsorpcione granice za neke materijale su pokazane na slici 170. Fotoefekat je glavni mehanizam apsorpcije mekog gama zračenja u teškim materijalima.

#### 4.10.2. Rasejanje gama zračenja

Pored fotoefekta u kome se celokupna energija gama kvanta prenosi atomskim elektronima, interakcija gama zračenja sa materijom može da dovede do njegovog rasejanja, tj., skretanja sa inicijalnog pravca prostiranja za izvestan ugao  $\theta$ . Pokazaćemo kasnije (formula 4.10.17) da talasna dužina  $\lambda$  rasejanog zračenja raste za iznos  $\Delta\lambda(\theta)$  koji zavisi samo od ugla rasejanja  $\theta$  i nezavisno je od  $\lambda$ . Najveća vrednost  $\Delta\lambda$  se opaža za  $\theta = \pi$ . Za sve talasne dužine  $\lambda$  ona je jednaka

$$\Delta\lambda_{\max} = 4.84 \cdot 10^{-10} \text{ cm} \quad 4.10.8$$

Lako se može videti da je  $\Delta\lambda_{\max}$  uporedivo sa srednjim talasnom dužinom gama zračenja ( $E_\gamma=1$  MeV,  $\lambda=10^{-10}$  m) i kratkotalasnim X zračenjem ( $E_X = 100$  keV,  $\lambda=10^{-9}$  cm), ali je mala u poredjenju sa talasnim dužinama mekog gama zračenja i X zračenja ( $E \propto 1-10$  keV,  $\lambda \propto 10^{-8}$  do  $10^{-7}$  cm), i sasvim je zanemarljiva za vidljivu svetlost ( $E \propto 1$  eV,  $\lambda \propto 10^{-4}$  cm).

#### 4.10.2.a. Tomsonovo rasejanje

Rasejanje relativno mekog elektromagnetskog zračenja (dugotalasno X zračenje) je prvo proučavano eksperimentalno, nakon čega je usledilo proučavanje tvrdog zračenja (kratkotalasno X zračenje i gama zračenje). Tako, prvi eksperimenti su pokazali da se talasna dužina praktično ne menja pri rasejanju. Ovi rezultati su objašnjeni pomoću klasične teorije rasejanja elektromagnetskog zračenja, koja je razvijena ranije radi objašnjenja rasejanja svetlosti.

Prema ovoj teoriji, elektron pod dejstvom elektromagnetskog talasa  $E = E_0 e^{-i\nu t}$  je nateran da osciluje sa istom frekvencijom  $\nu$  i da postane izvor elektromagnetskog zračenja te frekvencije. Ovo se naziva rasejani talas. U najprostijem slučaju rasejanja nepolarizovanog primarnog talasa na slobodnom elektronu, diferencijalni efikasni presek je data sa

$$d\sigma = (r_e^2 / 2)(1 + \text{Cos}^2\theta)d\Omega \quad 4.10.9$$

dok je ukupni efikasni presek dat sa

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 0.66 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \quad 4.10.10$$

Ova formula je izvedena od J.J. Thomsona. Thomsonovo rasejanje je nezavisno od talasne dužine incidentnog zračenja i simetrično je u ravni  $\theta=90^\circ$  (Slika 171). Treba se podsetiti da kada dugotalasno gama zračenje padne na kristal čija je konstanta rešetke  $d$  uporediva sa talasnom dužinom  $\lambda$  ( $d \cong \lambda$ ) rasejano zračenje postaje koherentno i opaža se interferencija. Pravac rasejanog zračenja se određuje dobro poznatom Braggovom relacijom koja se izvodi sa slike 172. Sa ove slike se može videti da je putna razlika zraka 1 i 2 jednaka  $2d \text{ Sin}\varphi$ . Izjednačavajući ovo sa celobrojnim umnoškom  $n\lambda$  talasne dužine, dobija se uslov pod kojim se talasi rasejavaju na raznim kristalnim ravnima:

$$2d \sin\varphi = n\lambda$$

4.10.11

najpogodnije za posmatranje su vrednosti ugla na kome je  $d \cong \lambda$ . Za  $\lambda \ll d$  uglovi su veoma mali, dok je za  $\lambda > 2d$  koherentno rasejanje nemoguće jer je  $\sin\varphi = n\lambda/2d > 1$ .

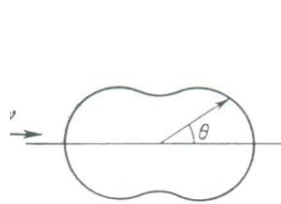


Fig. 171

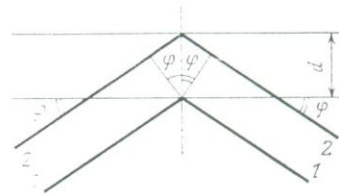
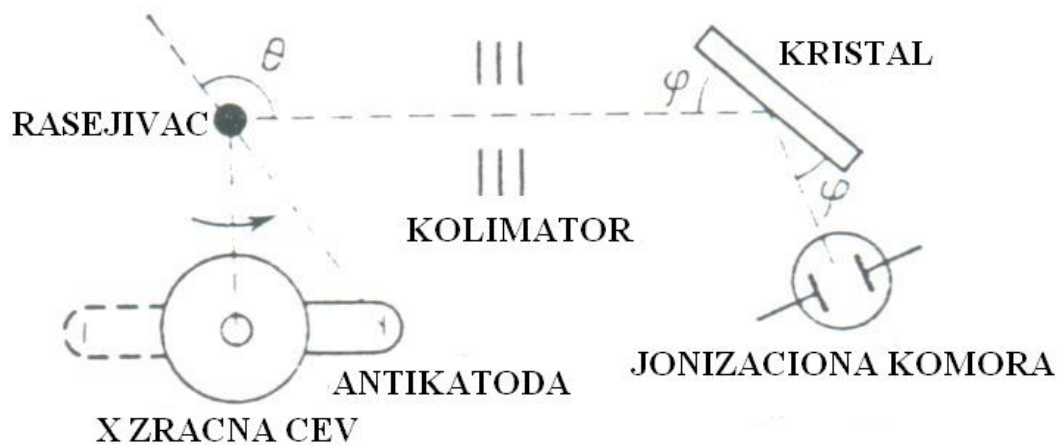


Fig. 172

#### 4.10.2.b. Komptonov efekat

Klasična teorija rasejanje je ispravna za  $h\nu \ll m_e c^2$ . Ako ovaj uslov nije zadovoljen, rasejanje je praćeno promenom talasne dužine. Takvo rasejanje je prvo opaženo u eksperimentima proučavanja osobina kratkotalasnog X zračenja. Ovi eksperimenti su pokazali da se moć prodiranja X zračenja smanjuje na račun rasejanja, tj., na račun povećanja talasne dužine.

Detaljna istraživanja rasejanja elektromagnetskih talasa sa promenom talasne dužine načinjena su 1923. godine od strane Komptona. Eksperiment korišćen u njegovim eksperimentima (Slika 173) se sastoji od X zračne cevi sa molidbenskom antikatomom, grafitnim rasejivačem, kolimatorom, kristalom i jonizacionom komorom. Ugao rasejanja je  $\theta$  je fiksiran rotirajućom X zračnom cevi oko vertikalne ose. Talasna dužina rasejanog zračenja je merena pomoću kristala  $\text{CaCO}_3$  sa konstantom rešetke  $d=3 \cdot 10^{-8}$  cm. Talasna dužina je računata primenom Bragove formule iz ugla  $\varphi$  koji odgovara maksimalnoj struji u jonizacionoj komori.



Slika 173

Kao rezultat eksperimenta Kompton je primetio da:

- (1) pored inicijalne talasne dužine  $\lambda_0$  u spektru rasejanog zračenja postoji pomerena linija sa talasnom dužinom  $\lambda' > \lambda_0$ ;
- (2)  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0$  raste sa povećanjem ugla rasejanja;
- (3)  $(\Delta\lambda)_\theta$  je nezavisno od  $\lambda_0$  za dati ugao rasejanja; i
- (4)  $(\Delta\lambda)_\theta$  je konstantno za sve rasejavajuće materijale.

Ove neregularnosti se ne mogu objasniti klasičnom talasnom teorijom prema kojoj bi talasna dužina rasejanog zračenja morala da bude ista kao i incidentnog zračenja. Kompton i Debye su objasnili efekat pomoću kvantne teorije. Kompton je zapazio da su prve dve tačke sasvim slične elastičnom rasejanju čestica, gde je energija rasejane čestice različita od njene početne vrednosti i zavisi od ugla rasejanja. Zbog toga je predložio kvantno mehaničku interpretaciju fenomena rasejanja, prema kojoj se X zračenje mora tretirati kao fluks čestica fotona koji doživljavaju elastično rasejanje nakon sudara sa drugim česticama, tj., elektronima. Kako su elektroni prisutni u svim atomima, i uslov  $E_\gamma > \varepsilon_0$  je uvek zadovoljen (vezivanje elektrona u atomima nije previše jako), proces se može opisati kao rasejanje fotona na slobodnom elektronu u bilo kom medijumu. U skladu sa tim, priroda rasejanja je nezavisna od materijala rasejivača. Da bi se dobila veza između talasne dužine rasejanog zračenja i ugla rasejanja, napisaćemo zakone održanja energije i impulsa pod pretpostavkom da je elektron slobodan. Zakoni održanja se mogu napisati kao što sledi:

$$h\nu = h\nu' + T_e = h\nu' + m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \quad 4.10.12$$

Posle očiglednih transformacija dobija se

$$m_e^2 c^4 / (1 - \beta^2) = m_e^2 c^4 + (h\nu)^2 + (h\nu')^2 + 2m_e c^2 h(\nu - \nu') - 2h^2 \nu \nu' \quad 4.10.13$$

Zakon održanja impulsa se piše u obliku  $\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e$ , (Slika 174), tj

$$\vec{h\nu}/c = \vec{h\nu}'/c + m_e \vec{\beta} c / \sqrt{1 - \beta^2} \quad 4.10.14$$

ili u skalarnoj formi

$$m_e^2 \beta^2 c^4 / (1 - \beta^2) = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2 \nu \nu' \cos\theta \quad 4.10.15$$

Rešavajući jednačine 4.10.13 i 4.10.15 dobija se

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) \quad 4.10.16$$

ili



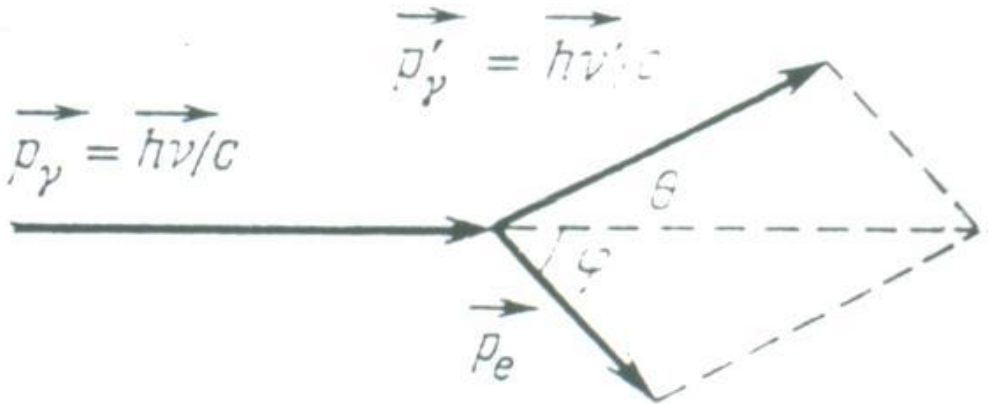
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \Lambda(1 - \cos\theta) = 2\Lambda \sin^2(\theta/2) \quad 4.10.17$$

gde je  $\Lambda = h/m_e c = 2.42 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$  Komptonova talasna dužina elektrona. Sledi iz 4.10.17 da talasna dužina  $\lambda'$  pomerene linije raste sa povećanjem ugla rasejanja tako da je

$$\Delta\lambda = 0 \quad \text{za } \theta = 0$$

$$\Delta\lambda = \Lambda \quad \text{za } \theta = \pi/2$$

$$\Delta\lambda = 2\Lambda \quad \text{za } \theta = \pi$$



Slika 174

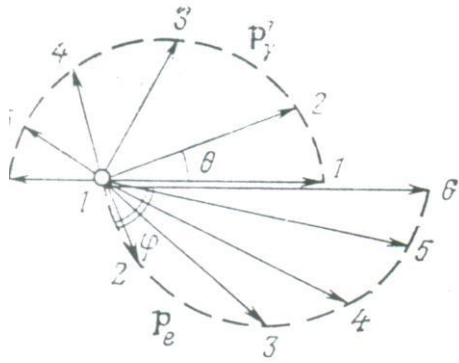
Za rasejanje na datom uglu  $\theta$  veličina  $\Delta\lambda$  je nezavisna od  $\lambda$ . Odavde Komptonov efekat je beznačajan za dugotalasno zračenje, pri čemu je  $\Delta\lambda \ll \lambda$  (slučaj vidljive svetlosti ili čak i meko X zračenje). Nasuprot, ovaj efekat igra veoma važnu ulogu za kratkotalasno gama zračenje, kada je  $\Delta\lambda \cong \lambda$ . Rešavajući jednačinu 4.10.16 za  $\nu'$  dobijamo sledeću formulu za energiju rasejanog kvanta na uglu  $\theta$

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} \quad 4.10.18$$

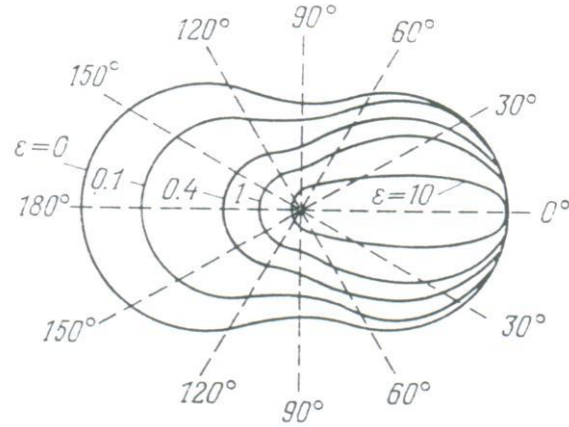
Može se videti iz ove formule da  $h\nu(1 - \cos\theta)/m_e c^2 \ll 1$  i  $h\nu' \cong h\nu$  pri malim uglovima rasejanja u slučaju kada je  $h\nu > m_e c^2$  i za sve uglove kada je  $h\nu \ll m_e c^2$ .  $h\nu \gg m_e c^2$  i velike uglove rasejanja,  $h\nu(1 - \cos\theta)/m_e c^2 \gg 1$  i

$$h\nu' \cong m_e c^2 / (1 - \cos\theta) \quad 4.10.19$$

Odavde je  $h\nu' \cong m_e c^2$  za  $\theta = \pi/2$  i  $h\nu' \cong m_e c^2$  za  $\theta = \pi$ . Smanjenje energije  $h\nu'$  i povećanje impulsa  $h\nu'/c$  rasejanog kvanta sa porastom ugla rasejanja odgovara porastu energije i impulsa uzmaknutog elektrona.



Slika 175



Slika 176

Slika 175 pokazuje krive raspodele impulsa rasejanih fotona i uzmaknutih elektrona u laboratorijskom koordinatnom sistemu. Identične brojke su korišćene da se naznače odgovarajući impulsi rasejanog gama kvanta i uzmaknutog elektrona. Može se videti sa slike 175 i formule 4.10.18 da  $\varphi_e \leq \pi/2$  i  $0 \leq T_e \leq (T_e)_{\max}$  gde je

$$(T_e)_{\max} = 2h\nu\varepsilon/(1+2\varepsilon), \quad \varepsilon = h\nu/m_e c^2$$

Formula za izračunavanje diferencijalnog efekasnog preseka Komptonovog rasejanja je dobijena od strane Klein i Nishina i nezavisno od Tamma. Izraz ima sledeći oblik

$$d\sigma(\theta) = r_e^2 \frac{1 + \cos^2\theta}{2} \frac{d\Omega}{[1 + \varepsilon(1 - \cos\theta)]^2} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos^2\theta)[1 + \varepsilon(1 - \cos\theta)]} \right\} \quad 4.10.20$$

gde je  $r_e = e^2/m_e c^2$ ,  $\varepsilon = h\nu/m_e c^2$ ,  $\theta$  je ugao rasejanja. Zavisnost  $d\sigma(\theta)$  od ugla rasejanja za razne  $\varepsilon$  je pokazana na slici 176. Za  $\varepsilon \cong 0$ , ova slika postaje identična slici 171. Porastom  $\varepsilon$  dijagram rasejanja se isteže unapred. Formula za ukupni efekasni presek Komptonovog rasejanja se dobija integraljenjem jednačine 4.10.20 preko svih uglova

$$\sigma_{\text{Com}} = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon^2} \left[ \frac{2(1 + \varepsilon)}{1 + 2\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} \text{Ln}(1 + 2\varepsilon) \right] + \frac{1}{2\varepsilon} \text{Ln}(1 + 2\varepsilon) - \frac{1 + 3\varepsilon}{(1 + 2\varepsilon)^2} \right\} \quad 4.10.21$$

Razmotrimo dva posebna slučaja

1. Za  $\varepsilon \ll 1$ , ova formula se transformiše u

$$\sigma_{Com} = \sigma_{Th} \left(1 - 2\varepsilon + \frac{26}{5}\varepsilon^2 + \dots\right) \quad 4.10.22$$

gde je u skladu sa 4.10.10

$$\sigma_{Th} = (8\pi/3)(e^4/m_e^2c^4)$$

U niskoenergetskoj oblasti ( $\varepsilon \ll 0.05$ ) efikasni presek Komptonovog rasejanja raste linearno sa opadanjem energije i teži  $\sigma_{Th}$  u graničnom slučaju.

2. U slučaju  $\sigma \gg 1$  formula dobija oblik

$$\sigma_{Com} = \pi r_e^2 \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{2} + Ln 2\varepsilon\right) \quad 4.10.23$$

gde  $r_e$  i  $\varepsilon$  imaju iste vrednosti kao i ranije. Tako, efikasni presek Komptonovog rasejanja na elektronu za  $E_\gamma \gg m_e c^2$ , ( $\varepsilon \gg 1$ ) varira inverzno proporcionalno energiji gama kvanta. Kako ima  $Z$  elektrona u atomu, efikasni presek za atom je  $Z$  puta veći i odavde imamo

$$\sigma_{Com} \propto Z / E_\gamma \quad 4.10.24$$

Komptonov efekat se može, naravno, opaziti i za elektrone u pokretu, a ne samo za elektrone u miru. Formula za energiju  $E_\gamma$  fotona rasejanog na elektronu u pokretu se može dobiti transformacijom formule 4.10.18 iz sistema koordinata vezanih za elektron u sistem vezan za laboratoriju

$$E'_\gamma = E_\gamma \frac{1 - \beta \cos \theta_1}{1 - \beta \cos \theta_2 + [E_\gamma (1 - \cos \theta) / E_e]} \quad 4.10.25$$

gde je  $E_\gamma$  inicijalna energija fotona,  $\beta$  je brzina elektrona  $\theta_1$  je ugao između pravca kretanja elektrona i incidentnog fotona,  $\theta_2$  je ugao između pravca kretanja elektrona i rasejanog fotona,  $E_e$  je energija elektrona i  $\theta$  je ugao između incidentnog i rasejanog kvanta. Može se videti iz formule 4.10.25 da ako incidentni foton i elektron prilaze po međusobnim uglom ( $\theta_1 = \pi$ ) foton se rasejava unatrag, ( $\theta = \pi$ ,  $\theta_2 = 0$ ) i prima najveću moguću energiju

$$(E'_\gamma)_{\max} \cong \frac{E_\gamma}{(m_e c^2 / e E_e)^2 + (E_\gamma / E_e)} \quad 4.10.26$$

Ova vrednost  $(E'_\gamma)_{\max}$  može čak biti i veća od  $E_\gamma$  (inverzni Komptonov efekat).

Posebno interesantna situacija se može dogoditi kada se meki foton (recimo svetlost) raseje ultrarelativističkim elektronom dobijenim u elektronskom akceleratoru. U ovom slučaju energija fotona posle rasejanja može biti uporediva sa energijom elektrona. Tako, postaje moguće transformisati svetlost (na primer svetlost lasera) u vrlo kratkotalasno gama zračenje. Važna karakteristika ovakvog gama zračenja je da ima veliki stepen monohromatičnosti i polarizacije.

Inverzni Komptonov efekat se takodje može koristiti za dobijanje informacija o Univerzumu oko nas. Može se koristiti za objašnjavanje porekla izotropnog X zračenja i gama backgrounda. Ovaj background verovatno potiče od inverznog Komptonovog rasejanja osnovnog elektromagnetskog zračenja (koje ima spektar apsolutno crnog tela na 2.7 K) visoko energetskim kosmičkim elektronima. Pored elektrona, druge naelektrisane čestice (kao i neutralne čestice koje imaju magnetski momenat) kao protoni mogu biti odgovorni za Komptonov efekat. Približna vrednost  $\sigma_{\text{Com}}$  za protone se može dobiti ako zamenimo  $m_e$  u formuli 4.10.21 sa  $m_p$  (ova vrednost je približna jer proton ima anomalni magnetski momenat).

### 4.10.3 Formiranje elektron pozitronskog para

Za gama zračenje koje ima visoke energije ( $E_\gamma > E_0$ ) postoji još jedna forma interakcije gama kvanta sa materijom pored fotoefekta i Komptonovog efekta, tj., formiranje elektron pozitronskog para. Mogućnost takvog procesa je otkrivena od strane Diraka 1928. godine iz analize relativističke kvantno mehaničke jednačine za elektrone. Proces formiranja para se ne može dogoditi u vakumu i zahteva jezgro ili elektron u blizini. Ako pretpostavimo da se gama kvant transformiše u elektron pozitronski par u vakumu, sledeće dve jednačine bi morale da budu zadovoljene u skladu sa zakonima održanja energije i impulsa

$$E_\gamma = \frac{m_{e^-} c^2}{\sqrt{1 - \beta_{e^-}^2}} + \frac{m_{e^+} c^2}{\sqrt{1 - \beta_{e^+}^2}} \quad 4.10.27$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} \quad 4.10.28$$

Sledi iz formule 4.10.27 da je

$$|\vec{p}_\gamma| = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{m_{e^-} c}{\sqrt{1 - \beta_{e^-}^2}} + \frac{m_{e^+} c}{\sqrt{1 - \beta_{e^+}^2}} > \frac{m_{e^-} \beta_{e^-} c^2}{\sqrt{1 - \beta_{e^-}^2}} + \frac{m_{e^+} \beta_{e^+} c^2}{\sqrt{1 - \beta_{e^+}^2}}$$

tj.,  $|\vec{p}_\gamma| > |\vec{p}_{e^-}| + |\vec{p}_{e^+}|$ . Medjutim ova jednačina ne može biti tačna, jer prema formuli 4.10.28, ovi vektori grade trougao. Formiranja para je moguće kada postoji jezgro ili elektron u neposrednoj blizini gama kvanta, jer se tada energija i impuls gama kvanta raspodeljuju između tri čestice bez povrede zakona održanja. Ako se desi formiranje para u Kulonovom polju jezgra ili protona, energija uzmaknutog jezgra će biti sasvim mala i energetski prag,  $E_0$ , za reakciju kreiranja para, praktično postaje jednak dvostrukoj vrednosti mase elektrona:

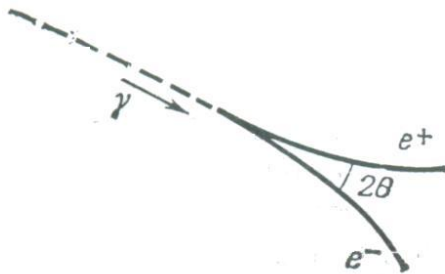
$$E_0 \cong 2m_e c^2 = 1.02 \text{ MeV} \quad 4.10.29$$

Kada se par kreira u Kulonovom polju elektrona, energija praga raste do

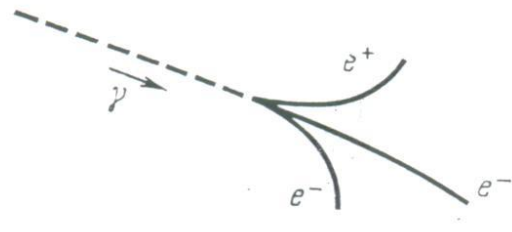
$$E_0 = 4m_e c^2 = 2.04 \text{ MeV} \quad 4.10.30$$

(Jednakost je tačna u ovom slučaju).

U prvom slučaju, energija uzmarka jezgra ili (protona) je tako mala da se samo tragovi elektrona i pozitrona mogu videti na fotografiji, (Slika 177). Na početku, obe čestice se kreću u istom pravcu kao i gama kvant pod uglom  $\theta \cong m_e c^2 / E_\gamma$ . U drugom slučaju uzmarknuti elektron se takodje može videti pored elektron pozitronskog para (Slika 178), tzv., troelektronski događaj. Elektron pozitronski par se takodje može formirati pri dejstvu dva fotona sa ukupnom energijom  $E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} > 2m_e c^2$  ili kao rezultat sudara dva elektrona sa energijom  $E \geq 7m_e c^2$ . Preporučujemo čitaocu da samostalno izvede ove rezultata koristeći invarijantnu jednačinu  $E^2 - p^2 c^2 = inv$  (pisući izraze za prag reakcije u laboratorijskom sistemu i sistemu centra masa).



Slika 177



Slika 178

Treba se podsetiti da  $E$  i  $P$  u relaciji invarijante označavaju ukupnu energiju i rezultujući impuls interagujućih čestica. Izraz za efikasni presek formiranja elektron pozitronskog para u polju jezgra je vrlo komplikovan. U analitičkoj formi može se zapisati samo za ograničene intervale energije  $E_\gamma$ .

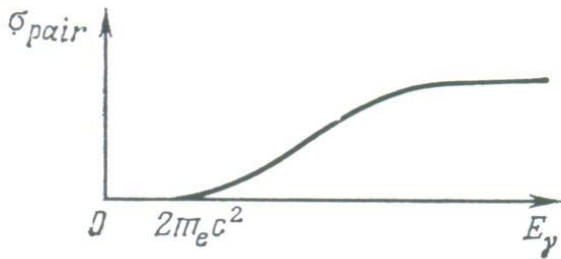
$$\sigma_{par} = \frac{Z^2}{137} r_e^2 \left( \frac{28}{9} \text{Ln} \frac{2E_\gamma}{m_e c^2} - \frac{218}{27} \right) \quad 4.10.31$$

za  $m_e c^2 \ll E_\gamma \ll 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$  (ne uzimajući u obzir zaklanjanje) i

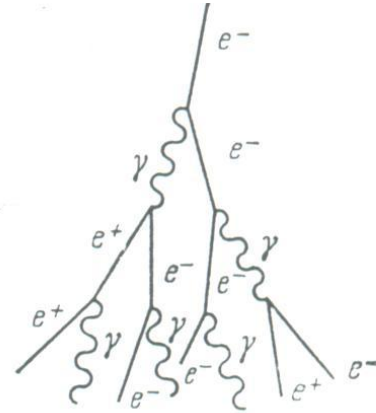
$$\sigma_{par} = \frac{Z^2}{137} r_e^2 \left( \frac{28}{9} \text{Ln} 183 Z^{-1/3} - \frac{2}{27} \right) \quad 4.10.32$$

za  $E_\gamma \gg 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$  (kompletno zaklanjanje) gde je  $137 m_e c^2 Z^{-1/3}$  jednako 30 MeV za aluminijum i oko 15 MeV za olovo. Za druge vrednosti energije, efikasni presek se računa numeričkom integracijom izraza za diferencijalni efikasni presek. Opšta forma zavisnosti  $\sigma_\gamma$  od  $E_\gamma$  je data na slici 179. Efikasni presek formiranja elektron pozitronskog para u Kulonovom polju elektrona je mnogo (oko 1000) puta manja nego efikasni presek u polju jezgra, naročito u slučaju niskih energija i velikih  $Z$ . Medjutim, za  $E_\gamma > 10 \text{ MeV}$  formiranje para na elektronu dostiže oko 1 % ukupnog efikasnog preseka u težim elementima i oko 10 % u lakim. Pored radijacionih gubitaka elektrona, proces formiranja para je odgovoran za elektron fotonske pljuskeve u kosmičkom zračenju. Ako gama zračenje kreirano u radijacionim gubicima elektrona ima

energiju  $E_\gamma > 2m_e c^2$ , ono može kreirati par elektron pozitron, koji pak opet mogu da daju porast gama kvanata u novim procesima radijacionih gubitaka, itd., (Slika 180). Proces se intenzivira slično lavini dok energija ne dostigne kritičnu vrednost.



Slika 179



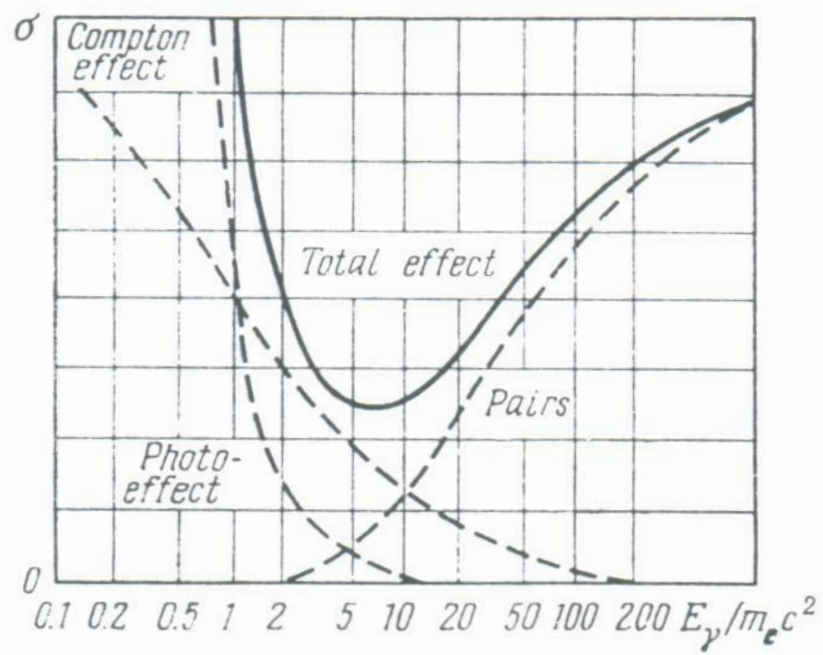
Slika 180

#### 4.10.4. Opšta priroda interakcije gama zračenja sa materijom

Pri razmatranju interakcije gama kvanata sa materijom moraju se uzeti u obzir svi mogući procesi, tj., fotoefekat, Komptonov efekat i formiranje parova. Ukupni efikasni presek je dat sa

$$\sigma = \sigma_{Photo} + \sigma_{Com} + \sigma_{par} \quad 4.10.33$$

pri čemu je  $\sigma_{Photo} \propto Z^5 / E_\gamma^{7/2}$  efikasni presek za fotoefekat,  $\sigma_{Com} \propto Z / E_\gamma$  efikasni presek za Komptonov efekat i  $\sigma_{par} \propto Z^2 \ln(2E_\gamma)$  presek za formiranje parova. Sledi iz prirode zavisnosti efikasnih preseka od energije  $E_\gamma$  i  $Z$  medijuma da je fotoefekat glavni mehanizam interakcije gama zračenja sa materijom za niske energije ( $E_\gamma < E_1$ ), Komptonov efekat je uglavnom odgovoran za interakciju u oblasti srednjih energija ( $E_1 < E_\gamma < E_2$ ) dok proces proizvodnje parova dominira u visokoenergetskoj oblasti ( $E_\gamma > E_2$ ). Granične vrednosti energije koje ograničavaju regione dominacije ovih efekata zavise od materijala sredine. Za aluminijum ove vrednosti su  $E_1=0.05$  MeV, i  $E_2=15$  MeV, dok su vrednosti za olovo  $E_1=0.5$  MeV i  $E_2=5$  MeV. Slika 181 pokazuje energetska zavisnost apsorpcionih efikasnih preseka za gama zračenje u olovu za sva tri mehanizma interakcije, kao i ukupni efikasni presek.



Slika 181