# 1.4. Radius jezgra

Prva procena veličine atomskih jezgara je dobijena u Raderfordovom eksperimentu rasejanja alfa čestica. U cilju usaglašavanja eksperimentalnih rezultata i teorije pretpostavljeno je da je značajan deo mase atoma skoncentrisan u centralnom delu, tj. jezgru, koje se može predstaviti kao sfera radijusa  $\approx 10^{-12}$  cm.

Veličina jezgra je nakon toga odredjena na nekoliko načina:

- (1) procena radijusa  $\alpha$  radioaktivnih jezgara preko konstante radioaktivnog raspada  $\lambda$ ;
- (2) analizirajući semiempirijsku formulu za masu i vezivnu energiju jezgra;
- (3) proučavanjem rasejanja brzih neutrona na jezgrima;
- (4) proučavanjem X zračenja μ atoma;
- (5) merenjem rasejanja brzih elektrona na jezgrima.

Ovde ćemo ukratko opisati svaki od ovih metoda i porediti njihove rezultate.

## 1.4.1. Procena radijusa α radioaktivnih jezgara preko njihovog vremena života

Najteži elementi periodnog sistema su  $\alpha$  radioaktivni i prema empirijskom Gajger Nutalovom zakonu, život ovih jezgara,  $\tau$ , je u vezi sa energijom  $\alpha$  čestica T<sub> $\alpha$ </sub>:

$$\ln \tau + A \ln T_{\alpha} = B \tag{1.4.1}$$

Koeficijenti A i B u prethodnoj jednačini su takvi da male promene energije  $\alpha$  čestica (od 4 do 9 MeV) izaziva enormne promene vremena života jezgara (od 10<sup>-7</sup> s do 10<sup>10</sup> godina). Ova karakteristika alfa raspada potiče od kvantno mehaničkog efekta prolaska  $\alpha$  čestica kroz Kulonovu potencijalnu barijeru. Kako jedna od granica barijere jeste radijus jezgra R, teorijski izraz za vreme života jezgra sadrži R, koje se može naći poredjenjem eksperimentalnih rezultata o vremenu života  $\alpha$  radioaktivnih jezgara.

Nadjeno je da je radijus svih  $\alpha$  radioaktivnih jezgara u granicama od 8.4 $\cdot$ 10<sup>-13</sup> cm do 9.8 $\cdot$ 10<sup>-13</sup> cm i da se sasvim dobro opisuje formulom R=r<sub>0</sub>A<sup>1/3</sup>gd je r<sub>0</sub>=(1.45-1.5) $\cdot$ 10<sup>-13</sup> cm.

## 1.4.2. Analiza semiempirijske formule. Beta raspad ogledalskih jezgara

Jedan od članova u semiempirijskoj formuli za energiju veze (1.3.20)

$$\Delta W(A,Z) = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 / A^{1/3} - \zeta (A/2 - Z)^2 / A + \delta A^{-3/4}$$
(1.4.2)

se može izraziti preko radijusa jezgra na sledeći način

$$\gamma Z^2 / A^{1/3} = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R} \quad ili \quad \gamma = 3e^2 / 5R_0$$
 (1.4.3)

Prvobitno, nuklearni radijus je nadjen iz analize alfa raspada za mali broj teških jezgara. Medjutim, kasnije se uvidelo da poluempirijska formula sa vrednošću  $\gamma$  dobijenim iz ove analize korektno opisuje vezivne energije ne samo teških jezgara, već i svih preostalih jezgara. Tako, poredjenje sa eksperimentima pokazuje da je formula univerzalne prirode i da su pretpostavke učinjene pri njenom izvodjenju korektne. Posebno, pretpostavlja se da je veza izmedju koeficijenta  $\gamma$  i nuklearnog radijusa R korektna.

Ovo znači da se argumenti korišćeni u izvodjenju poluempirijske formule mogu u obrnutom redosledu primeniti i da se vrednost nuklearnog radijusa može dobiti iz predjenja eksperimentalnih i teorijskih rezultata.

Takvo poredjenje se može učiniti na vrlo elegantan način za parove ogledalskih jezgara preko uslova beta raspada.

Pretpostavimo da se kao rezultat  $\beta^+$  raspada jezgro (A,Z) transformiše u ogledalsko jezgro (A,Z-1). Za ogledalska jezgra broj neutrona N=A-Z jednog jezgra je jednak broju protona Z-1 drugog jezgra: A-Z=Z-1, tj., A=2Z-1. Za ovakvu vezu izmedju A i Z član  $\delta$  u (1.4.2) je jednak nuli i svi ostali članovi osim  $\gamma$  su jednaki za oba jezgra. Odavde razlika u energiji veze jezgara (A,Z) i (A,Z-1) je

$$\Delta E = \Delta W(A, Z-1) - \Delta W(A, Z) = \gamma \frac{2Z-1}{A^{1/3}} = \gamma A^{2/3} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} A^{2/3}$$
(1.4.4)

Odavde se r<sub>0</sub> može naći iz nagiba eksperimentalne linije

$$y = kx \tag{1.4.5}$$

gde je  $y = \Delta E_{exp}$ ,  $k = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} i$   $x = A^{2/3}$  (sl. 27). Vrednosti  $\Delta E_{exp}$  se mogu naći iz masa jezgara  $\Delta E = M(A,Z) - M(A,Z-1) + m_n - m_p$ , ili iz energije  $\beta$  raspada  $\Delta E = E_{\beta^+} + m_n + m_e - m_p$ . Ova metoda je dovela do vrednosti  $r_0 = (1.2 - 1.3) \cdot 10^{-15} m$ 



Slika 27.

Koristeći najnoviju vrednost za γ u poluempirijskoj formuli dobija se vrednost za r<sub>0</sub>

 $r_0 = 1.2 \cdot 10^{-15} m$ 

## 1.4.3. Proučavanje rasejanja brzih neutrona na jezgrima

Radijus jezgara se može vrlo tačno odrediti proučavanjem interakcija brzih neutrona sa atomskim jezgrima. Verovatnoća interakcije se karakteriše efikasnim presekom  $\sigma$  koji se za brze neutrone definiše na sledeći način. Neka je N fluks brzih neutrona koji padaju na tanku metu na 1 cm<sup>2</sup>, tako da se jezgra mete ne preklapaju (Sl. 9). Efikasni presek interakcije neutrona jezgra se definiše kao

$$\sigma = \frac{dN}{Nn\delta} \tag{1.4.6}$$

gde je dN broj interakcija, n je koncentracija jezgara u meti i  $\delta$  je debljina mete. Sledi iz izraza (1.4.6) da relativni deo dN/N neutrona koji interaguju je jednak relativom delu dS= $\sigma$ n $\delta$  površine mete zauzete jezgrima.



Slika 28

U slučaju debele mete gustina fluksa se menja sa dubinom x. Očigledno, da bi se procenio broj neutrona koji prodju kroz metu, mora se prvo napisati diferencijalna jednačina za tanak sloj dx, mete na dubini x:

$$dN = -N(x)n\sigma dx \tag{1.4.7}$$

Ovde je N(x) broj neutrona koji dostignu sloj na dubini x, i dx je debljina sloja. Rešenje jednačine (1.4.7) je u obliku

$$N(x) = N_0 e^{-n\sigma x}$$
(1.4.8)

Da bi se odredio presek interakcije brzih neutrona i jezgara, dovoljno je meriti slabljenje  $N(\delta)/N_0$  intenziteta snopa neutrona koji prodje sloj debljine  $\delta$ :

$$\sigma = -\frac{\ln[N(\delta)/N_0]}{n\sigma}$$
(1.4.9)

Da bi se odredio radijus jezgra mora se  $\sigma$  izraziti preko R.

Na prvi pogled može se učiniti da je efikasni presek, koji ima smisao površine preseka mora biti jednak  $\pi R^2$ . Ovo bi bilo zaista tačno ako bi se interakcija brzih neutrona (T<sub>n</sub>=10 MeV) sa jezgrima svela na neelastična rasejanja. Medjutim, u praksi postoje i drugi procesi interakcije brzih neutrona, npr. elastično rasejanje DeBroljevih talasa neutrona sa jezgrima. Efikasni presek ovih procesa je takodje  $\pi R^2$ . Tako, ukupni presek interakcije brzih neutrona je

$$\sigma = 2\pi R^2 \tag{1.4.10}$$

Eksperimenti sa slabljenjem neutronskog snopa mogu da daju informacije o radijusu jezgra.

Eksperimenti su sprovedeni sa neutronima energije 14 i 25 MeV. Doveli su do vrednosti

$$R = r_0 A^{1/3}$$

pri čemu je je  $r_0=1.4 \cdot 10^{-15}$  m.

Slični rezultati su dobijeni u eksperimentima rasejanja 90 MeV skih neutrona  $(r_0=1.37\cdot10^{-15} \text{ m})$ . Nešto manja vrednost  $(r_0=1.28\cdot10^{-15} \text{ m})$  je dobijena u eksperimentima apsorpcije vrlo brzih neutrona  $(T_n=1.4 \text{ GeV})$ .

Tako, metode odredjivanja radijusa jezgra proučavanjem njihove interakcije sa neutronima daju rezultat

$$R = r_0 A^{1/3}$$

gde je  $r_0 = (1.3 - 1.4) \cdot 10^{-15}$  m.

#### 1.4.4. Proučavanje X zračenja emitovanih mionskim atomima

Nova elementarna čestica, nazvana mion ( $\mu$ ), je otkrivena 1938. godine u kosmičkom zračenju. Proučavanje osobina ove čestice, otkrilo je da ona može biti pozitivno ili negativno naelektrisana, da ima masu 207 m<sub>e</sub>, i da se raspada na elektron i dva neutrina u vremenu oko  $2 \cdot 10^{-6}$  s.

Dalja analiza osobina negativnog miona pokazala je da se on ponaša na sličan način kao i elektron. Kada se mion, nakon usporavanja do izvesne brzine, nadje u blizini jezgra, može biti zahvaćen na nekoj od Bohrovih orbitala. Ovako se stvara sistem koji je sličan atomu i naziva se µ-atom, ili mionski atom. Radijus mionskog atoma je 207 puta manji (količnik mase miona i elektrona je 207) od radijusa odgovarajuće Bohrove orbite elektrona. Na primer radijus K orbite µ-atoma olova je

$$(r_{K})_{\mu^{-}} = \frac{\hbar^{2}}{Z\mu e^{2}} = 3 \cdot 10^{-15} m \tag{1.4.11}$$

Mionski atomi imaju iste osobine kao i obični atomi. Prelazak miona sa jedne na drugu orbitu je praćen emisijom X zračenja. Energija ovog X zračenja se može meriti eksperimentalno i izračunati teorijski. Pošto je radijus mionske orbite veoma mali, izračunata vrednost energije emitovanog zračenja jako zavisi od pretpostavke o nuklearnom radijusu. Odavde radijus atomskog jezgra se može naći iz eksperimentalnih podataka o energiji zračenja.

Ovaj metod daje najtačnije vrednosti za jezgra sa velikim Z, jer su ovde mionske orbite vrlo male. Na primer račun pokazuje da ako se pretpostavi nuklearni radijus u opegu od 0 do  $1.3 \cdot 208^{1/3} \cdot 10^{-15}$  m, energija emitovanog zračenja mionskog atoma se menja od 16 do 5.5 MeV.

Merenje izračene energije  $\mu$ -atoma olova i poredjenje sa rezultatima dobijenim iz teorije daju R<sub>Pb</sub>=1.17 ·208<sup>1/3</sup>·10<sup>-15</sup>m.

#### 1.4.5. Merenje rasejanja brzih elektrona na jezgrima.

DeBroglieva talasna dužina elektrona sa energijom  $T_e >> m_0 c^2$  je

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{1.24 \cdot 10^{-10}}{T_e} \tag{1.4.12}$$

(gde je  $\lambda$  dato u cm, a T u MeV), i postaje uporediva sa dimenzijama atomskog jezgra za T<sub>e</sub>=100 MeV. Može se dobiti predstava o dimenzijama jezgra iz eksperimenata elastičnog rasejanja brzih elektrona na jezgru, tj. iz rezultata ugaone raspodele rasejanih elektrona. Eksperimenti su sprovedeni na elektronskim akceleratorima, sinhrotronima na energijama nekoliko desetina i stotina MeV. Rezultati eksperimenta su uporedjeni sa računanjima koja su zasnovana na Dirackovoj jednačini i pretpostavi o uniformnoj raspodeli naelektrisanja u jezgrima raznog poluprečnika. Nadjeno je da se najbolje slaganje formule  $R = r_0 A^{1/3}$  sa eksperimentalnim podacima dobija za razne vrednosti r<sub>0</sub>.

Tako eksperimenti sa rasejanjem brzih elektrona daju sledeće vrednosti za poluprečnik jezgra

 $R = r_0 A^{1/3}$ gde je  $r_0 = (1.3 - 1.3) \cdot 10^{-15} m$ 

## 1.4.6. Poredjenje rezultata

Uporedimo sada rezultate dobijene raznim metodama. Svi eksperimenti potvrdjuju ispravnost pretpostavke da je jezgro približno sfernog oblika. Medjutim, za radijus jezgra dobijaju se različite vrednosti:

 $R = r_0 A^{1/3}$ 

gde je

 $r_0 = (1.2 - 1.5) \cdot 10^{-15} m$ 

smatrajući da je vrednost  $r_0 = (1.45 - 1.5) \cdot 10^{-15} m$  dobijena iz analize alfa raspada unekoliko preterana još uvek preostaje neodredjenost izmedju vrednosti od  $r_0 = (1.3 - 1.4) \cdot 10^{-15} m$  i  $r_0 = (1.2 - 1.3) \cdot 10^{-15} m$ , koje su dobijene prilično sigurnim metodama. Ova razlika se može objasniti na sledeći način: kada se proučavaju elektromagnetske osobine jezgra onda se dobija informacija o prostoru koji zauzimaju protoni  $r_0 = (1.2 - 1.3) \cdot 10^{-15} m$ . U eksperimentima rasejanja brzih neutrona istražuje se nuklearna interakcija neutrona sa jezgrima. U ovakvim eksperimentima se ne meri radijus jezgra već nešto veći radijus oblasti u kojoj se oseća nuklearna interakcija. U vezi sa ovim ponekada se govori o električnom ili nuklearnom radijusu atomskog jezgra.

Interesantno je zapaziti da rezultat dobijen pomoću analize kulonovog člana poluempirijske formule za masu jezgra ne protivreče rezultatima dobijenim istraživanjem elektromagnetske interakcije jezgra.

Stvar je u tome da je poluempirijska formula za masu jezgra dobijena 1935. god., kada podaci o masi jezgra nisu bili dovoljno tačni. Kasnije, posle znatnog poboljšanja podataka o masama jezgara pojavila se mogućnost ponovnog razmatranja koeficijenata formule. Pokazalo se da se najbolje slaganje sa novim eksperimentalni podacima dobija za koeficijenat  $\gamma = 0.71 MeV$ , što za radijus jezgra daje vrednost

 $R = 1.21 \cdot 10^{-15} m$ 

što je u saglasnosti sa drugim elektromagnetskim metodama odredjivanja.

U zaključku treba primetiti da velika tačnost savremenih eksperimenata pri istraživanju rasejanja brzih elektrona na jezgrima dozvoljava odredjivanje, ne samo dimenzija oblasti zauzete protonima, već i raspodele gustine naelektrisanja u jezgru. Pokazalo se da se eksperimentalni rezultati najbolje slažu sa raspodelom oblika

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + e^{-\frac{r - R_0}{\delta}}}$$

Saglasno ovoj formuli, gustina naelektrisanja je konstantna u unutrašnjosti jezgra i ravnomerno se smanjuje do nule blizu granice jezgra (Slika 29). R<sub>0</sub> odredjuje rastojanje od centra jezgra do mesta gde gustina naelektrisanja pada na polovinu, a  $\delta$  je brzina smanjivanje gustine naelektrisanja s rastojanjem od jezgra. Eksperimenti pokazuju da je veličina R<sub>0</sub> za sva ispitivana jezgra jednaka R<sub>0</sub>=1.08  $\cdot 10^{-15}$  A<sup>-1/3</sup> m. Opadanje gustine naelektrisanja od 0.9  $\rho_0$  do 0.1  $\rho_0$  se za sva jezgra nalazi na jednakom rastojanju d=4.4 $\delta$ =2.4  $\cdot 10^{-15}$  m tako da se oblast konstantne gustine naelektrisanja smanjuje sa smanjivanjem Z, a za Z<6, sasvim iščezava.



Slika 29

# 1.5. Spin i magnetski moment nukleona i jezgra

## 1.5.1. Istorijska osnova

Na isti način kako je spin i unutrašnji magnetski momenat pridružen elektronu usled fine strukture spektralnih linija, hiperfina struktura je objašnjena pretpostavljajući da jezgro ima spin kao i magnetski momenat.

Fina struktura optičkog spektra potiče od interakcije spinskog magnetskog momenta  $\mu_s$  elektrona sa magnetskim poljem  $\mathbf{B}_l$  stvorenog orbitalnim kretanjem elektrona u atomu. Energija interakcije

$$U = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} \tag{1.5.1}$$

je različita za razne orijentacije  $\mu_s$  u odnosu na **B**<sub>l</sub>. Broj 2s+1 mogućih orijentacija je odredjeno spinom *s*.

Kvantitativno slaganje izmedju ovog tvrdjenja i eksperimentalnih rezultata je dobijeno za sledeće vrednosti spina i magnetskog momenta elektrona

s=1/2 (U jedinicama Plankove konstante  $\hbar$ ).

 $\mu_{\rm B} = \frac{e\hbar}{2m_e} \ (\text{Borov magneton})$ 

 $l=0, 1, 2, \ldots$  (u jedinicama Plankove konstante  $\hbar$ )

Vrednosti spina *s* i spinskog magnetskog momenta  $\mu_s$  za elektron su kasnije dobijene teorijski iz razmatranja Dirakove relativističke kvantno mehaničke jednačine elektrona.

Fina struktura spektralnih linija potiče iz interakcije magnetskog momenta svih spoljašnjih (valentnih) elektrona sa magnetskim momentom atoma. Slika interakcije je sasvim jednostavna za atome sa jednim elektronom u spoljašnjoj ljusci. U ovom slučaju ima samo dve (2s+1=2) orijentacije  $\mu_s$  u odnosu na **B**, to jest, svaka spektralna linija se cepa u dve bliske linije. Cepanje natrijumove D linije u dve linije sa talasnim dužinama 589 nm i 589.6 nm je tipičan primer takve fine strukture.

Spoljašnja ljuska atoma obično ne sadrži samo jedan, već više elektrona koji doprinose ugaonom i magnetskom momentu atoma. Odavde sledeće veličine se koriste kao osnovne vektorske karakteristike elektronskih ljuski:

- 1) ukupan spin S=s<sub>1</sub>+s<sub>2</sub>+.. svih valentnih elektrona i magnetski momenat koji im odgovara  $\mu_{s}$ ;
- 2) ukupan orbitalni ugaoni momenat  $\mathbf{L}=\mathbf{l}_1+\mathbf{l}_2+...$  svih valentnih elektrona i magnetski momenat  $\boldsymbol{\mu}_L$  koji im odgovara;
- 3) ukupni ugaoni momenat J=L+S elektrona i odgovarajući magnetski momenat  $\mu_J$ .

Fina struktura u ovom slučaju je mnogo komplikovanija nego za monovalentne atome iako je fizička priroda ista; interakcija magnetskog momenta valentnih elektrona sa magnetskim momentom orbitalnog kretanja elektrona je odgovorna za finu strukturu.

Slična šema je predložena za objašnjenje hiperfinog cepanja optičkih spektara. Paul je 1928. godine prvi postavio hipotezu da jezgro ima spin **I** i magnetski momenat  $\mu_{I}$ . Interakcija magnetskog momenta jezgra sa magnetskim poljem elektrona (koja je nešto malo različita za razne orijentacije nuklearnog spina) izaziva dodatno cepanje spektralnih linija. Da bi objasnili ovo krajnje malo cepanje (koje je oko 10<sup>3</sup> puta manje od finog cepanja) Pauli je pretpostavio da je magnetski momenat protona jednak

$$\left|\mu_{p}\right| = \frac{e\hbar}{2m_{p}} = \frac{m_{e}}{m_{p}}\mu_{B} \tag{1.5.3}$$

gde je  $\mu_{\rm B}$  Borov magneton. Izraz  $\frac{e\hbar}{2m_p} = \mu_N$  se naziva nuklearni magneton <sup>primprev</sup>.

Magnetski momenat jezgra,  $\mu_I$  je celobrojni umnožak nuklearnog magnetona

 $\mu_I = \gamma \mu_N$ 

## gde je $\gamma$ celobrojno.

Paulijev koncept interakcije izmedju nuklearnog magnetskog momenta i megnetskog polja atoma se kasnije potvrdio kao ispravan u svim aspektima, osim da je  $\gamma$  celobrojno. Ovaj koncept gradi osnovu svih metoda odredjivanja spina i magnetskog momenta jegra. Razmotrićemo te metode u sledećem tekstu.

**Bor Zomerfeldova teorija i njene teškoće** (ova i sledeća sekcija se nalaze u prvom izdanju knjige na ruskom jeziku, a izbačeni su iz izdanja na engleskom. Radi informativnosti ostavljeni su ovde ali bez numeracije sekcija i jednačina)<sup>Primedba D. Nikezić</sup>

Prema Borovoj teoriji, stacionarna stanja atoma su odredjena vrednošću momenta impulsa elektrona na orbiti. Moment impulsa mora biti jednak  $n\hbar$ , gde je  $\hbar = h/2\pi$  Plankova konstant, a n – celobrojno je glavni kvantni broj:

 $m_e vr = n\hbar$ 

Broj n odredjuje energiju sistema  $E_n = -\frac{Z^2 e^4 m_0}{32\pi^2 e_0^4 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$  i radijus orbite  $r_n = \frac{n^2 \hbar^2 4\pi \varepsilon_0}{m_0 e^2}$ .

Atom koji se nalazi u stacionarnom stanju ne zrači. Emisija ili apsorpcija fotona je moguća pri prelazu elektrona sa jedne kružne orbite na drugu, pri čemu zračenje ima frekvenciju

$$v = \frac{\Delta E}{h}$$

Gde je  $\Delta E$  razlika energija izmedju stanja. Borova teorija je omogućila dobijanje spektralnih serija vodonikovog atoma.

Poboljšanje Borove teorije dao je Zomerfeld, koji je osim kružnih orbita razmatrao i eliptične. Usled toga, uvedena su dva nova kvantna broja- radijalni kvant  $n_r$ , i azimutalni kvantni broj k; njihova suma daje glavni kvantni broj koji odredjuje veliku poluosu elipse. Malu poluosu elipse odredjuje azimutalni kvantni broj k, koji može imati celobrojne vrednosti od 1 do n, pri čemu za vrednost n = k elipsa prelazi u krug. Kvantovanje momenta impulsa u Zomerfeldovoj teoriji se obavlja preko kvantnog broja k, ali je energija sistema (u nerelativističkoj aproksimaciji) odredjena samo glavnim kvantnim brojem n i ne zavisi od k.

Uračunavanje relativističkih popravki dovodi do toga da energija terma zavisi i od azimutalnog broja k. Ta zavisnost je slaba, i odredjena je malim koeficijentom, koji je jednak kvadratu konstante fine strukture

$$\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc} = \frac{1}{137}$$

Tako, prema Zomerfeldovoj teoriji, term koji odgovara glavnom kvantnom broju n, mora se sastojati iz n bliskih podtermova, i saglasno tome, svaka linija spektra se mora podeliti na niz linija. Ako se na primer odigrava prelaz sa terma koji ima glavni kvantni broj  $n_1$  na term sa glavnim kvantnim brojem  $n_2$  onda bi se po Zomerfeldovoj teoriji opazio rascep u  $n_1n_2$  linija.

Zračenje optičkih spektara je pokazalo da se spektralne linije zaista sastoje iz više komponenti, ali je broj linija znatno manji od očekivanog. Pokazalo se da se iz skupa mogućih prelaza odigravaju samo oni pri kojima je zadovoljen uslov  $\Delta k = \pm 1$ . Ovaj uslov je nađen čisto empirijski i nazvan je pravilo izbora (selekciono pravilo).

Drugo poboljšanje Borove teorije se odnosilo na vodjenje različite prostorne orijentacije eliptičkih orbita. To je dovelo do potrebe uvodjenja još jednog kvantnog broja m, koji karakteriši položaj orbite u prostoru i ukazuje na veličinu projekcije momenta impulsa elektrona na neki izdvojeni pravac u prostoru (na primer odredjen magnetskim poljem). Kvantni broj m se naziva magnetski kvantni broj i može da ima vrednosti od –k do +k, gde je k azimutalni kvantni broj. Pravilo izbora za kvantni broj m je  $\Delta m = \pm 1$ . Uvodjenje magnetskog kvantnog broja je omogućilo objašnjenje normalnog Zemanovog efekta.

Primena spektrometara sa velikom rezolucijom pokazalo je da se pored gore opisane grube strukture opaža i rascep spektralnih linija na bliske linije koje nije moguće objasniti prelazima izmedju poznatih termova (i pri uračunavanju Zomerfeldove popravke). Taj rascep je nazvan fina struktura. Tipičan primer je rascep D linije natrijima sa talasnim dužinama 589 nm i 589.6 nm.

Za objašnenje fine strukture, Goudsmit i Uhlenbek su 1925. pretpostavili postojanje kretanja elektrona koje je slično kretanju sfere oko svoje ose. Zahvaljujući tome, elektron poseduje sopstveni moment impulsa (spin) i magnetski momenat. Ako pretpostavimo da projekcija spina može da ima samo dve vrednosti onda se fina struktura može objasniti kao rezultat interakcije magnetskog polja stvorenog orbitalnim kretanjem elektrona sa sopstvenim magnetskim momentom. Ta interakcija je različita pri raznim orijentacijama spina usled čega se term deli na dva bliska podterma. Pri tome, numeričko slaganje sa eksperimentom se dobija ako je spin elektrona  $s = \hbar/2$  a njegov magnetski momenat je

$$\vec{\mu}_e = -\frac{e}{m_e}\vec{s} = -\frac{e\hbar}{2m_e} = \mu_B$$

Gde je  $\mu_B$  Bohrov magneton.

Kasnije je pokazano da analogija sa rotirajućom naelektrisanom sferom nije tačna, i ova činjenica predstavlja još jednu značajnu teškoću Bohr Zomerfeldove teorije.

Dalja poboljšanja spektralne rezolucije instrumenata dovelo je do otkrića hiperfinog rascepa optičkih linija. Da bi se ovo objasnilo uvedena je pretpostavka o postojanju spina i magnetskog momenta jezgra. Interakcija izmedju momenta jezgra sa magnetskim poljem elektrona (različita pri raznim orijentacijama spina jezgra) dovodi do dopunskog rascepa spektralnih linija. Za objašnjenje ovog krajnje malog rascepa (1000 puta manje od finog rascepa) Pauli je pretpostavio da je magnetski momenat jezgra jednak celobrojnom umnošku nuklearnog magnetona, koji je za  $m_p/m_e=1836$  puta manji od Borovog magnetona

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = \frac{\mu_B}{1836}$$

Odredjivanje spina i magnetskog momenta jezgara je zasnovano na interakciji magnetskog momenta jezgra sa magnetskim poljima. Ovaj zadatak se može rešiti metodama kvantne mehanike, a takodje i pomoću vektorskog modela atoma.

#### Kvantna mehanika i vektorski model atoma

Sve osnovne teškoće Bor Zomerfeldove teorije su rešene u novoj teoriji atoma, kvantnoj mehanici, koja je stvorena radovima DeBroglie, Heisenberga, Šredingera i dr.

Saglasno kvantnoj mehanici, stari način opisivana kretanja čestica zadavanjem njihovih trajektorija nije primenjiv na mikročestice, za koje nije moguće tačno istovremeno znati i položaj i impuls. Što je tačnije odredjena koordinata čestice, tim je više neodredjen njen impuls. Veza izmedju neodredjenosti koordinata i impulsa data je Heisenbergovom relacijom

 $\Delta r \cdot \Delta p \approx \hbar$ 

Analogna jednačina postoji izmedju intervala vremena i energije

 $\Delta E\cdot \Delta t\approx \hbar$ 

Postojanje analogije u ponašanju čestica i talasa koja se jasno pojavljuje pri difrakciji elektrona, omogućilo je Šredingeru postavljanje osnovne jednačine kretanja čestica, koja nosi njegovo ime

 $\widehat{H}\psi = E\psi$ 

Ovde je  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(x, y, y)$ 

Hamiltonov operator (Hamiltonijan), a  $\Delta$  je Laplasov operator dat kao,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

U(x,y,z) je potencijal, a E je energija čestice.

Rešenje ove jednačine je talasna funkcija  $\psi$ , čiji kvadrat modula  $|\psi|^2$  daje verovatnoću nalaženje čestice u tački (x,y,z). Pri tome, ako se zahteva da to rešenje bude konačno, jednoznačno i neprekidno, i da ima neprekidan prvi izvod, onda se dolazi do Bohrovih postulata. Pokazuje se da se rešenje  $\psi$  dobija za niz diskretnih vrednosti energije koje se odredjuju kvantnim brojevima, *n*,*l*, *m* gde *n* uzima cele vrednosti; pri zadatom n, l uzima vrednosti 0, 1, 2, ..., n-1 i pri zadatom *l*, kvantni broj m ima vrednosti -l do +l, tj svega 2l+1 raznih vrednosti.

Poredjenje sa Bor Zomerfeldovom teorijom pokazuje da je n ekvivalentno glavnom kvantnom broju u Borovoj teoriji; l koje se naziva orbitalni kvantni broj igra ulogu azimutalnog kvantnog broja (l = k-1) i odredjuje veličinu vektora momenta impulsa elektrona na orbiti, a m se poklapa sa magnetskim kvantnim brojem i odredjuje veličinu projekcije tog vektora.

Kvantna mehanika ne samo da je dobila Borove postulate i tako ponovila rezultat Bohr Somerfeldove teorije, već je omogućila odredjivanje intenziteta spektralnih linija. Kao što je već rečeno, Bor Somerfeldova teorija dozvoljava prelaze izmedju bilo koja dva terma atoma, dok su spektrima okrivene linije koje odgovaraju samo ograničenom broju prelaza. Za usaglašavanje sa eksperimentom bilo je nužno uvesti selekciona pravila prema kojima su dozvoljeni prelazi sa  $\Delta k=\pm 1$ , i  $\Delta m=0,\pm 1$ .

Značajni rezultat kvantne mehanike je dobijanje selekcionih pravila  $\Delta l = \pm 1$ i  $\Delta m = 0, \pm 1$ , koji proizlazi iz oblika sopstvenih funkcija.

Kvantna mehanika je takodje prevazišla teškoće sa spinom i magnetskim mometom elektrona. Pokazalo se da se spin i magnetski momenat prirodno pojavljuju kao posledica relativističke kvantno mehaničke jednačine Diracka za elektron, pri čemu se iz jednačina dobija korektna numerička vrednost magnetskog momenta.

Kvantna mehanika je omogućila rešavanje niza problema atomske i nuklearne fizike. Medjutim korišćenje ove metode je prilično komplikovano. Postoji jednostavniji metod rešavanja nekih od ovih zadataka, zasnovan na vektorskom modelu atoma. U ovom modelu koriste se jednostavne, pregledne predstavne Bohrove teorije s uračunavanjem popravki. Vektorski model omogućuje relativno lake analize pitanja orijentacije spina i magnetskog momenta jezgara, te ćemo se malo zadržati na opisu tog modela.

U Bohrovoj teoriji bilo je uvedeno kvantovanje momenta impulsa, koje po Bohru može biti jednako  $l\hbar$ , gde je l celobrojno i ima vrednosti od 1 do n. Pošto krećući se po orbiti, elektron ima magnetski momenat  $\vec{\mu}$  (koji je suprotno orijentisan od momenta impulsa, usled negativnog znaka naelektrisanja elektrona), stavljajući elektron u magnetsko polje stvoriće se sila koja teži da vektor  $\vec{\mu}$  (a samim tim i  $\vec{l}$ ) usmeri prema pravcu magnetskog polja  $\vec{H}$ . Pri tome, saglasno Bohrovoj teoriji za vektor  $\vec{l}$  moguće je 2l+1 raznih orijentacija u odnosu na  $\vec{H}$ . Svakoj od ovih vrednosti odgovara odredjena projekcija vektora  $\vec{l}$ . Njene vrednosti se odredjuju kvantnim brojem m, koji ima vrednosti -l, -l+1, ..., 0, ..., l-1, l, tj svega 2l+1 raznih vrednosti.

Iz opisanih svojstava vektorskog modela momenta impulsa sledi pravilo slaganja ovih momenata. Kao rezultat slaganja dva momenta impulsa  $\vec{l}_1$  i  $\vec{l}_2$  mora se dobiti takav momenat impulsa čiji je intenzitet celobrojan umnožak  $\hbar$ . Pri tome svaki od tih vektora ima 2l+1 projekcija i sve one su jednake  $m\hbar$ ;  $m = \pm l_i,...,0$ , te jedna ista vrednost projekcije može biti realizovana pri raznim orijentacijama vektora  $\vec{l}_1$  i  $\vec{l}_2$ .

Maksimalna vrednost m<sub>max</sub> je jednaka  $m_{max} = l_1 + l_2$ , a minimalna je  $m_{min} = -(l_1 + l_2)$ . Maksimalna i minimalna projekcija se sreću samo po jednom dok se projekcija kod koje je m manje za *l*, sreće dva puta i td.

Tako, operacija sabiranja vektora momenta impulsa je jednoznačna, sa intenzitetima odredjenim kvantnim brojevima  $l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|$ .

U vektorskom modelu atoma umesto klasičnog vektora momenta impulsa uvodi se kvantni vektor  $\vec{l}$  koji ima sledeća svojstva.

1. Intenzitet kvantnomehaničkog vektora  $\vec{l}$  je jednak  $\hbar \sqrt{l(l+1)}$ .

2. Za kvantnomehanički vektor nije moguće istovremeno znati sve tri komponente.

Za razliku od klasičnih vektora, kod kvantnih vektora moguće je znati istovremeno samo intenzitet i vrednost jedne projekcije na neku proizvoljnu osu u prostoru. Niz vrednosti projekcija vektora  $\vec{l}$  je  $+l\hbar, l\hbar-1, \dots, 0, \dots, -l\hbar+1, -l\hbar$ . Ovo znači da vektor spina elektrona  $\vec{s}$  ima intenzitet  $\left|\vec{s} = \hbar \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)}\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$  i dve projekcije koje su jednake  $\hbar/2, -\hbar/2$ .Primetimo da vrednosti projekcija ne odgovaraju paralelnoj ili antiparalelnoj orijentaciji spina u odnosu na magnetsko polje, jer je ugao izmedju pravca spina i polja polja odredjen sa

$$\cos\alpha = \frac{s_z}{\left|\vec{s}\right|} = \frac{\pm \frac{\hbar}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\hbar} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Nemogućnost potpunog usmerenja spina prema magnetskom polju sledi neposredno iz druge karakteristike kvantnih vektora. Ako bi se takva usmerenost desila onda bi bile poznate sve tri komponente vektora istovremeno, jer bi dve od njih bile jednake nuli.

Pri slaganju dva kvantnomehanička vektora  $\vec{l_1}$  i  $\vec{l_2}$ , kao moguće vrednosti kvantnog broja zbirnog vektora dobija se skup brojeva

$$l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, l_1 - l_2$$

a intenzitet zbirnog vektora je  $\hbar\sqrt{L(L+1)}$  gde je L jednako jednoj od gornjih vrednosti. Sumiranje može lako biti sprovedeno prostim geometrijskim predstavama.

Opisana svojstva kvantnomehaničkih vektora omogućuju postavljanje relativno jednostavne predstave atoma. U ovom modelu stanje atoma se karakteriše veličinom i orijentacijom raznih kvantnomehaničkih vektora momenta impulsa i odgovarajućim magnetskim momentima, i sva računanja se svode na proste operacije nad tim vektorima.

Razlikujemo sledeće kvantnomehaničke vektore koji opisuju stanja atoma:

 $\vec{L}$  momenat impulsa spoljašnjih elektrona,  $\vec{S}$  spin spoljašnjih elektrona,  $\vec{J}$  ukupni momenat impulsa elektrona;  $\vec{I}$  spin jezgra;  $\vec{F}$  ukupni momenat impulsa atoma.

Iskoristićemo vektorski model za odredjivanje spinova i magnetskih momenata jezgara. Postoji nekoliko metoda za njihovo odredjivanje. Razmotrimo metode zasnovane na proučavanju hiperfinog cepanja i na korišćenju spoljašnjih konstantnih i promenljivih magnetskih polja.

#### 1.5.2. Istraživanje hiperfine strukture

Pri posmatranju hiperfine strukture spektralnih linija, spin jezgra se može odrediti na tri načina; iz broja linija hiperfinog cepanja, merenjem intervala izmedju njih i poredjenjem njihovog intenziteta.

Suštinu ovih metoda je lako shvatiti ako se analizira veličina energije interakcije, U, izmedju magnetskog momenta jezgra,  $\vec{\mu}$  i srednjeg magnetskog polja elektrona na mestu na kome se nalazi jezgro  $\vec{B}_{a}$ 

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_e \tag{1.5.5}$$

Nadjimo vezu vektora  $\vec{\mu}, \vec{B}_e$  sa vektorima  $\vec{F}, \vec{J}, i \vec{I}$ . Iz atomske fizike je poznato da je magnetski momenat  $\vec{\mu}_l$  stvoren orbitalnim kretanjem elektrona jednak

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m_e}\vec{l} \tag{1.5.6}$$

Kako je intenzitet orbitalnog momenta impulsa jednak  $|\vec{l}| = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ , dobija se da je intenzitet magnetskog momenta jednak

 $\mu_l = \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)} \text{ gde je } M_B \text{ Bohrov magneton i iznosi } 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2.$ Približno je

$$\mu_l = \mu_B l \tag{1.5.7}$$

Slično, magnetski momenat elektrona koji je uslovljen spinskim kretanjem je

$$\vec{\mu}_{s} = \frac{e}{m_{e}}\vec{s} = 2\frac{e}{2m_{e}}\vec{s}$$
(1.5.8)

A intenzitet je

$$\mu_s = 2\frac{e\hbar}{2m_e}s = \mu_B \tag{1.5.9}$$

Tako, izmedju magnetskog momenta elektrona izmerenog u Bohrovim magnetonima i njegovog momenta impulsa, M u jedinicama  $\hbar$  postoji veza

$$\mu = gM . \tag{1.5.10}$$

Koeficijenat g se naziva žiromagnetski odnos. Vidi se da je on jednak 1 za orbitalno kretanje, a da je za spinsko kretanje jednak 2 ( $g_1=1$ , a  $g_s=2$ ). Odavde sledi neparalelnost ukupnog magnetskog momenta

 $\vec{\mu} = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s$ 

i ukupnog momenta impulsa  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ . Slična je stvar i sa vektorima  $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$  i  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ , koji karakterišu sumarni efekat svih elektrona atoma (Slika 30).



Slika 30

Interakcija magnetskih momenata  $\vec{\mu}_s$  i  $\vec{\mu}_L$  dovodi do toga da se stvara precesija ukupnog vektora  $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_s$  oko sumarnog vektora J. Pri tome srednja vrednost normalne komponente vektora  $\vec{\mu}_J$  će očigledno biti jednaka nuli, i srednja vrednost vektora  $\vec{\mu}_J$  će se poklapati sa vrednošću paralelne komponente  $\vec{\mu} = \vec{\mu}_{||}$ , koja je paralelna pravcu vektora  $\vec{J}$ . Tako, moguće je napisati da je srednje magnetsko polje stvoreno elektronima jednako

$$\vec{B}_e = -a \frac{\vec{J}}{\left|\vec{J}\right|} \tag{1.5.11}$$

Konstanta, *a*, koja odredjuje apsolutnu vrednost polja elektrona se može izračunati preko kvantne mehanike. Analogno, magnetski momenat jezgra  $\vec{\mu}_{nuc}$  može se izraziti preko njegovog spina i jednak je :

$$\vec{\mu}_{nuc} = \mu \frac{\vec{I}}{\left|\vec{I}\right|} \tag{1.5.12}$$

Energija interakcije magnetskog momenta jezgra sa magnetskim poljem elektrona će biti

$$U = -\vec{\mu}_{nuc} \cdot \vec{\vec{H}}_e = \mu a \frac{\vec{I} \cdot \vec{J}}{\left|\vec{I}\right| \cdot \left|\vec{J}\right|}$$
(1.5.13)

Izraz  $\vec{I} \cdot \vec{J}$  se može izračunati iz

$$\vec{F}^{2} = (\vec{I} + \vec{J})^{2} = \vec{J}^{2} + \vec{I}^{2} + 2\vec{I} \cdot \vec{J}$$

i jednak je

$$\vec{I} \cdot \vec{J} = \frac{\vec{F}^2 - \vec{J}^2 - \vec{I}^2}{2} = \frac{\hbar^2}{2} \left[ F(F+1) - J(J+1) - I(I+1) \right]$$
(1.5.14)

a sa druge strane  $\vec{I} \cdot \vec{J}$  je proizvod vektora  $\vec{I}$  i  $\vec{J}$ 

$$\left|\vec{I}\right| \cdot \left|\vec{J}\right| = \hbar^2 \sqrt{I(I+1)J(J+1)}$$

Konačno imamo

$$U = \frac{\mu a^2}{2} \frac{\left[F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)\right]}{\sqrt{J(J+1)I(I+1)}}$$
(1.5.15)

gde F, za zadate I i J ima 2I+1 ili 2J+1 vrednosti (bira se manji od I ili J). Tačno toliko ima vrednosti interakcije U pri fiksiranom J.

Iz analize prethodne formule slede tri mogućnosti odredjivanja spina jezgra:

1) Ako je J > I onda je broj komponenti hiperfinog rascepa jednak 2I+1 i vrednost spina se može odrediti brojanjem broja linija superfinog cepanja pri potpuno razjašnjenom šemom termova.

2) Ako J < I može se primeniti drugi način odredjivanja spina jezgra u kome se koristi takozvano pravilo intervala koje se sastoji u sledećem:

Kako sve linije hiperfinog cepanja odgovaraju istim vrednostima I i J razlika energija dva stanja sa F i F-1 je jednaka

$$\Delta U = \frac{\mu a F}{\sqrt{J(J+1)I(I+1)}} \tag{1.5.16}$$

Odavde sledi da se rastojanje medju susednim intervalima odnosi kao

$$F: (F-1): (F-2): \dots = (J+1): (J+I-1): (J+I-2): \dots$$
(1.5.17)

3) U nekim slučajevima spin jezgra se ne može odrediti ni jednim od gore opisanih načina. Primer je poznati slučaj hiperfinog rascepa svake od dve linije Na dubleta:  $\lambda_1$ =589 nm koja odgovara prelazu izmedju nivoa  $1^2S_{1/2}$  i  $2^2P_{1/2}$  i  $\lambda_2$ =589.6 nm, koja nastaje u prelazu  $1^2S_{1/2}$  i  $2^2P_{3/2}$ . Obe linije se cepaju u dve hiperfine komponente sa  $\Delta\lambda_1$ = 0.21 nm i  $\Delta\lambda_2$ =0.23 nm. U oba slučaja, hiperfina struktura spektralnih linija potiče usled cepanja nivoa  $1^2S_{1/2}$  jer je cepanje  $2^2P_{1/2}$  i  $2^2P_{3/2}$  vrlo malo.

Broj komponenti cepanja je jednak 2, i odavde ni jedan metod pomenut ranije se ne

može iskoristiti za odredjivanje slina jezgra. Ovo je zato što 2=2J+1 i I>J, što eliminiše prvi metod. Drugi metod je nepraktičan jer ima samo dve linije i ima samo jedan interval  $\Delta U$  izmedju njih.

U ovakvim slučajevima spin jezgra I se može naći metodom poredjenja intenziteta komponenti hiperfinog cepanja. Intenzitet spektralne linije proporcionalan je broju komponenti 2F+1 na koje se term cepa u magnetskom polju. Ovaj metod odredjivanja spina jezgra je manje tačan nego prethodna dva, i koristi se kao dopunski.

Formula za  $\Delta U$  (1.5.16) izvedene gore za energiju interakcije magnetskog momenta jezgra sa magnetskim poljem elektrona omogućuju računanje magnetskog momenta jezgra. Da bi se to obavilo potrebno je poznavanje veličine *a*, koja karakteriše magnetsko polje elektrona datog atoma na mestu gde se nalazi jezgro. Izračunavanje veličine *a* je moguće samo za najjednostavnije atome. Ovi računi pokazuju da je red veličine polja elektrona 1-10 T. Za elektrone u osnovnom stanju, ovo polje je 1.3 T za <sub>3</sub>Li, a 21 T za <sub>55</sub>Cs

U opštem slučaju računanje veličine *a* se ne može dobiti sa tačnošću većom od 10 %. Zbog toga su i vrednosti magnetskih momenata jezgara, izračunati iz hiperfine strukture, nedovoljno tačni. Medjutim, metod omogućuje odredjivanje znaka magnetskog momenta prema položaju komponenti pocepanih nivoa. Pravilo je naročito jednostavo za atome slične vodoniku: ako je magnetski momenat pozitivan podnivoi sa većim vrednostima F bi trebali da leže više u odnosu na one sa manjim F.

Konačno treba pomenuti da se Mesbauerov efekat može koristiti za merenje hiperfine strukture nuklearnih nivoa, i odredjivanje unutrašnjeg magnetskog polja atoma iz vrednosti njegovog nuklearnog magnetskog momenta. Ovaj metod se takodje može iskoristiti za odredjivanje magnetskih momenata pobudjenih stanja atomskih jezgara (sekcija 3.4.4e).

# 1.5.3. Metode odredjivanja spina i magnetskog momenta jezgra korišćenjem spoljašnjih polja

U ovim metodama, magnetski momenat jezgra  $\vec{\mu}_{nuc}$  interaguje, kako sa magnetskim poljem elektrona  $\vec{B}_{e}$ , tako i sa spoljašnjim poljem  $\vec{B}$  i ukupna energija interakcije je jednaka

$$U = \vec{\mu}_{nuc} \cdot (\vec{\vec{B}_e} + \vec{B}) \tag{1.5.18}$$

Spoljašnje polje može biti uniformno, neuniformno ili visoko frekventno. Razmotrićemo metode koje odgovaraju ovim slučajevima.

## 1.5.3.a. Zemanov i Pashen Backov efekat

Pretpostavimo da je polje **B** u (1.5.18) uniformno spoljašnje magnetsko polje. Zavisno od odnosa  $B_e$  i B možemo razlikovati tri različite situacije: slučaj jakog polja, slučaj slabog polja i medjuslučaj. Razmotrićemo ove slučajeve u detalje.

Jako polje  $\vec{B}$  je takvo polje kod koga je energija interakcije sa orbitalnim elektronima mnogo veća od energije interakcije elektrona sa magnetskim poljem jezgra.

$$\vec{\mu}_e \cdot \vec{B} \gg \vec{\mu}_{nuc} \cdot \overline{\vec{B}}_e \tag{1.5.19}$$

I obratno, slabo polje  $\vec{B}$  zadovoljava uslov

$$\vec{\mu}_e \cdot \vec{B} \ll \vec{\mu}_N \cdot \vec{B}_e \tag{1.5.20}$$

U prvom slučaju, usled dejstva jakog spoljašnjeg polja veza magnetskog momenta jezgra sa magnetskim poljem valentnih elektrona se narušava i elektronski i nuklearni magnetski momenti se nezavisno usmeravaju prema spoljašnjem polju, ali zajedno sa svojim odgovarajućim momentima impulsa  $\vec{J}$  i  $\vec{I}$  (Slika 31a).

U spoljašnjem polju vektori  $\vec{J}$  i  $\vec{I}$  imaju 2J+1 i 2I+1 različitih projekcija, respektivno. Ove orijentacije su okarakterisane različitim projekcijama  $J_z$  i  $I_z$ :

$$J, J-1, J-2, \dots, -(J-2), -(J-1), -J,$$
  

$$I, I-1, I-2, \dots, -(I-2), -(I-1), -I$$
(1.5.21)

Svakoj projekciji odgovara drugačija vrednost energije interakcije, ali je energija interakcije nuklearnog magnetskog momenta sa spoljašnjim poljem krajnje mala u poredjenju sa elektronima, te je praktično energija interakcije skoro potpuno odredjena orijentacijom vektora  $\vec{J}$ .



Slika 31

$$U_{j} = -\vec{\mu}_{e} \cdot \vec{B} = -\frac{\mu_{e}}{J} \vec{J} \cdot \vec{B} = -\frac{\mu_{e}B}{J} J_{z}$$

$$U_{I} = -\vec{\mu}_{I} \cdot \vec{B} = -\frac{\mu_{I}}{I} \vec{I} \cdot \vec{B} = -\frac{\mu_{I}B}{I} I_{z} \cdot$$

$$(1.5.22)$$

Razlika energije koja odgovara dvama susednim projekcijama je

$$\Delta U_J = \frac{\mu_e B}{J}, \ \Delta U_I = \frac{\mu_I B}{I}$$
(1.5.23)

Kako je  $\mu_e \gg \mu_I$  energija interakcije je odredjena samo orijentacijom vektora **J** od kojih svaka ima 2I+1 bliskih podnivoa koji im odgovaraju (Slika 32). Spin jezgra se odredjuje iz broja 2I+1 podnivoa. Ovaj fenomen se naziva Pašen Backov efekat.





U drugom slučaju slabo, spoljašnje polje ne može da razori vezu vektora  $\vec{J}$  i  $\vec{I}$  i prema spoljašnjem polju orijentiše se ukupni vektor  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$  koji ima 2F+1 projekcija za svaku od F (Slika 32). Ukupan broj različitih stanja izračunat za bilo koju moguću vrednost F je (2J+1)(2I+1). Veličina cepanja u ovom slučaju je odredjena veličino  $\mu_F \cong \mu_e$ . Poznavajući J, možemo naći nuklearni spin I iz broja cepanja 2F+1=(2J+1)(2I+1). Ovaj efekata se naziva Zemanov efekat.

#### 1.3.5.b. Metod skretanja molekularnih snopova

Odredjivanje magnetskih momenata jezgara iz skretanja molekularnih snopova u hehomogenom magnetskom polju analogno je Štern Gerlachovom eksperimentu. Ideja ovog eksperimenta se sastoji u korišćenju poprečnog magnetskog polja velike nehomogenosti: ona treba da je tolika da je primetna na dimenzijama jednog magnetnog dipola, tj. atoma. U tom slučaju magnetski momenat atoma doživljava ponderomotornu interakciju koja je različita u zavisnosti od orijentacije magnetskog momenta:

$$\vec{F} = \vec{\mu} \cdot \nabla \vec{B} = \mu_x \frac{\partial B}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial B}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial B}{\partial z}$$

U specijalnom slučaju, kda su polje B i gradijent polja gradB usmereni duž z ose

$$\vec{F} = \vec{\mu} \cdot \nabla \vec{B} = \mu \frac{\partial B}{\partial z} Cos(\vec{\mu}\vec{B})$$
(1.5.24)

Pri propuštanju molekularnih snopova kroz magnetsko polje **B**, magnetski dipoli će se orijentisati u 2J+1 raznih orijentacija i različite vrednosti sile interakcije F će odgovarati svakoj od ovih orijentacija. Kao rezultat, snop će se rascepiti u više komponenti pri čemu je veličina rascepa proporcionalna gradijentu polja i veličini magnetskog momenta dipola.



Slika 33



Štern i Gerlach s obavili svoj eksperiment 1921. godine sa neutralnim atomima srebra za koje je  $\vec{J} = \vec{S} = \vec{s}_e$  ( $\vec{L} = 0$ ). Štern Gerlachov tip eksperimenati odredjivanja magnetskog momenta jezgra su veoma teški zbog male veličine momenta jezgra gde je potrebno meriti efekat koji je nekoliko 1000 puta manji od efekta uslovljenog elektronima.

Ova teškoća je prevazidjena na sledeći način. Da bi se efekat uvećao napravljeni su elektromagneti specijalnog oblika, koji omogućuju dobijanje veoma jakog i veoma nehomogenog polja (Slika 33). Ovo je omogućilo dobijanje jako neuniformnog magnetskog polja sa velikim gradijentom. Za otklanjanje jakog efekta orbitalnih elektrona kao objekat istraživanja ne koriste se atomi, već molekuli kod kojih su momenti elektrona uzajamno kompenzovani (npr  $H_2$ ,  $H_2O$ ).

Opšta šema eksperimenta je data na slici 34. Za dobijanje molekularnog snopa koristi se grejač sa uskim otvorom kroz koji molekulski snop ulazi u vakumski prostor sa nekoliko dijafragmi (radi fokusiranja), a zatim prolazi kroz elektromagnet M, koji stvara jako nehomogeno magnetsko polje i pada na ekran ili neki drugi detektor. Da bi snop bio dobro formiran dužina slobodnog puta molekula u izvoru mora biti veća od širine otvora. Račun pokazuje da se to postiže pri temperaturi gasa (ili pare) reda 1 mmHg. U zavisnosti od vrste ispitivane materije, pritisak može biti obezbedjen pri raznim temperaturama (do 1000  $^{0}$ C za čvrsta tela, do temperature tečnog vazduha za razne gasove).

U vakumskom delu gde se snop prostire treba održavati takav pritisak da je

dužina srednjeg slobodnog puta molekula nekoliko puta veća od dimenzija oblasti. Zahvaljujući tome, molekuli dospevaju do detektora bez sudara. Za detekciju se koriste:

1) pojava kondenzacije materije (Štern Gerlachov eksperiment sa kondenzacijom pare srebra),

2) hemijski metod registracije (na primer reakcije redukcije ili oksidacije za detekciju vodonika (ili kiseonika);

3) mehanizam baziran na površinskoj jonizaciji i

4) povećanje pritiska u zatvorenoj posudi sa otvorom kroz koji molekularni snop ulazi u komoru. Pritisak se meri pomoći Pirani merača koji radi na principu da se temperatura vlakna menja sa pritiskom gasa. Temperatura vlakna se meri merenjem njenog otpora.

Merenja su pokazala, da bez obzira na veliku veličinu gradijenta polja, skretanje snopa je vrlo malo i reda je 0.04 mm, što je uporedivo sa disperzijom izazvanom na račun Maksvelovske raspodele brzina. Zato se stvarno cepanje snopa u eksperimentu i ne vidi i za odredjivanje magnetskog momenta potrebno je tačno izmeriti raspodelu gustine molekula u snopu. Druga teškoća ovakvih eksperimenata se sastoji u tome da u molekulu postoje nuklearni momenti dva atoma koji mogu na različit način biti orijentisani jedan u odnosu na drugi što jako komplikuje analizu rezultata.

Bez obzira na ove teškoće, Štern, Esterman Frish su uspeli da izmere magnetski momenat protona od  $2.5\mu_n$ . Ova vrednost se jako razlikuje od  $1\mu_n$  koja se očekivala iz analogije sa elektronom.

Pomenute teškoće metode molekularnih snopova, korišćenje jako nehomogenih polja i mali rascep komponenti snopa, se mogu prevazići na unekoliko apsurdan način kao što je korišćenje slabog magnetskog polja. U slabom polju održava se sprega vektora  $\vec{J}$  i  $\vec{I}$  i u polju se orijentiše ukupni momenat  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$  koji uzima 2F+1 orijentacija. Kako je J obično poznato odredjivanje ukupnog broja rascepa, koji treba da je (2J+1)(2I+1) moguće je odrediti spin jezgra I. Pri tome je važno zapaziti da pri korišćenju slabog polja sila otklona snopa nije proporcionalna momentu jezgra već hiljadu puta većem momentu atoma. Razume se, u ovom slučaju ne treba koristiti molekule, već atome sa  $\mu_J$  različitim od nule. Skretanje nije odredjeno momentom jezgra već momentom elektrona te metod slabog polja nije pogodan za odredjivanje magnetskog momenta jezgara. (Naravno, u ovom slučaju moraju se uzeti atomi sa  $J\neq 0$  umesto molekula). Metod slabog polja je nepogodan za odredjivanje magnetskog momenta jezgra jer skretanje zavisi od magnetskog momenta atoma, a ne jezgra.

Ovim metod odredjeni su spinovi kalijuma, cezijuma i drugih elemenata.

### 1.5.3.c. Metode magnetske rezonanse i drugi radiofrekventni metodi

Tačne metode odredjivanja magnetskih momenata jezgara su zasnovane na magnetskoj rezonansi koja je predložena od strane Rabija. Ove metode se još nazivaju i radiofrekventne.

Ideja se sastoji u tome da se prinudno izazove promena orijentacije nuklearnog spina I (i pripadajućeg magnetskog momenta  $\mu_I$ ) rezonantnim visokofrekventnim poljem (HF). Šema uredjaja je predstavljena na slici 35.



Slika 35

Ovde su  $\vec{H}_1, \vec{H}_2, \vec{H}_3$  tri u istom smeru usmerena magnetska polja stvorena magnetima A, B i C. Polje  $\vec{H}_2$  je homogeno dok su polja  $\vec{H}_1, \vec{H}_3$  jako nehomogena i savršeno jednaka, ali imaju suprotan gradijent.

### $\partial H_3 / \partial z = -\partial H_1 / \partial z$

Gradijent polja 3 je usmeren paralelno polju, a gradijent polja 1 je usmeren suprotno polju.

Dobro definisan uzani snop molekula ili atoma pri svom kretanju iz grejača u detektor D prolazi kroz sva tri magnetska polja, koji interagujući sa magnetskim momentima atoma i jezgara, izazivaju njihovu orijentaciju u skladu sa mogućim vrednostima projekcija  $J_z$  i  $I_z$  vektora  $\vec{J}$  i  $\vec{I}$  (vidi formulu (1.5.21). Kao rezultat, vektor magnetskog momenta će precesirati sa Larmoovom frekvencijom oko pravca spoljašnjeg magnetskog polja slično čigri u gravitacionom polju.U skladu sa jednačinom, (1.5.22) svaka projekcija  $I_z$  vektora I ima svoju sopstvenu energiju interakcije sa magnetskim momentom jezgra  $\mu_I$  sa magnetskimpoljem  $\mathbf{H}_2$ :

$$U = -\vec{\mu}_I \cdot H_2 = -\mu_I H_2 I_Z / I$$

Da bi se projekcija spina promenila za  $\Delta I_z = \pm 1$  potrebno je dodati atomu energiju  $\Delta U = \pm \mu_I H_2 / I$ .

U Rabijevoj metodi, ova energija se uzima iz HF elektromagnetskog polja  $H_4$  koje se dodaje na polje  $H_2$  pod pravim uglom i normalno na snop čestica. Kada se frekvencija v polja  $H_4$  poklopi sa veličinom  $\Delta U/h$ 

$$v_{rez} = \omega_{rez} / 2\pi = \Delta U / 2\pi \hbar = \Delta U / h \tag{1.5.25}$$

gde je h Plankova konstantna, a preorijentacija vektora I se mora opaziti u tom slučaju.

Drugim rečima, kada se primeni visokofrekventno magnetsko polje  $\vec{H}_4$  onda će pri frekvenciji polja  $\omega_{rez}$  koja se poklapa sa Larmoovom frekvencijom precesije  $\omega_L$  doći će do preorijentacije nuklearnih magnetskih momenata u odnosu na pravac konstantnog magnetskog polja (pri tome se energija potrebna za preorijentaciju vuče iz visokovrekventnog polja). Efekat rezonance visokofrekventnog polja je očigledan na slici 36. Poznato je iz atomske fizike da energija prelaza  $\Delta U = \mu H/I$  se može pridružiti konceptu Larmoove frekvencije spina I (i magnetskog momenta  $\mu$ )  $\omega_L = \Delta U / \hbar = \mu H / \hbar I$  (1.5.26)

HF polje H<sub>4</sub> koje je normalno na polje H<sub>2</sub> se može dekomponovati u dva ciklična polja, koja rotiraju jedno prema drugom. Efekat jednog od njih, (onog koje rotira suprotno od Larmoove precesije) se usrednjava u vremenu, dok se efekat drugog polja (rotira u istom pravcu kao i Larmoova precesija) pri  $\omega_{\rm HF}=\omega_{\rm L}$  akomulira u vremenu. Ovaj akomulacioni efekat je prikazan na slici 36 gde su date dve pozicije vektora magnetskog momenata jezgra i promenljivog magnetskog polja  $\vec{H}_4$  u momentima vremena t i t+T/2 (posle poluperiode). Sa slike se vidi da se uzajamna orijentacija  $\vec{\mu}$  i  $\vec{H}_4$  ne menja sa vremenom (ugao  $\theta$ ).



#### Slika 36

Pokazano je jednostavnim računom da za vrlo veliko HF polje i vrlo male brzine čestica u snopu, orijentacija  $\vec{\mu}$  i  $\vec{H}_4$  se može očuvati u toku  $10^2$  do  $10^3$  perioda. Ovo znači da za to vreme interakcija izmedju  $\vec{\mu}$  i  $\vec{H}_4$  teži da promeni orijentaciju vektora I u nekom pravcu (prema porastu ugla  $\theta$ ). Kao rezultat ove akcije, deo magnetskih dipola će se preorijentisati.

Poznavajući frekvenciju  $v_{rez}$  na kojoj se dogadja preorijentacija, možemo izračunati žiromagnetski količnik  $\gamma$  iz formule

$$\omega_{rez} = 2\pi v_{rez} = \omega_L = \mu H / \hbar I = \gamma \mu_N H / \hbar$$
(1.5.27)

Činjenica da se rezonansa ustanovljava pomoću nehomogonih polja  $\vec{H}_1$  i  $\vec{H}_3$ koji pomeraju dipole na različite strane. Pošto su ova polja savršeno jednaka ali imaju suprotno orijentisane gradijente, u odsustvu preokretanja spina ova dva polja se uzajamno kompenzuju tako da se snop koji prodje kroz oba polja vraća na prvobitan pravac. Ako se kao rezultat rezonantne interakcije visokofrekvetnog polja HF dogodi preorjentacija magnetskih dipola, neće doći do kompenzacije i čestice će biti skrenute sa prvobitnog pravca.

Na slici 37 je dat poprečni presek elektromagneta pomoću koga se stvara negomogena polja 1 ili 3. Elektromagneti su sačinjeni od gvozdenih cevi dugih oko 50 cm sa presekom duž u obliku dva koaksijalna cilindra za koje se jačina magnetskih polja može izračunati. Procep ima radnu širinu oko 1 mm. Bakarna cev je oko cevi i struja oko 100 A prolazi kroz sistem. Jačina polja na 800 A je jednaka  $10^4$  OE a gradijent je  $\partial H / \partial z = 8 \cdot 10^4 OE / cm$ . Za celokupnu dužinu puta od 1 m, snop skrene za 0.05 mm. Zato se eksperimenti izvode sa krajnje uskim snopovimaa (oko 0.01 mm) sa vrlo velikim intenzitetom  $(10^{10}-10^{11} \text{ čestica/cm}^2)$ .



Slika 37

Polje  $H_2$  se proizvodi elektromagnetom sa poliranim ravnim paralelnim polovima. Polovi moraju biti pripremljeni sa velikom pažnjom da bi se dobilo striktno uniformno polje, koje mora da orijentiše dipole u prostoru ali ne i da ih pomera.

Oscilujuće polje  $H_4$  se proizvodi pomoću strujne petlje prikazane na slici 38. Kako visokofrekventna struja prolazi kroz petlju, koaksijalno magnetsko polje se stvara oko provodnika, i njihova rezultanta proizvodi oscilujuće polje na putanji ovih čestica.



Slika 38

Uslov rezonance,  $\omega_{HF}=\omega_L$  se obično postiže bilo ravnomernom promenom frekvencije  $v_{HF}$  polja 4, ili promenom Larmoova frekvencije  $\omega_L$  (tj., promenom konstantnog polja H<sub>2</sub>). Vrednost ove metode je mogućnost istraživanja nuklearnih momenata atoma sa i bez elektronskih momenata. Koristeći (1.5.27) može se izračunati da za H<sub>2</sub>= 10<sup>4</sup> OE

 $v_{rez} = \gamma \mu_N H / 2\pi \hbar = 0.8\gamma \cdot 10^7 Hz$ 

Stavljajući  $\gamma=1$ , dobijamo  $v_{rez} \cong 10^7$  Hz i  $\lambda=c/v=30$  cm. Tako, polje H<sub>4</sub> se može proizvesti pomoću RF generatora.

Metod magnetne rezonance je iskorišćen za tačno odredjivanje magnetskog momenta protona

$$\mu_{p} = 2.792845 \ \mu_{N}$$

kao i tačnih vrednosti magnetskih momenata atomskih jezgara. Primena radiofrekventnih metoda omogućuje najtačnije odredjivanje vrednosti magnetskih momenata jezgara. Koriste se i druge varijante metode magnetske rezonance. One se uglavnom razlikuju po načinu otkrivanja preorijentacije magnetskih momenata u rezonantnom polju. U jednoj od varijanti, na primer, preorijentacija se otkriva detekcijom emitovanih kvanata zračenja koja prati preorijentaciju dipola i dr. U drugoj metodi e.lektro magnetno zračenje izazvano precesijom nuklearnih spinova u kalemu blizu uzorka je pod proučavanjem i merenjem. Obe metode ne zahtevaju uske snopove ili neuniformna polja.

## 1.5.4. Odredjivanje magnetskog momenta neutrona

Rabijev metode skretanja snopova u magnetskom polju se u principu može koristiti za odredjivanje magnetskog momenta neutrona. Medjutim, 1930. tih godina (kada je nuklearni momenat neutrona meren), nuklearni reaktori nisu postojali a bili su potrebni neutronski fluksevi velike gustine. Eksperimenti sa uskim snopovima zahtevaju veoma velike gustine fluksa čestica koje je teško dobiti čak i na reaktorima.Zbog toga je korišćen unekoliko modifikovan Rabijev metod za odredjivanje magnetskog momenta neutrona. U ovoj metodi, neutroni su prolazili kroz dva sukcesivna feromagnetika koji su bili namagnetisani do saturacije. Uski snopovi nisu neophodni u ovoj metodi.

Suština metode se sastoji u sledećem. Osnovni proces interakcije neutrona pri prolasku kroz materiju je rasejanje (materije sa malim koeficijentom apsorpcije). Kao rezultat

rasejanja neutroni skreću sa prvobitnog pravca (izbačeni su iz snopa) usled čega njihov broj N u snopu opada sa debljinom  $\delta$  materije po zakonu

$$N = N_0 e^{-n\sigma\delta} \tag{1.5.28}$$

gde je  $N_0$  -prvobitni broj neutrona, n – koncentracija jezgara u materiji, i  $\sigma$  - presek rasejanja.

Ako se kao sredina koristi namagnetisani feromagnetik, onda, kako je pokazao Bloch, mora se opaziti dodatni efekat na račun elektromagnetske interakcije magnetskog momenta neutrona i orijentisanih magnetskih dipola feromagnetika. Interakcija magnetskih dipola zavisi od njihove uzajamne orijentacije (paralelni dipoli se odbijaju a antiparalelni privlače) te će znak dopunskog efekta biti različit za neutrone sa raznim orijentacijama spina (i magnetskog momenta) u odnosu na pravac namagnetisanja feromagnetika. Za neutrone s jednim pravcem spina magnetska interakcija dovodi do povećanja rasejanja, a sa drugim do umanjenja. Kao rezultat, pri prolasku neutrona mora doći do obogačivanja snopa neutronima sa odredjenom orijentacijom magnetskog momenta. Na taj način feromagnetik deluje kao polarizator neutrona, jer propušta neutrone sa odredjenim pravcem magnetskog momenta. Ako sada takav delimično polarisan snop neutrona propustimo kroz drugi feromagnetik, onda je ovaj drugi analogan analizatoru tj. propuštaće različit broj neutrona zavisno od orijentacije svog vektora namagnetisanja u odnosu na pravac vektora namagnetisanja drugog feromagnetika.

Eksperimenti pokazuju da se ovi efekti zaista dešavaju. To je potvrda postojanja magnetskog momenta neutrona. Znak dodatnog efekta je različit za neutrone sa raznim orijentacijama spina (i magnetskog momenta) u odnosu na pravac magnetizacije feromagnetika ( $\uparrow$  ili  $\downarrow$ ).

Za neutrone sa jednim pravcem spina ( $\uparrow$ ) magnetska interakcija dovodi do porasta efikasnog preseka ( $\sigma = \sigma_0 + \Delta \sigma$ ), dok je za one u suprotnom smeru ( $\downarrow$ ) presek smanjen ( $\sigma = \sigma_0 - \Delta \sigma$ ). Dugodometni karakter elektromagnetskih sila čini ovaj efekat značajnim  $\Delta \sigma / \sigma \cong 0.1$ . Ako inicijalni snop neutrona nije polarizovan

$$N = \overset{\uparrow}{N_0} + \overset{\downarrow}{N_0}, \quad N_0 / 2 = \overset{\uparrow}{N_0} = \overset{\downarrow}{N_0},$$

Broj neutrona posle rasejanja na magnetizovanom feromagnetiku sa orijentacijom na gore ↑ biće

$$N_{1}(\widehat{\Pi}) = \overset{\uparrow}{N}_{1}(\widehat{\Pi}) + \overset{\downarrow}{N}_{1}(\widehat{\Pi}) = \overset{\uparrow}{N}_{0} e^{-n(\sigma_{0} + \Delta\sigma)\delta} + \overset{\downarrow}{N}_{0} e^{-n(\sigma_{0} - \Delta\sigma)\delta} = \frac{N_{0}}{2} \Big[ e^{-n(\sigma_{0} + \Delta\sigma)\delta} + e^{-n(\sigma_{0} - \Delta\sigma)\delta} + e^{-n(\sigma_{0} - \Delta\sigma)\delta} + e^{-n(\sigma_{0} - \Delta\sigma)\delta} + e^{-n(\sigma_{0} - \Delta\sigma)\delta} \Big]$$
(1.5.29)

gde je  $\stackrel{\uparrow}{N_1(\uparrow)} < \stackrel{\downarrow}{N_1(\uparrow)}.$ 

Prolazak neutrona kroz feromagnetik mora obogatiti snop neutronima u nekom pravcu orijentacije spina i magnetskog momenta. Za neutrone, feromagnetik se ponaša kao polarizator kroz koji neutroni izvesnog pravca magnetskog momenta dominantno prolaze.

Ako se takav delimično polarizovan snop neutrona propusti kroz drugi feromagnetik sa istom orijentacijom broj neutrona posle drugog rasejanja biće

$$N_{2}(\widehat{\Pi}\widehat{\Pi}) = \overset{\uparrow}{N}_{2}(\widehat{\Pi}\widehat{\Pi}) + \overset{\downarrow}{N}_{2}(\widehat{\Pi}\widehat{\Pi}) = \overset{\uparrow}{N}_{0} e^{-2n(\sigma_{0}+\Delta\sigma)\delta} + \overset{\downarrow}{N}_{0} e^{-2n(\sigma_{0}-\Delta\sigma)\delta} =$$
$$= \frac{N_{0}}{2} e^{-2n\sigma_{0}\delta} \left[ e^{-2n(\Delta\sigma)\delta} + e^{+n_{0}\Delta\sigma)\delta} \right]$$

Za suprotne orijentacije magnetskih vektora  $(\uparrow \Downarrow)$  broj prenetih neutrona biće

$$N_{2}(\widehat{\Pi} \bigcup) = \overset{\uparrow}{N}_{2}(\widehat{\Pi} \bigcup) + \overset{\downarrow}{N}_{2}(\widehat{\Pi} \bigcup) = \overset{\uparrow}{N}_{0} e^{-n(\sigma_{0} + \Delta\sigma)\delta} \times e^{-n(\sigma_{0} - \Delta\sigma)\delta} + \overset{\downarrow}{N}_{0} e^{-n(\sigma_{0} - \Delta\sigma)\delta} \times e^{-n(\sigma_{0} + \Delta\sigma)\delta} = \frac{N_{0}}{2} e^{-2n\sigma_{0}\delta}$$

(1.5.31)

(1.5.30)

Lako se može videti da ako je  $\Delta \sigma \neq 0$ , tj., ako neutroni imaju magnetski momenat,

$$\frac{N_2(\Uparrow)}{N_2(\Uparrow)} = \frac{e^{-2n\Delta\delta\sigma} + e^{2n\Delta\delta\sigma}}{2} > 1$$

(1.5.32)

Drugi feromagnetik se ponaša kao analizator: dozvoljava izvesnom broju neutrona da prodju kroz različite orijentacije u odnosu na vektor magnetizacije. Eksperimenti su otkrili takav efekat u stvarnoj praksi što je indiciralo da neutron ima magnetski momenat.

Metod magnetske rezonance se koristi za merenje magnetskog momenta neutrona. Slika 39 je šematski dijagram eksperimentalnog uredjaja.

Brzi neutroni se usporavaju u moderatoru i prolaze kroz kadmijumski kolimator Cd, iza koga je feromagnetski polarizator u kome se snop delimično polarizuje. Ova polarizacija se može detektovati iz promene broja neutrona registrovanih na detektoru posle promene orijentacije feromagnetnog analizatora. U prostoru izmedju polarizatora i analizatora, neutroni su pod dejstvom konstantnog transverzalnog magnetnetskog polja jačine H =  $7 \cdot 10^3$  OE koje se stvara elektromagnetom i longitudinalnim HF poljem stvorenog solenoidom.



Slika 39

Za odredjivanje znaka magnetskog momenta neutrona postavlja se solenoid C izmedju analizatora A i polarizatora P, tako da stvara slabo konstanto uzdužno magnetsko polje. Pod dejstvom ovog polja stvara se precesija magnetskih dipola neutrona, čiji je pravac odredjen znakom magnetskog momenta, a koji se može odrediti okretanjem analizatora.

U eksperimentu detektorski signal se meri sa promenljivom frekvencijom generatora v. Oštro opadanje broja prenetih neutrona je opaženo pri  $v_{rez} = 2 \cdot 10^7 Hz$ . Zamenjujući ovu vrednost u formulu za Larmoovu frekvenciju

 $\omega_{L} = \mu H / \hbar s = \gamma \mu_{B} H / \hbar$ (1.5.33) dobijamo

 $|\gamma| = 2\pi \hbar v_{rez} / \mu_B H \cong 3.8$ 

Aparatura opisana ispred se može iskoristiti za odredjivanje, ne samo veličine, već i znaka  $\gamma$ . U tu svrhu mora se elektromagnet i HF solenoid zameniti drugim solenoidom koji stvara slabo konstatno longitudinalno magnetsko polje H  $\approx 10$  OE. Ovo magnetsko polje izaziva sporu precesiju magnetskih dipola neutrona, pomerajući pravac polarizacije u letu kroz solenoid za mali ugao  $\varphi$  (Slika 40). Birajući vrednosti H tako da ugao rotacije bude manji od  $\pi$ , možemo fiksirati pravac precesije (i odavde znak  $\gamma$ ) okretanjem analizatora. Ekspeiment otkriva da  $\gamma$  ima negativnu vrenost. Tako, magnetski momenat neutrona je usmeren suprotno od spina. Poslednja vrednost magnetskog momenta neutrona je

 $\mu_n = (-1.91304184 \pm 0.00000686) \ \mu_N$ 

Magnetizovana kobaltna ogledala se koriste kao polarizator i analizator neutrona.



Slika 40

Nuklearna interakcija neutrona je jaka i privlačna. Potencijal ove interakcije se može šematski prikazati uskom i dubokom potencijalnom jamom (Slika 62). Prema relaciji neodredjenosti, mala širina jame znači da je brzina (kinetička energija) neutrona u jami (jezgru) veća od brzine sporog slobodnog neutrona. U skladu sa optikom, ovo znači da je indeks prelamanja neutronskog talasa u materiji (recimo kobaltu) manji od 1. Odavde vazduh je optički gušći medijum nego kobalt za neutronske talas, tj., totalna interna refleksija je moguća na medjupovršini vazduh – kobalt za takav talas.

Kao i u eksperimentu sa feromagnetima neutroni padaju na magnetsko ogledalo i interaguju sa njime na razne načine u skladu sa uzajamnom orijentaciojom magnetskog momenta neutrona i vektora magnetizacije kobalta. Razlika u interakciji je ekvivalentna razlici indeksa prelamanja neutrona sa antiparalelnim spinovima. Odavde pogodnim izborom ugla incidencije može se osigurati da se kao rezultat totalne refleksije neutrona sa odredjenom orijentacijom spina dobije polarizovan snop neutrona. Ovaj efekat se opaža pri vrlo malim incidentnim uglovima (oko 10', slika 41).



Slika 41

Stepen polarizacije snopa neutrona se odredjuje metodom sekundarne refleksije od

magnetskog ogledala – analizator. Vrednosti polarizacije dobijene ovom metodom su P=80-90% sa greškom oko 10 %.

Stepen polarizacije snopa neutrona se može odrediti tačnije (sa tačnošću oko 99 %) direktnim merenjem intenziteta njegovih komponenti u jakom neuniformnom magnetskom polju (Štern Gerlachov eksperiment za neutrone). Slika 42 pokazuje rezultate jednog takvog eksperimenta. Ovde kriva 1 odgovara ne pocepanom snopu, kriva 2 pocepanom nepolarizovanom snopu (P= 0), i kriva 3 pocepanom polarizovanom snopu (sa stepenom polarizacije P=80 %. Cepanje snopa u dve komponente je najdirektnija potvrda činjenice da neutron ima spin  $s_n=1/2$ , (2s+1=2)



Slika 42

# 1.5.5. Rezultati merenja spinova i magnetskih momenata. Jednonuklearni model jezgra

Vrednosti spinova i približne vrednosti magnetskih momenata nekih jezgara su date u Tabeli 4. Analiziraćemo ove rezultate, počevši sa protonom i neutronom, koji se jednim imenom nazivaju nukleoni. Oni imaju spin ½, a njihovi magnetski momenti su jednaki  $\mu_P \approx 2.79 \ \mu_N, \ \mu_n \approx -1.91 \ \mu_N$  (1.5.34)

Kako su spinovi protona i neutrona jednaki <sup>1</sup>/<sub>2</sub> vrednosti njihovih magnetskih momenata se mogu zapisati kao

$$\mu_p = 2s \cdot 2.79 \ \mu_N = 5.58 \ s \mu_N \tag{1.5.35}$$

| $\mu_n = -2s \cdot 1.92$ | $1\mu_N = -3.82s\mu_N$ | (1.5.36)      |                   |      |                    |
|--------------------------|------------------------|---------------|-------------------|------|--------------------|
| Jezgro                   | Iu ħ                   | $\mu u \mu_N$ | Jezgro            | Ιu ħ | μ u μ <sub>N</sub> |
| n                        | 1/2                    | -1.91         | $^{12}C$          | 0    | 0                  |
| р                        | 1/2                    | 2.79          | $^{13}C$          | 1/2  | 0.7                |
| <sup>2</sup> H           | 1                      | 0.86          | $^{14}C$          | 1    | 0.4                |
| <sup>3</sup> H           | 1/2                    |               | $^{14}N$          | 1/2  | -0.28              |
| <sup>3</sup> He          | 1/2                    | -2.1          | <sup>15</sup> N   | 0    | 0                  |
| <sup>4</sup> He          | 0                      | 0             | <sup>16</sup> O   | 5/2  | -1.9               |
| <sup>6</sup> Li          | 1                      | 0.82          | <sup>17</sup> O   | 2    | 1.3                |
| <sup>7</sup> Li          | 3/2                    | 3.3           | <sup>36</sup> Cl  | 9/2  | 5.5                |
| <sup>9</sup> Be          | 3/2                    | -1.2          | <sup>115</sup> In | 0    | 0                  |
| $^{10}$ B                | 3                      | 1.8           | <sup>209</sup> Bi | 9/2  | 4.1                |

Koeficijenti 5.58 i -3.82 izražavaju vezu izmedju numeričkih vrednosti sopstvenog magnetskog momenta protona (neutrona) izmerenog u nuklearnim magnetonima  $\mu_N$  i numeričkom vrednošču spina u jedinicama  $\hbar$  i nazivaju se žiromagnetski odnos  $\gamma_s$ . Tako, po analogiji sa (1.5.10) može se pisati sledeći odnos

$$\mu = \gamma_s s \tag{1.5.37}$$

Pri čemu je  $(\gamma_s)_p = 5.58$ , a  $(\gamma_s)_n = -3.82$ .

Velika razlika magnetskih momenata protona i neutrona je jedan izvanredno zagonetan rezultat. Još je čudnije postojanje magnetskog momenta neutrona koji je neutralna čestica. Ove činjenice nisu do sada u potpunosti objašnjene. Kompletno objašnjenje ovih činjenica se može naći u kvantnoj hromodinamici. Medjutim, neke predstave koje ukazuju na mogućnost postojanja magnetskog momenta neutrona i anomalnog magnetskog momenta protona se mogu razmatrati u okviru klasičnih fenomenoloških koncepata jake interakcije opisane u ovoj knjizi.

Ako smatramo, na primer, da se neutron može predstaviti kao složena struktura koja se sastoji iz centralnog pozitivnog naelektrisanja i isto tolikog perifernog negativnog naelektrisanja koje rotira (bar u nekom delu svog života), onda bi takav sistem imao negativan magnetski momenat. Skoro identična razlika magnetskih momenata neutrona i protona od Dirakovih vrednosti ukazuje na jednaku prirodu perifernih naelektrisanja.

Proučavanja obavljena 1950tih i 1960tih godina prirode nuklearnih sila i strukture nukleona dovele su do verovanja u takav koncept neutrona i protona. Rezultati takvih istraživanja su dovela do zaključka da je stvarni nukleon okružen neprekidno emitovanim i apsorbovanim  $\pi$  mezonima.

Neutron, kao i proton su okruženi oblakom  $\pi$  mezona. Moguće je smatrati sa izvesnom verovatnoćom  $\omega$  da je neutron kompleksan sistem koji se sastoji od "idealnog" protona p<sub>0</sub> sa jediničnim magnetskim momentom ( $\mu_{p_0} = 1 \mu_N$ ) i negativnog  $\pi^-$  mezona koji rotira oko protona; (n=p<sub>0</sub>+ $\pi^-$ ), dok se sa verovatnoćom 1- $\omega$  ponaša kao "idealan" neutron sa nultim magnetskim momentom  $\mu_{n_0} = 0$ . U ovom modelu, usrednjen magnetski momenta neutrona je

$$\mu_n = (1 - \omega)\mu_{n_0} + \omega(\mu_{p_0} - \mu_{\pi}) = (1 - \mu_{\pi})\omega\mu_N = -1.91\mu_N$$
(1.5.38)

Gde je  $\mu_{\pi}$  - magnetski momenat orbitalnog kretanja  $\pi$  mezona.

Analogno, predstavljajući da je verovatnoća da se proton sastoji od idealnog neutrona i pozitivnog  $\pi$  mezona (p= n<sub>0</sub> +  $\pi^+$ ) jednaka  $\omega$  a da je 1- $\omega$  verovatnoća da je idealan proton p<sub>0</sub> dobija se

$$\mu_{p} = \omega(\mu_{n0} + \mu_{\pi}) + (1 - \omega)\mu_{p_{0}} = (1 + (\mu_{\pi} - 1)\omega\mu_{N}$$
(1.5.39)

Pretpostavljajući da je  $\mu_{\pi}=7\mu_N$  (orbitalni magnetski momenat  $\pi$  mezona sa l=1 mora biti jednak  $m_p\mu_N/m_{\pi}\cong7\mu_N$ ) i jednačinu (1.5.39) eksperimentalna vrednost (1+6 $\omega$ ) $\mu_N$ =2.79 $\mu_N$ , dobijamo  $\omega$ =0.3. Zamenjujući ovu vrednost u neutronski magnetski momenat dobija se

$$\mu_n = (1 - \mu_\pi) 0.3 \mu_N = -1.8 \mu_N \cong \mu_{exp}$$

Predjimo sada na razmatranje vrednosti spinova i magnetskih momenata jezgara. Pre svega obratićemo pažnju na jednostavne zakonitosti koje povezuju spin sa masenim brojem. Sva jezgra sa neparnim A- imaju polucelobrojni spin, a sva jezgra sa parnim A – imaju celobrojni spin. Odatle sledi nemogućnost proton- elektronskog modela jezgra. Tako, na primer, ako bi se jezgro azota sastojalo od 14 protona i 7 elektrona, njegov spin bi bio neparan (azotna katastrofa). O ovome takodje govori i red veličine magnetskih momenata jezgara koji ne prevazilazi nekoliko nuklearnih magnetona. Ako bi u sastav jezgra ulazili i elektroni magnetski momenti bi bili bliski po redu veličine Bohrovom magnetonu, tj. bili bi 1000 puta veći.

Dalje razmatranje veličine spinova i magnetskih momenata jezgara dovodi do zaključka da se spinovi i magnetski momenti neutrona i protona u jezgrima rasporedjuju na takav način da se uzajamno kompenzuju. Maksimalni spin jezgra ne prevazilazi nekoliko jedinica i mnogo je manji od A/2 čemu bi inače trebao da bude jednak ako bi se svi spinovi usmerili na jednu stranu. Slična stvar je i sa magnetskim momentima.

Pojava kompenzacije spinova i magnetskih momenata se pregledno može videti iz analize četiri najlakša jezgra Periodnog sistema  ${}_{1}^{2}H$ ,  ${}_{1}^{3}H$ ,  ${}_{2}^{3}He$ ,  ${}_{2}^{4}He$ . Najlakši od ovih jezgara deuterijum  ${}_{1}^{2}H$  je najprostije atomsko jezgro, koje se sastoji od jednog protona i jednog neutrona. Spin deuterijuma je jednak 1 i magnetski momenat je 0.86  $\mu_{N}$  i dobijaju se kao rezultat slaganja spinova i magnetskih momenata neutrona i protona:

$$s_n + s_p = 1/2 + 1/2 = 1 = I_{\frac{2}{1}H}$$
(1.5.40)

$$\mu_p + \mu_n = 2.8 - 1.9 = 0.9 \approx \mu_{_1H}$$

Spinovi neutrona i protona u jezgru deuterijuma se ne kompenzuju, već su usmereni paralelno; neutron i proton obrazuju vezani sistem – deuteron- samo pri paralelnoj orijentaciji spinova. Jezgro koje bi se stojalo iz protona i neutrona sa suprotno orijentisanim spinovima ne postoji. Ovo je posledica spinske zavisnosti nuklearnih sila.

Pojava kompenzacije spinova počinje da se pojavljuje kod jezgra tricijuma  ${}_{1}^{3}H$ . Spin ½ i magnetski momenat  $\approx 3\mu_{N}$  dobijaju se iz spina i magnetskog momenta dva neutrona i jednog protona, ako pretpostavimo da su spinovi dva neutrona orijentisani u suprotnim pravcima i da se kompenzuju. U tom slučaju, spin i magnetski momenat jezgra su odredjeni spinom i magnetskim momentom nesparenog protona.

Sličo se dogadja i kod jezgra  ${}_{2}^{3}He$  koje ima spin  $\frac{1}{2}$  i magnetski momenat  $\approx -2.1\mu_{N}$  koji se približno poklapa sa spinom i magnetskim momentom nesparenog neutrona (-1.91  $\mu_{N}$ ).

Kompenzacija se najjasnije pojavljuje kod jezgra  ${}_{2}^{4}He$  koje ima nulti spin i nulti magnetski momenat. U ovom jezgru oba para nukleona su tako postavljena da su njihovi spinovi i magnetski momenti uzajamno kompenzovani i kao suma dobija se nula.

Kompenzacija spinova se može povezati sa različitom čvrstinom parno-parnih, neparnih i neparno-neparnih jezgara. Ovo postaje očigledno na primeru poredjenja srednje energije veze i stepena kompenzacije najjednostavnijih jezgara (vidi tabelu)<sup>tabela je</sup> preuzeta iz starijeg izdanjana ruskom jeziku, ali je ostavljena radi informativnosti i nije numerisana D. Nikezic

| Jezgro         | Tip jezgra      | Spin | Magnetski  | Uzajamna orijentacija                             | Energija   |
|----------------|-----------------|------|------------|---|------------|
|                |                 | ħ    | momenat    | spinova   | veze (MeV) |
|                |                 |      | $\mu_{_N}$ |   |            |
| ${}^{2}_{1}H$  | Neparno neparno | 1    | 0.86       | $p \uparrow n \uparrow$                           | 1.1        |
| ${}^{3}_{1}H$  | Neparno parno   | 1⁄2  | 3          | $p \uparrow n \uparrow n \downarrow$              | 2.8        |
| $^{3}_{2}He$   | Parno neparno   | 1⁄2  | -2.1       | $p \uparrow n \uparrow p \downarrow$              | 2.6        |
| ${}_{2}^{4}He$ | Parno parno     | 0    | 0          | $p \uparrow p \downarrow n \uparrow n \downarrow$ | 7.1        |

Puna kompenzacija spinova i magnetskih momenata ne dogadja se samo u jezgru  ${}_{2}^{4}He$ , već i kod svih ostalih parno –parnih jezgara, koja sva, bez izuzetka imaju spin I = 0,  $\mu = 0$ , i kod ovih jezgara nema hiperfine strukture. U vezi sa ovim, prirodno je pretpostaviti da se spinovi i magnetski momenti neparnih jezgara, koja se od parnoparnih jezgara razliikuju jednim dodatnim (ili jednim nedostajućim) nukleonom, odredjuju momentima tog nukleona. Iz prethodnog je očigledno da se ta pretpostavka potvrdjuje na jezgrima  ${}_{1}^{3}H$  i  ${}_{2}^{3}He$  kod kojih je spin i magnetski momenti odredjen neparnim nukleonom.

Medjutim, pri poredjenju spinova i magnetskih momenata neutrona jezgra

 ${}^{13}_{6}C$  koje se od parno-parnog jezgra  ${}^{12}_{6}C$  razlikuje za jedan dodatni neutron, opaža se odstupanje od prethodne pretpostavke. Spin jezgra  ${}^{13}_{6}C$  jeste  $\frac{1}{2}$  i poklapa se sa spinom neutrona, ali je njegov magnetski momenat različit i to ne samo po apsolutnoj vrednosti nego i po znaku i iznosi  $0.7\mu_N$ .

Slično se zapaža i pri razmatranju jezgra  ${}^{15}_{7}N$  koje ima jedan nespareni proton, ali ima negativni magnetski momenat.

Ove teškoće se mogu prevazići ako se pretpostavi da dodatni nukleon učestvuje u nekim orbitalnim kretanjima, usled čega se stvara dodatni momenat impulsa i magnetski momenat. Pri tome, ako je dodatni nukleon, proton sa orbitalnim momentom l onda je doatni magnetski momenat  $\mu_l = l\mu_N$  a odgovarajući žiromagnetski momenat je  $(\gamma_l)_p = 1$ . Orbitalno kretanje neutrona ne stvara magnetski momenat jer ova čestica nenaelektrisana. Zato je  $(\gamma_l)_p = 0$ .

Polazeći od ovakvih predstava, Šmit je 1937. godine razvio jednostavan jednonuklearni model jezgra, prema kome su momenat impulsa i magnetski momenat neparnog jezgra odredjeni ukupnim momentima nesparenog nukleona.

$$\vec{I} = \vec{l} + \vec{s} \quad \text{i} \quad \vec{\mu} = \gamma_l \vec{l} + \gamma_s \vec{s} \tag{1.5.41}$$

Računanje  $\vec{I}$  obavlja se po uobičajenim pravilima slaganja kvantnomehaničkih vektora. Pri računanju  $\vec{\mu}$  treba uračunati razliku  $\gamma_l$  i  $\gamma_s$  što dovodi do neparalelnosti vektora  $\vec{I}$  i  $\vec{\mu}$ . Rezultujući vektor  $\vec{\mu}$  precesira oko  $\vec{I}$ , pri čemu se njegova srednja vrednost poklapa sa srednjom vrednošću njegove komponente paralelne sa  $\vec{I}$  (Slika 43). Naime, ta srednja vrednost magnetskog momenta, (koja se ponekada naziva efektivni magnetski momenat) se opaža u eksperimentima. U spoljašnjem magnetskom polju  $\vec{\mu}_{eff}$  ima 2I+1 mogućih orijentacija (projekcija), a maksimalna karakteriše numeričku vrednost može biti izražena pomoću  $\mu_{eff} = \gamma_1 I$  gde je  $\gamma_1$  žiromagnetski odnos.



Slika 43

Za odredjivanje efektivnog magnetskom momenta nukleona (na dalje samo magnetski momenat) treba izračunati skalarni proizvod vektora  $\vec{I}$  i  $\vec{\mu}$ . Izračunavanje koje ovde nije prikazano daje

$$\gamma_{I} = \gamma_{l} \pm \frac{\gamma_{s} - \gamma_{l}}{2l + 1} \quad za \quad I = l \pm 1/2$$
 (1.5.42)

Tako, za proton imamo

$$\mu = (I + 2.29)\mu_N \quad (I = l + 1/2)$$

$$\mu = (1 - \frac{2.29}{I+1})I\mu_N \quad (I = l - 1/2)$$
(1.5.43)

a za neutron

$$\mu = -1.91 \mu_N \quad (I = l + 1/2)$$

$$\mu = \frac{1.91}{I+1} I \mu_N \quad (I = l - 1/2)$$
(1.5.44)

Iz ovih formula se vidi da je znak magnetskog momenta nukleona odredjen uzajamnom orijentacijom vektora  $\vec{s}$  i  $\vec{l}$  kao i veličinom *l*. Na primer, proton u stanju p<sub>1/2</sub> (*l*=1, I=1/2) ima  $\mu$ =-0.26 $\mu$ <sub>N</sub>, a neutron i tom istom stanju + 0.64 $\mu$ <sub>N</sub>.

Ove vrednosti se u potpunosti poklapaju sa eksperimentalnim podacia o magnetskim momentima  ${}_{7}^{15}N i {}_{6}^{13}C$ . Zbog toga može se reći da je prema Šmitovom modelu spin i magnetski momenat jezgara  ${}_{7}^{15}N i {}_{6}^{13}C$  odredjen nesparenim protonom (neutronom) u stanju p<sub>1/2</sub>.

Može se navesti još slučajeva gde je  $\mu_{exp}$  blisko izračunatoj vrednosti. Takva situacija se sreće u skoro-magičnim jezgrima kada je broj protona (neutrona) jednak  $N_{mag} \pm 1$  (<sup>17</sup>O, <sup>19</sup>F, <sup>35</sup>S, <sup>207</sup>Pb).

Medjutim, postoji svega nekoliko slučajeva gde se takvo dobro slaganje može naći. Kao po pravilu eksperimentalne vrednosti magnetskih momenata neparnih jezgara se jako razlikuju od računanja po gornjim formulama(1.5.43) i (1.5.44) i predstavljene su takozvanim Šmitovim krivima. Eksperimentalne vrednosti magnetskih momenata za parno- neparno (Z parno) i neparno-parno (Z neparno) jezgra su poredjena sa Šmitovim krivima na slikama 44 i 45





Sa slika se vidi da se magnetski momenti većine jezgara jako razlikuju od računskih vrednosti ali da svi oni leže izmedju Šmitovih krivih. Medjutim, sledi sa ovih slika da Šmitove krive korektno reprezentuju opšti trend promene magnetskih momenata jezgara. Skoro sve vrednosti magnetskih momenata leže izmedju Šmitovih krivih i upadljivo su bliže jednoj od njih. (srednji region na Slici 45, praktično ne sadrži ne jednu tačku. Magnetski momenat neparno-parnih jezgara raste sa spinom (ili orbitalnim ugaonim momentom) dok za parno-neparna jezgra nema takve zavisnosti. Sve ovo potvrdjuje korektnost osnovne Šmitove ideje o ulozi orbitalnih kretanja nukleona u formiranju

nuklearnog spina i megnetskih momenata, tj., jednočestično poreklo ovih veličina.

Neslaganje je mera netačnosti jednonuklearnog Šmitovog modela. Ova netačnost može da potiče iz pretpostavke da vezani nukleoni u jezgru imaju isti magnetski momenat kao i slobodni nukleoni. Drugi mogući razlog netačnosti Šmitovog modela može biti pretpostavka da samo nespareni nukleoni doprinose spinu i magnetskom momentu.

Dalji razvoj ovog modela je doveo do njegove moderne verzije modela nuklearnih ljuski, u kome se, za razliku od Šmitovog modela, razmatra kretanje ne jednog, već više čestica u polju ostalih nukleona koji se nalaze na popunjenim ljuskama i zato nemaju ni mehanički ni magnetski momenat. Spin i magnetski momenat jezgra odredjuju spoljašnji nukleoni koji se ne nalaze u zatvorenim i kompenzovanim ljuskama. Magnetski momenti jezgra se odredjuju kao projekcija vektorske sume magnetskih momenata svih spoljašnjih nukleona na pravac spina jezgra. Ovakav račun, u okviru modela nuklearnih ljuski, je moguće sprovesti za izvestan broj lakih jezgara, pri čemu je saglasnost sa eksperimentima bolja nego po Šmitovom modelu.





## 1.6. Parnost. Zakon održanja parnosti

Istorijski, koncept parnosti talasne funkcije se pojavio pri rodjenju kvantne mehanike (Wigner 1927). Poznato je da su prva postignuća kvantne mehanike u vezi sa elektromagnetskom i jakom interakcijim (struktura atoma i teorija alfa raspada) i da su opisana Šredingerovom jednačinom. Hamiltonijan ove jednačnine ima formu

$$H = -\sum \frac{\hbar^2}{2m_i} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x_i, y_i, z_i)$$
(1.6.1)

gde je prvi term operator kinetičke energije sistema čestica, dok drugi term opisuje njihovu potencijalnu energiju.

Može se videti da su oba terma u Hamiltonovom operatoru simetrična u odnosu na operaciju ogledalske refleksije, tj., u odnosu na inverziju koordinata.

$$x_i \rightarrow -x_i, \quad y_i \rightarrow -y_i, \quad z_i \rightarrow -z_i,$$

$$\vec{r} \rightarrow \vec{r}, \theta \rightarrow \pi - \theta, \varphi \rightarrow \varphi + \pi$$

Prvi član ima ogledalsku simetriju jer se  $\partial x, \partial y$  *i*  $\partial z$  pojavljuju u obliku kvadrata. Drugi term je simetričan jer je potencijal funkcija uzajamnog položaja čestica i kao takav ne može se promeniti usled refleksije koordinata.

Prirodno, talasna funkcija  $\psi$ , koja je rešenje ogledalski simetrične Šredingerove jednačine, takodje mora biti simetrična u odnosu na refleksiju koordinata. Ovo znači da je verovatnoća W(V,t) nalaženja čestice u zapremini V u trenutku t ne sme da zavisi od toga da li je merenje obavljeno u desnom (x,y,z) ili levom (-x,-y,-z) koordinatnom sistemu.

Prema kvantnoj mehanici, stanje čestice se opisuje talasnom funkcijom  $\psi(x, y, z, t)$  koja je rešenje Šredingerove talasne jednačine. Talasna funkcija  $\psi$  je kompleksna i nema fizičkog smisla. Medjutim, kvadrat modula talasne funkcije  $|\psi|^2$  odredjuje gustinu verovatnoće nalaženja čestica u momentu vremena u tački prostora (x, y, z). Prema tome, verovatnoća da se u trenutku vremena t, čestica nađe u zapremini V je data kao

$$W(V,t) = \int_{V} |\psi(x, y, z, t)|^{2} dV = \int_{V} |\psi(-x, -y, -z, t)|^{2} dV$$
(1.6.2)

ili u oblasti gde V $\rightarrow$ 0,

$$|\psi(x, y, z)|^2 = |\psi(-x, -y, -z)|^2$$
 (1.6.3)

ili u sfernim koordinatama

$$|\psi(r,\theta,\varphi)|^2 = |\psi(r,\pi-\theta,\pi+\varphi)|^2$$

U slučaju ogledalske simetrije, čestica mora imati istu verovatnoću emisije u ugao  $\theta$  i u ugao  $\pi$ - $\theta$  u odnosu na neki izabrani pravac u prostoru. Drugim rečima razvoj funkcije  $f(\theta) = |\psi(r, \theta, \varphi)|^2$  u red po cos $\theta$  može sadržati samo parne stepene od cos $\theta$ :

$$f(\theta) = a + b\cos\theta + c\cos^2\theta + \dots$$
(1.6.4)

gde je koeficijenat b=0.

Potrebno je istaći da u cilju izbora nekog pravca u prostoru za neki objekat koji se proučava (atom, jezgro ili čestica) moramo koristiti takve fizičke parametre tog objekta koji imaju osobine aksijalnog vektora, tj., ne menjaju pravac usmerenje pri inverziji koordinata. Dobro je poznato da spin I upravo ima upravo baš takvu osobinu. Odavde, proučavanjem ugaone raspodele produkata reakcije u procesu (na primer elektrona u slučaju beta raspada) u odnosu na spin jezgra, možemo izvući eksperimentalne zaključke o postojanju (b=0) ili odsustuvu (b $\neq$ 0) ogledalske simetrije.

Ako proces ima osobinu ogledalske simerije, dobijamo iz (1.6.3)

 $|\psi(x, y, z)| = |\psi(-x, -y, -z)|$ 

Dve kompleksne funkcije  $\psi_1$  i  $\psi_2$  s jednakim modulima se razlikuju za konstantan množitelj  $e^{i\alpha}$ :

$$\psi_1 = e^{i\alpha}\psi_2$$

Tako je

$$\psi(x, y, z) = e^{i\alpha}\psi(-x, -y, -z)$$

U našem slučaju,  $\psi_2$  se dobija iz  $\psi_1$  operacijom ogledalske refleksije, koja se ostvaruje pomoću operatora  $e^{i\alpha}$ . Dvostruka primena ovog operatora na funkciju treba da dovede do prvobitnog oblika funkcije

$$\psi(x) = e^{i\alpha}\psi(-x) = e^{2i\alpha}\psi(x)$$

Tako je  $e^{2i\alpha} = 1$ , odakle je  $e^{i\alpha} = \pm 1$ , odakle imamo

$$\psi(x, y, z) = \pm \psi(-x, -y, -z)$$
(1.6.5)

U slučaju ogledalske simetrije, talasne funkcije koje opisuju kretanje čestica se dele u dve klase: parne i neparne. Parne su one talasne funkcije koje ostaju nepromenjene pri inverziji svih koordinata; neparne funkcije menjaju znak pri inverziji koordinata. Parnost se obeležava slovom P. Za parne sisteme P = 1, a za neparne P = -1.

Značajno svojstvo mnogih izolovanih kvantno mehaničkih sistema je održanje parnosti. Da bi dokazali ovo pretpostavimo da je talasna fumcija sistema  $\psi(x,y,z,t)$ rešenje Šredingerove jednačine i da je parna u momentu t. Nadjimo njenu parnost u momentu (t+ $\tau$ ). Za to, razložimo funkciju  $\psi(t+\tau)$  u red po stepenima  $\tau$ .

$$\psi(t+\tau) = \psi(t) + \frac{\partial \psi}{\partial t}\tau + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}\tau^2 + \dots$$

Na početku ograničimo se prvo na prva dva člana razvoja

$$\psi(t+\tau) = \psi(t) + \frac{\partial \psi}{\partial t} \tau$$

Ovde je  $\psi(t)$  parno po pretpostavci, a  $\partial \psi / \partial t$  je parno jer  $\psi$  zadovoljava Šredingerovu jednačinu

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} \hat{H} \psi(t) \tag{1.6.6}$$

sa parnim Hamiltonijanom

$$\widehat{H} = -\sum \frac{\hbar^2}{2m_i} \Delta_i + U$$

Prvi sabirak u gornjoj jednačini je paran, jer on sadrži drugi izvod po vremenu, drugi je paran jer je potencijal funkcija samo položaja čestice i, ne može se promeniti pri inverziji koordinata.

Odavde sledi da ako je funkcija  $\psi(t)$  parna, onda je ona takodje parna i u vremenu t+ $\tau$  i tako dalje. Ovo razmatranje se može dalje provesti i za sledeći član razvoja funkcije koji sadrži  $\partial^2 \psi / \partial t^2$  (jer se ovaj član može predstaviti kao  $\partial / \partial t (\partial \psi / \partial t)$ .).

Parnost funkcije je integral kretanja, jer se za izolovan sistem ne menja sa vremenom. Zaključak proističe iz specijalne forme Hamiltonijana.

Sličan zaključak se može izvesti i za druge oblike operatora interakcije  $\hat{H}$ . Opšta šema razmišljanja ostaje kao i gore: jednačine koje opisuju odgovarajuće procese moraju da poseduju svojstvo simetrije, koje odražava simetriju sveta u odnosu na proces refleksije koordinata. Ovaj uslov odredjuje oblik operatora interakcije i formu dobijenih rešenja.

U prethodnoj diskusiji je pretpostavljeno da talasna funkcija ima definisanu parnost (parna ili neparna). Strogo govoreći, ovo je tačno samo za nedegenerisana stanja sistema (na primer osnovno stanje nukleona) koje je opisano jedinstvenom svojstvenom talasnom funkcijom. Ako je sistem sa datom energijom degenerisan i opisan superpozicijom nekoliko svojstvenih funkcija, neke od njih mogu biti parne, a neke neparne, parnost takvog sistema može biti nedefinisana. U ovom slučaju, održanje parnosti dovodi do održanja relativnog dela pojedinih komponentni sa definisanim vrednostima parnosti.

Zakon održanja parnosti je potvrdjen eksperimentalno za jaku (nuklearnu) i elektromagnetsku interakciju. O ovome govori odsustvo dipolnog električnog momenta jezgara u osnovnom stanju, a takodje i analiza nuklearnih reakcija. Dugo vremena se smatralo da zakon održanja parnosti važi u svim interakcijama. Štaviše, pri prvom postavljanju teorije  $\beta$  raspada, takodje je postulirano zadovoljenje zakona održanja parnosti. Medjutim, kasnije je pokazano da se pri  $\beta$  raspadu i u drugim efektima sa učešćem slabe interakcije, narušava zakon održanja parnosti. Zbog toga je teorija beta raspada preradjivana.

Zakon održanja parnosti nameće odredjena ograničenja na proticanje nuklearnih interakcija. Zato je važno odrediti parnost sistema. Ovaj zadatak se može rešiti

razlaganjem sistema u podsisteme. Razmotrimo, na primer dve čestice A i B. Talasna funkcija tog sistema je proizvod četiri funkcije

$$\psi_{A+B} = \psi_A \psi_B \psi_{l_A} \psi_{l_B}$$

Gde su  $\psi_A$ , i  $\psi_B$  talasne funkcije koje opisuju unutrašnje stanje svake čestice (od kojih svaka sa svoje strane može biti složena) i  $\psi_{lA}$  i  $\psi_{lB}$  – su talasne funkcije relativnog kretanja čestica A i B. (Ove talasne funkcije daju dobru ideju o o zakonu kretanja u centru masa podsistema A i B). Kako je test parnosti redukovan na inverziju koordinata i poredjenje znaka funkcije  $\psi(x, y, z)$  i  $\psi(-x, -y, -z)$  očito je da kada se ove operacije obave sukcesivno na  $\psi_A$ ,  $\psi_B$ ,  $\psi_{lA}$ ,  $\psi_{lB}$  dobijemo sledeće pravilo za kompleksan sistem

$$P_{A+B} = P_A P_B P_{l_A} P_{l_B}$$

Parnost složenog sistema je jednaka proizvodu parnosti komponenti sistema i parnosti talasnih funkcija koje opisuju njihovo kretanje u odnosu na centar inercije.

U kvantnoj mehanici je pokazano da se relativno kretanje dve čestice predstavlja talasnom funkcijom oblika

$$\psi_l = R(r)P_l^m(\cos\theta)e^{im\varphi} \tag{1.6.7}$$

Gde su  $P_l^m(\cos\theta)$  asocirani Ležandroovi polinomi. Ove funkcije imaju takvu strukturu da pri zameni  $\cos\theta$  sa  $-\cos\theta$  one dobijaju množitelj  $(-1)^{l-m}$  gde je l orbitalni kvanti broj ugaonog momenta i m je njegova projekcija na polarnu osu.

Pri operaciji ogledalske inverzije koordinate tačke se menjaju na sledeći način:

$$\begin{aligned} r &\to r, \ \theta \to \pi - \theta, \\ \cos\theta \to \cos(\pi - \theta) \to -\cos\theta \\ \varphi \to \pi + \varphi, \ e^{im\varphi} \to e^{im(\varphi + \pi)} \to (-1)^m e^{im\varphi} \end{aligned}$$

Zbog toga,  $\psi_l = R(r)P_l^m(\cos\theta)e^{im\varphi}$  prelazi u  $(-1)^l\psi_l$ . Parnost talasne funkcije relativnog kretanja je

$$P_l = (-1)^l$$

te je parnost sistema A+B jednaka

$$P_{A+B} = P_A P_B (-1)^{l_A} (-1)^{l_B}$$
(1.6.8)

Ako je poznata unutrašnja parnost podsistema A i B onda je zadatak odredjivanja parnosti složenog sistema rešen. Ako su, pak, A i B složeni sistemi čije su parnosti nepoznate, onda se ovo razmatranje prvo mora sprovesti za njih. Na kraju krajeva složeni

sistem (atomsko jezgro) može biti predstavljeno (npr u modelu nuklearnih ljuski) kao skup uzajamno neinteragujućih čestica u kretanju, tako da je parnost sistema jednaka proizvodu sopstvenih parnosti nukleona  $(-1)^{\sum l_i}$  gde je  $l_i$  orbitalni broj koji odredjuje karakter kretanja datog nukleona.

Pošto se u nuklearnim interakcijama običnog tipa broj nukleona održava, onda sopstvenu parnost nukleona možemo da biramo, na primer izaberimo da je pozitivna. Tada je stanje parno ili neparno, zavisno od toga da li je njegovo kretanje opisano parnom ili neparnom talasnom funkcijom, tj. zavisi od toga da li je l parno ili neparno. Na primer s- proton i s- neutron (l=0) su parni, a ako su u p stanjima (l=1) onda su neparni i td. Parnost sistema nukleona se odredjuje ukupnom sumom svih l. Ako je ta suma parna, to

je i sistem paran, i obrnuto.

Tako, na primer, pokazano je u modelu ljuski (vidi glavu 2) da je <sup>7</sup>Li izgradjen kada se potencijana jama napuni sa četiri nukleona u *s* stanju (*l*=0) i tri pukleona u *p* stanju (*p*=1). Odavde je unutrašnja parnost <sup>7</sup>Li u osnovnom stanju (-1)<sup>3</sup>=-1.

Parnost talasne funkcije je važna osobina jezgra kao i njegov spin. Svi procesi elektromagnetske i jake interakcije (na primer, emisija  $\gamma$  kvanta, alfa raspad, nuklearne reakcije) protiču na takav način da se ukupna parnost sistema interagujućih čestica ne menja posle interakcije (specifični primeri u kojima se održava parnost su primenjeni u Sekcijama, 3.2, 3.4, 9.3 i 10.4).

Svako energetsko stanje atomskog jezgra (osnovno kao i ekscitovano) se karakteriše, pored energije i spina (ugaoni momenat ekscitovanog stanja) i parnošću. Parnost nivoa energetskih nivoa je specifičan gornji indeks (plus ili minus) iznad vrednosti spina (vidi na primer slike 51 i 52).

Pomenuto je ranije da je zakon održanja parnosti prvo formulisan za elektromagnetske i jake interakcije. Ispravnost zakona za razne procese ovih vrsta je eksperimentalno potvrdjena mnogo puta. Ovo je verovatno i bio razlog da se pretpostavka o održanju parnosti u svim interakcijama održavala dosta dugo (do 1956.), uključujući i slabu interakciju.

Moguće je da je ovaj pogrešan koncept poduprt podsvestnom željom da je prostor koji nas okružuje (koji je prema zakonima održanja impulsa i momenta impulsa homogen i izotropan) ogledalski simetričan a ne npr. heličan ili zavijen.

Šta god da je bio razlog, prva verzija teorije beta raspada koja je 1934. godine formulisana od strane Fermija, je bila zasnovana na održanju parnosti. Činjenica je da je pokazano teorijski 1956., a potvrdjeno eksperimentalno 1957., da se parnost ne održava u slabim interakcijama. S obzirom na ovo, teorija beta raspada je preradjena . Interesantno je da je prva, nekorektna teorija beta raspada postojala četvrt veka i da nije bila predmet diskusije u tom periodu iako je bilo sprovedeno mnogo eksperimenata.

Osnovne karakteristike atomskih jezgara, masa i struktura energetskih nivoa (kao i sama činjenica da jezgra postoje) su odredjene jakom interakcijom, dok su procesi sa učešćem gama prelaza opisani elektromagnetskom interakcijom. Parnost se održava u svim ovim interakcijama. Medjutim, nukleoni koji čine jezgro ne učestvuju samo u jakim i elektromagnetskim interakcijama, već i u slaboj interakciji u kojoj se parnost ne održava.

Drugim rečima, potencijal interakcije V mora da sadrži deo  $V_{par.nonconst.}$  koji narušava parnost. Zbog toga se talasna funkcija  $\psi$  nukleona mora pisati u opštijoj formi kao što sledi

$$\psi = \psi_{reg} + F\psi_{ireg} \tag{1.6.9}$$

gde drugi član karakteriše deo stanja sa suprotnom parnošću  $(P\psi_{ireg} = -P\psi reg)$ .

Regularni deo  $\psi_{reg}$  talasne funkcije opisuje procese u kojima se parnost održava, dok iregularni deo  $\psi_{ireg}$  opisuje fenomene u kojima se parnost ne održava. Koeficijent F služi kao mera neodržanja.

Kako je konstanta slabe interakcije mala, koeficijent F takodje mora biti manji od jedinice. On se približno ocenjuje iz dimenzione analize:

$$F = \frac{g_w}{\hbar c \delta^2} \cong 10^{-7} \tag{1.6.10}$$

gde je  $\delta = 2 \cdot 10^{-13}$  cm (rastojanje izmedju nukleona u jezgru).

Teorijski, teorija perturbacija se koristi za odredjivanje veličine F proučavajući potencijal  $V_{par.nonconst}$  koji narušava parnost. Eksperimentalne vrednosti za F se mogu dobiti iz eksperimenata komparativne analize verovatnoće procesa, koji su dozvoljeni i zabranjeni zakonom održanja parnosti.

Zavisno od prirode ovih eksperimenata, efekat izazvan narušenjem parnosti može biti reda  $F^2$  (npr., alfa raspad, sekcija 3.2.6) ili reda F (u elektromagnetnim prelazima, sekcija 3.4.5).

Pošto je F vrlo malo, ovi eksperimenti su vrlo teški za izvodjenje. Njihov uspeh zavisi od ispunjenja izvesnih specijalnih uslova, na primer gušenjem efekata dozvoljenih zakonom održanja parnosti. Pri normalnim uslovima može se uzeti F=0.

Specijalna manifestacija neodržanja parnosti u jakim interakcijama je opažena u fisiji polarizovanih teških jezgara (Sekcija 7.5.10).

## 1.7. Kvadripolni električni momenat

Jedna od najvažnijih karakteristika atomskog jezgra jeste njegovo naelektrisanje Z, koje daje predstavu o broju protona u jezgru i veličini kulonovskog potencijala i odredjuje hemijske osobine atoma. Medjutim, broj Z ne daje punu informaciju o električnim karakteristikama jezgra, jer se ne može ništa znati o svojstvima jezgra koja zavise od prostorne raspodele nukleona u jezgru. Naelektrisanje Z je integralna električna karakteristika jezgra.



Slika 46.

Složenija električna karakteristika je električni dipolni momenat. Podsetimo se da je električni dipol sistem od dva jednaka naelektrisanja različitog znaka, koja se nalaze na nekom rastojanju  $\delta$  (Slika 46a). Dipolni momenat takvog sistema je P=e $\delta$ . Kako u jezgru imamo protone i neutrone, tj. čestice sa nalektrisanjima +e i 0, onda u slučaju nepoklapanje centara protonske i neutronske "tečnosti" jezgro bi moglo da poseduje dipolni momenat P=Ze $\delta$ . Tačnije, projekcija dipolnog momenta D<sub>z</sub> na osu z je integral oblika

$$D_z = \int z \rho_z(r) dr \tag{1.7.1}$$

gde je  $\rho_z(r)$  raspodela naelektrisanja u odnosu na centar jezgra, a dr element zapremine oko tačke r.

Pokažimo da je dipolni momenat jezgra u osnovnom stanju jednak nuli. Raspodela naelektrisanja  $\rho_z(r)$  se može predstaviti u obliku

$$\rho_{z}(r) = \sum_{1}^{Z} e P_{i}(r)$$
(1.7.2)

gde je  $P_i(r)$  verovatnoća nalaženja i-tog protona u tački r(x,y,z) (u elementu dr oko tačke r). Ta verovatnoća može biti predstavljena preko talasne funkcije razmatranog stanja sistema  $\psi(r_1, r_2, ..., r_z, ..., r_A)$ 

$$P_{i}(r) = \int |\psi(r_{1}, r_{2}, ..., r_{z}, ..., r_{A})|^{2} dr_{1} dr_{2} .... dr_{A}$$
(1.7.3)

Ovde se integraljenje provodi po svim  $r_k$  osim po  $r_i$  koje je jednako r . Odavde je sada

$$D_{z} = \sum_{1}^{Z} \int e z_{i} |\psi(r_{1},...,r_{A})|^{2} d\tau$$
(1.7.4)

gde je d $\tau$  elemenat zapremine za sve koordinate r<sub>1</sub>,...,r<sub>A</sub>. Prema zakonu održanja parnosti,  $|\psi(r_1,...,r_A|^2 = |\psi(-r_1,...,-r_A|^2)$ , a kako je z neparna funkcija, onda je podintegralni izraz takodje neparna funkcija, shodno tome, integral je jednak nuli. Dipolni električni momenat jezgra u stacionarnom stanju je jednak nuli. Sledeće dve generalizacije se mogu izvući iz prethodnog rezultata:

- Električni dipolni momenat je jednak nuli ne samo za osnovno stanje jezra (koje je uvek nedegenerisano), već i za sva nedegenerisana ekscitovana stanja;
- 2) Prethodni zaključak je potpuno ispravan za sve statičke električne momente neparnog reda.

Problem postojanja električnog dipolnog momenta elementarnih čestica je vrlo interesantnan. Pretpostavimo da neka elementarna čestica, recimo neutron, ima električni dipolni momenat **D**. Kao kvantno mehanički vektor, ovaj momenat **D** može da ima samo longitudinalnu projekciju na pravac spina **s**, (transverzalne projekcije se usrednjavaju). Odavde, pravac vektora **D** se mora poklapati sa pravcem vektora s,

$$\vec{D} = k\vec{s} \tag{1.7.5}$$

Ako kvantno mehanički sistem ima ogledalsku simetriju, jednačina (1.7.5) se mora održati i kada se *x*,*y*,*z* zamene sa *-x*,*-y*,*-z*. Ali  $\vec{D} = e\vec{r}$ , a **s** ima dimenzije angularnog momenta

$$\begin{bmatrix} \vec{p}\vec{r} \end{bmatrix} = m \left[ \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \right) \vec{r} \right]$$
  
Odavde je  
$$\vec{D}(-x.-y,-z) = -\vec{D}(x,y,z)$$
(1.7.6)

$$\vec{s}(-x,-y,-z) = \vec{s}(x,y,z)$$
 (1.7.

i relacija (1.7.5) se može zadovoljiti samo ako k = 0. Tako, zakon održanja parnosti znači da je dipolni momenat jednak nuli. Dobijeni rezultat je posledica zakona održanja parnosti, i potvrdjen je eksperimentalno. Medjutim, obrnuto tvrdjenje nije ispravno jer jednakost k=0, jeste ispravno i za invarijantnost u odnosu na inverziju vremena. Zaista, zamenom t sa –t daje

$$\vec{D}(-t) = \vec{D}(t), \quad \vec{s}(-t) = -\vec{s}(t)$$
 (1.7.7)

Drugim rečima, ako sistem ima osobinu t-invarijantnosti, takodje mora biti k = 0 u (1.7.5).

Električni dipolni momenat kvantno mehaničkog sistema može biti nenulti samo kada se narušava istovremeno i zakon održanja parnosti i t-invarijantnost. Ova okolnost čini dipolni momenat čestice (i kompleksnih sistema) "ugaoni kamen" za proveru tinvarijantnosti u raznim interakcijama. Veličina **D** indicira obim narušenja tinvarijantnosti u nekoj interakciji. Do 1964. godine se smatralo da je t-invarijantnost zadovoljena u svim interakcijama uključujući i slabu za koju se parnost ne održava, kao što je i nadjeno 1957. Ovo je potvrdjeno u eksperimentima sa greškom manjom od 1 %. Izvesno, malo narušenje t-invarijantnosti (0.1 %) je nadjeno 1964., godine u raspadu  $K^0$ mezona čiji mehanizam nije do sada razjašnjen. Promena električnog dipolnog momenta indicira tip interakcije (slaba, jaka ili elektromagnetska, ili neka novog tipa) koja je odgovorna za ovo narušavanje. Usled ovoga, poslednjih godina je jako porastao interes za tačno merenje dipolnih momenata elementarnih čestica (naročito neutrona i elektrona). Unutar eksperimentalne greške, rezultati merenja se slažu sa  $\vec{D}_n = \vec{D}_e$ .

Složenija električna karakteristika jezgra je kvadripolni momenat – i on je mera otklona raspodele naelektrisanja od sferno simetrične.

Kvadripol čini par jednakih i suprotno orijentisanih dipola P na nekom rastojanju d (Slika 47a). Takav sistem ima kvadripolni momenat Q=2Dd=2e $\delta$ d. Pošto je kvadripolni momenat proporcionalan sa  $\delta$ d, onda se on, u odnosu na jedinično naelektrisanje, meri u jedinicama površine.

Kada se pominje kvadripolni električni momenat jezgra i utrašnji kvadripolni momenat  $Q_0$  se razlikuje od opaženog kvadripolnog momenta Q. Unutrašnji kvadripolni momenat  $Q_0$  se odredjuje kao integral oblika

$$Q_0 = \int (3\varsigma^2 - r^2)\rho_z dV$$
 (1.7.8)

gde je  $r(\xi, \eta, \zeta)$  rastojanje od centra mase jezgra;  $\zeta$  – projekcija r na osu  $\zeta$  koja se poklapa sa osom simetrije jezgra i  $\rho_z$  gustina raspodele naelektrisanja Z. Integrali se po celokupnoj zapremini jezgra.



Slika 47

Kako je  $r^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$ , to je  $3\zeta^2 = r^2$  za sferno jezgro,  $3\zeta^2 > r^2$  za izduženo jezgro i  $3\zeta^2 < r^2$  za spljošteno jezgro. Zbog toga je  $Q_0 = 0$  za sferna jezgra;  $Q_0 > 0$  za raspodelu naelektrisanja istegnutu duž z ose (koja se poklapa sa pravcem spina jezgra);  $Q_0 < 0$  za spljoštenu raspodelu naelektrisanja (u odnosu na osu I) (Slike 47,b,c i d).

Unutrašnji kvadripolni momenat se može odrediti eksperimentalno iz podataka efikasnih preseka Kulonove ekscitacije rotacionih nivoa jezgra i verovatnoće gama prelaza izmedju ovih nivoa.

Opaženi kvadripolni momenat Q se odredjuje u odnosu na z-osu koja se poklapa sa izabranim pravcem u prostoru

$$Q = \int (3z^2 - r^2) \rho_z dV \tag{1.7.9}$$

Njegova veličina zavisi od  $Q_0$  i orijentacije jezgra u odnosu na z osu. Obratno, orijentacija jezgra u odnosu na z osu je odredjena orijentacijom spina I, u odnosu na ovu osu i njegovom projekcijom K na osu simetrije jezgra. U opštem slučaju, spin I nesferičnog jezgra u ekscitovanom stanju je dat sa

$$\vec{I} = \vec{K} + \vec{\Omega} \tag{1.7.10}$$

gde je **K** pojekcija vektorske sume ukupnog momenta jezgra na osu simetrije jezgra i  $\Omega$  je rotacioni momenat jezgra kao celine.

Kvantno mehaniko računanje maksimalne moguće projekcije vektora I na z-osu daje sledeću vezu izmedju Q, Q<sub>0</sub>, I i K

$$Q = \frac{3K^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)}Q_0 \tag{1.7.11}$$

gde se koeficijent ispred  $Q_0$  naziva projekcioni faktor (Q se tretira kao projekcija  $Q_0$  na z-osu).

Sledeći zaključci se mogu izvući iz formule (1.7.11)

- 1) Za  $Q_0 \neq 0$ , apsolutna vrednost opaženog kvadripolnog momenta, Q, je uvek manja od  $Q_0$ ;
- 2) Za  $I(I+1) > 3K^2 +$ , tj., za velike vrednosti I, znak Q postaje suprotan znaku Q<sub>0</sub>;
- 3) Za jezgra u osnovnom stanju ( $\Omega=0$ , I=K)

$$Q = \frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)}Q_0 \tag{1.7.12}$$

Ako je I=0 (parno parna jezgra), ili I=1/2, onda je Q=0 čak i ako je  $Q_0 \neq 0$ . Za I≥1 opaženi kvadripolni momenat Q je nenulti. Količnik Q/Q<sub>0</sub> =1 za I=1; 0.2 za I=3/2 i približno 1 za I>>1.

4) Za parno parna jezgra u ekscitovanim stanjima, K=0, ali I=Ω≠0, i

$$Q = -\frac{I}{(2I+3)}Q_0 \neq 0$$

Nenulti kvadripolni momenat Q se može opaziti stavljajući jezgro u neuniformno električno polje E, kada se pojavljuje dodatna energija interakcije proporcionalna sa  $(\partial E/\partial z)Q$ . Tako, interakcija nuklearnog kvadripolnog momenta sa električnim poljem dovodi do pojave dodatne hiperfine strukture linija koje nemaju pravilo intervala koje važi za magnetsko cepanje. Tako je kvadripolni momenat deuterona i otkriven: on je pozitivan i jednak je  $0.00282 \cdot 10^{-24}$  cm<sup>2</sup>.

Postojanje kvadripolnog momenta kod najprostijeg jezgra koje sadrži samo jedan proton i jedan neutron znači da talasna funkcija koja opisuje kretanje čestica u deuteronu nije kompletno sferno simetrična. Računanja pokazuju da  $Q_{2H}=0.00282 \cdot 10^{-24}$  cm<sup>2</sup> odgovara 4 % zastupljenosti d stanja, što znači da deuteron je u s stanju (*l*=0) 96 % vremena, a da je u d stanju (*l*=2) preostalih 4 % vremena. Ova mala nečistoća d stanja objašnjava gore pomenutu razliku izmedju magnetskog momenta deuterona i sume magnetskih momenata protona i neutrona.

Kvadripolni momenat je važna karakteristika jezgra. Omogućuje dobijanje dodatnih informacija o strukturi jezgra i osobinama nuklearnih sila.

Kvadripolni momenat je tesno povezan sa spinom jezgra. Gore je već rečeno da je  $Q_0 = 0$  za sferno simetričnu raspodelu naelektrisanja što očigledno odgovara slučaju I = 0, (jer pri I=0 nema dominantno definisanog pravca u odnosu na koji bi se mogla ustanoviti asimetrija). U kvantnoj mehanici se dokazuje je kvadripolni momenat jezgra

jednak nuli i kada je spin jezgra jednak I=1/2.

Pretpostavimo da je jezgro sa  $Q_0 \neq 0$  u obliku rotacionog elipsoida sa ravnomerno rasporedjenim naelektrisanjem, možemo da  $Q_0$  izrazimo preko osa elipsoida *a* duž  $\zeta$  ose, i *b* normalno na osu  $\zeta$ :

$$Q_0 = \frac{2}{5}(a^2 - b^2)eZ = \frac{4}{5}\varepsilon \bar{R}^2 eZ$$
(1.7.13)

Gde je  $\varepsilon = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ ;  $\overline{R^2} = \frac{a^2 + b^2}{2}$  je srednji kvadrat radijusa jezgra; eZ ukupno

naelektrisanje jezgra. Zamenom  $R^2$  u izraz za  $Q_0$  moguće je odrediti  $\varepsilon$  - stepen ekscentričnosti jezgra. Obično je  $\varepsilon$  malo i u opsegu je od 0.01 do 0.02, ali su znatne ravnotežne deformacije opažene kod mnogih teških jezgara (A=150-190 i A>220). Ova jezgra imaju veliku pozitivnu vrednost  $Q_0$  i njihov ekscentricitet je izmedju 0.1 i 0.2.

Slika 49 daje usrednjenu eksperimentalnu krivu zavisnosti unutrašnjeg kvadripolnog momenta jezgra od broja protona Z ili broja neutrona A-Z. Sa slike se jasno vidi opšta tendencija rasta  $Q_0$  sa rastom Z (ili N), a takodje i posebna uloga magičnih vrednosti Z (ili N) (2,8,20, (28), 50, 82 i 126) pri kojima  $Q_0 = 0$ . Ovakva zavisnost  $Q_0$  od Z (ili N) indicira da većina teških jezgara ima izduženu formu dok jezgra sa Z (ili N) jednako 2,8,20, (28), 50, 82 i 126 (zadnja vrednost samo za neutrone) imaju sferno simetrični oblik. Jezgra sa magičnim brojevima Z i N imaju kvadripolni momenat jednak nuli što znači da su sferno simetrična.



Slika 49

Iz prirode promene znaka Q0 može se zaključiti da u intervalu izmedju dva

susedna magična broja jezgra sukcesivno uzimaju sledeću formu: sferno simetrično, spljošteno, sferno simetrično, izduženo, jako izduženo, izduženo, sferno simetrično.

#### Slika 50

Velike vrednosti unutrašnjeg kvadripolnog momenta, koje pretpostavljaju vrednosti 10 do 20 puta kvadrat njihovog radijusa, su vredne pomenta. Ovo znači da su nuklearni kvadripolni momenti izazvani kolektivnim kretanjem mnogo nukleona u jezgru (Sekcija 2.4).

Postojanje pozitivnog kvadripolnog momenta deuterona znači da je raspodela naelektrisanja ( a time i nuklearne materije) istegnuta duž ose u pravcu spina deuterona. To ukazuje na postojanje veze izmedju ose deuterona (linija koja prolazi kroz proton i neutron) i spina. Drugim rečima, nuklearna sila je maksimalna i dovodi do obrazovanja vezanog sistema (deuterona) samo ako su spinovi oba nukleona paralelni i usmereni duž njegove ose. Na taj način, nuklearne sile nose necentralni karakter, jer ne zavise samo od rastojanja izmedju čestica, već i od uzajamne orijentacije spinova i linije na kojoj su čestice. Interakcije ovakve vrste se nazivaju *tenzorskim*.

## 1.8. Izotopski spin

Pokazano je u sekciji 1.3.4 da se osobine jezgra izobara sa datim masenim brojem A bitno menjaju kada se promeni količnik protona Z i neutrona N=A-Z. Takva jezgra imaju različite mase i vezivne energije i različite električne i magnetske momente, neka od ovih jezgara su  $\beta$  stabilna, dok su druga  $\beta$  radioaktivna td.

Na prvi pogled, navedene razlike izmedju izobarnih jezgara su tako brojne i značajne, da se čini da je maseni broj samo opšta karakteristika ovih jezgara. Ovo medjutim nije tačno. Detaljnija analiza izobarnih jezgara pokazuje da one grade grupu jezgara sa sličnim nuklearnim osobinama.

U mnogim slučajevima se vidi da zamena jednog ili više protona neutronima dovodi samo do promena osobina povezanih sa elektromagnetskom i slabom interakcijom, bez uticaja na glavne karakteristike, koje potiču od jake nuklearne interakcije.

Kao primer razmotrimo jezgra  ${}_{1}^{3}Hi i {}_{2}^{3}He$  koja se razlikuju po slabim karakteristikama: jedno od ovih jezgara,  ${}^{3}H je \beta$  radioaktivno, dok je drugo stabilno. Njihove elektromagnetske osobine su takodje različite (imaju naelektrisanje 1 i 2, respektivno), i njihovi magnetski momenti su  $2.98\mu_{N}$  i  $-2.13\mu_{N}$ . Medjutim, ova dva jezgra su vrlo slična po pitanju jake interakcije, koja odredjuje glavni deo vezivne energije.

Nadjeno je da se razlika vezivnih energija ova dva jezgra, jednaka

 $\Delta W({}_{1}^{3}H) - \Delta W({}_{2}^{3}He) = 8.48 - 7.72 = 0.76 \, MeV \, ,$ 

poklapa sa energijom Kulonovog odbijanja izmedju protona u jezgru  ${}_{2}^{3}He$  ako se pretpostavi da su oni u jezgru na rastojanju  $r = 1.9 \cdot 10^{-15}$  m

$$\Delta U_C = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0.76 MeV$$

Tako vezivne energije dva jezgra, izazvane nuklearnim privlačenjem, su jednake

$$\Delta W({}_1^3H) = \Delta W({}_2^3He)_{nuc}$$

Sličan zaključak se može izvući i za druga ogledalska jezgra (A,Z) i (A,A-Z), tj. parove jezgara, koje se mogu dobiti zamenom svih protona neutronima i obratno. Ovaj zaključak je eksperimentalno potvrdjen, ne samo za osnovno stanje, već takodje i za pobudjena stanja.



Slika 51 pokazuje dijagram energetskih nivoa dva ogledalska jezgra  ${}_{3}^{7}Li$  i  ${}_{4}^{7}Be$  čije se energije osnovnih stanja razlikuju za

$$\Delta E = \Delta U_C - \Delta m_N \tag{1.8.1}$$

gde je  $\Delta U_C$  razlika Kulonovske energije dva jezgra, a  $\Delta m_N$  razlika masa nukleona  $m_n > m_p$ . Sa slike se može videti da spinovi i parnosti dgovarajućih nivoa identični, a da su energije bliske.

Ogledalska jezgra se razlikuju jedno od drugog, time što su sve p-p veze zamenjene n-n vezama, dok broj n-p veza ostaje nepromenjen. Slika 52 prikazuje poredjenje dva najprostija jezgra  ${}_{1}^{3}H i {}_{2}^{3}He$ . Može se videti da jezgro  ${}_{1}^{3}H$  nema ni jednu p – p vezu, ima jednu n-n vezu i dve n-p veze; broj n-p veza u jezgru  ${}_{2}^{3}He$  je takodje dva,

ali ima jednu p-p vezu i nema n-n veza.

Sličnost u strukturi nivoa ogledalskih jezgara se može objasniti ako pretpostavimo da su elementarne *p*-*p* i *n*-*n* interakcije identične. Ova pretpostavka se naziva *hipoteza o električnoj simetriji nuklearnih sila*.

Analiza osobina ogledalskih jezgara omogućuje ustanovljavanje sličnosti izmedju *p-p* i *n-n* nukleranih interakcija, ali ne omogućuje poredjenje sa *n-p* interakcijom. Da bi se poredila sva tri tipa nuklearnih interakcija (n-n, p-p i n-p) mora se razmatrati triplet jezgara koja se razlikuju samo za jedan dodatni par nukleona razne vrste. Za to je pogodan triplet  ${}^{10}_{4}Be$ ,  ${}^{10}_{5}B$  i  ${}^{10}_{6}C$ . Svako od ovih jezgara se može predstaviti kao kombinacija grupe 4p+4n i još jednog para nukleona n-n, n-p, i p-p.

Razmišljajući na sličan način kao za par  ${}_{1}^{3}Hi$   ${}_{2}^{3}He$  dolazimo do zaključka da su vezivna energija i struktura nivoa svih jezgara odredjene osobinama nukleon – nukleon interakcije. Za n-n= (p- p)<sub>nukl</sub>=n-p sva tri jezgra moraju da imaju iste parametre.

Dijagram najnižih nivoa jezgara  ${}^{10}_{4}Be$ ,  ${}^{10}_{5}B$  i  ${}^{10}_{6}C$  je prikazan na slici 53. Može se videti da uvodjenje korekcije  $\Delta U_{c} - \Delta m_{N}$  dovodi do situacije da se osnovna stanja jezgara  ${}^{10}_{4}Be$  i  ${}^{10}_{6}C$  poklapaju sa drugim pobudjenim stanjem jezgra  ${}^{10}_{5}B$ . Jezgra imaju iste momente kao i parnosti. Takodje se lako može proveriti da je treće pobudjeno stanje  ${}^{10}_{5}B$  odvojeno od drugog za

 $\Delta E = 5.16 - 1.74 = 3.42 \text{ MeV},$ 

što je blisko ekscitacionoj energiji druga dva jezgra od 3.37 i 3.34 MeV. Ova tri nivoa imaju iste momente i parnosti.  $2^+$ .



Slika 53

Tako, poredjenje strukture energetskih nivoa tripleta  ${}^{10}_{4}Be$ ,  ${}^{10}_{5}B$  i  ${}^{10}_{6}C$  dovodi do zaključka da su sva tri tipa elementarnih interakcija nukleona identična:

 $(p-p)_{nucl} \equiv n-n \equiv n-p$ 

Ova pretpostavka o takvoj širokoj simetriji nuklearnih sila (uključivanje n-p interakcije u razmatranje) se naziva *pretpostavka o električnoj nezavisnosti nuklearnih sila*.

Treba zapaziti da poklapanje parametara osnovnih stanja jezgara  ${}^{10}_4Be$  i  ${}^{10}_6C$  sa pobudjenim stanjem jezgra  ${}^{10}_5B$  ne umanjuje značaj dobijenih rezultata, pošto specfična osobina pobudjenog stanja (kratko vreme života usled velike verovatnoće gama prelaza u niže ekscitovano stanje) nije odredjeno jakom interakcijom, već elektromagnetskom inerakcijom, koju ne treba uzeti u obzir pri razmatranju manifestacije nuklearnih sila.

Drugo važno zapažanje se odnosi na zavisnost nuklearnih sila od spina. Dobro je poznato da neutron i proton sa paralelnim spinovima grade jezgro (deuterijum), dok isti proton i neutron sa antiparalelnim spinovima nemaju vezano stanje. Tako N-N interakcija jako zavisi od orijentacije spinova interagujućih nukleona. Pri poredjenjeu tri tipa n-n, n-p i p-p interakcija, treba voditi računa da su spinska i prostorna stanja ista (znači orbitalni momenti *l*).

Konačno, treće opažanje odnosi se na eksperimentalnu potvrdu hipoteze o električnoj nezavisnosti nuklearnih sila.

Činjenica je da se gornja razmatranja odnose na jezgra izobare, i da to nije direktan dokaz električne nezavisnosti nuklearnih sila, jer se porede osobine kompleksnih nuklearnih sistem, a ne elementarne interakcije N-N razne vrste.

Direktan dokaz ispravnosti hipoteze o električnoj nezavisnosti nuklearnih sila se dobija u direktnim eksperimentima (p - p) i (n - p) rasejanja, i indirektnim (n - n)rasejanjima (direktni eksperimenti (n - n) rasejanja nisu mogući zbog nemogućnosti dobijanja neutronske mete). Kvantno mehanički tretman rezultata ovih eksperimenata je doveo do zaključka da potencijalna jama ima isti oblik za tri elementarna procesa.

Tako, možemo da prihvatimo da su nuklearne sile električno nezavisne, tj. čisto nuklearne interakcije (bez Kulonove interakcije) izmedju nukleona (*p-p, p-n, n-n*) u identičnim prostornim i spinskim stanjima su identične. Drugim rečima, pretpostavljamo da su neutron i proton identične čestice (osim za elektromagnetsku interakciju).

Identičnost nuklearnih osobina neutrona i protona se može opisati pomoću formalnog, ali vrlo pogodnog parametra, koji se naziva vektor izotopskog spina **T**, čiji je intenzitet jednak za oba nukleona i iznosi  $\frac{1}{2}$ . Vektor izotopskog spina se definiše u dodatnom (formalno) izotopskom prostoru.



Slika 54

Jedna od projekcija vektora na  $\zeta$  osu je,  $T_{\zeta} = +1/2$  i opisuje proton, dok druga projekcija  $T_{\zeta} = -1/2$  opisuje neutron. Broj projekcija je 2T+1=2 je jednaka broju nukleona sa identičnim osobinama (Slika 54).

Kako je priroda interakcije nezavisna od vrste nukleona, nuklearna interakcija nukleona je odredjena samo vrednošću vektora T a ne njegovom projekcijom, koja karakteriše razliku u elektromagnetskim osobinama. Tako je nuklearna interakcija invarijantna na rotaciju u izotropskom prostoru. Ova osobina se naziva izotopska invarijantnost. Situacija je slična invarijantnosti interakcija u odnosu na rotaciju u običnom tri-dimenzionalnom prostoru, što dovodi do zakona održanja momenta impulsa. Konsekventno, u nuklearnim interakcijama se mora poštovati zakon održanja izotopskog spina.

Operacije na vektoru **T** se obavljaju na isti način kao i na običnim kvantno mehaničkim vektorima. Interakcija (p – p) se karakteriše vektorom T=1, jer je  $(T_{\zeta})_p=1/2$ ; za dva protona je  $(T_{\zeta})_{2p}=1$ . Od dve moguće vrednosti 0 i 1 realizuje se samo druga mogućnost, tj. 1. Interakcija n – n takodje ima T =1, ali sa drugom projekcijom  $(T_{\zeta})_{2n}=-1$ . Interakcija n - p se može karakterisati sa T =0 i T=1, jer je u ovom slučaju  $T_{\zeta}=0$  i obe vrednosti 0 i 1 su moguće za sumu **T**<sub>1</sub>+**T**<sub>2</sub>. Analize pokazuju da je jedna od ovih interakcija (za T=1) identična p-p i n-n interakcijam, dok se druga (za T=0) razlikuje od njih.

Sistem od dva nukleona može biti u nekom od tri stanja sa identičnim nuklearnim osobinama, i svako se stanje karakteriše istom vrednošću izotopskog spina T=1 (2T+1=3), ili u jednom stanju sa različitim osobinama (deuteron) koje se karakteriše vrednošću T=0 (2T+1=1).

Koncept izotopskog spina se može generalisati na atomsko jezgro (A,Z). Očigledno je da je

$$T_{\zeta} = \frac{Z - N}{2} = \frac{2Z - A}{2} \tag{1.8.2}$$

i

$$T \ge \left| \frac{Z - N}{2} \right| \tag{1.8.3}$$

Pri čemu je

$$|T_{\rm max}| = A/2$$

Analiza lakih jezgara (u kojima je uloga elektromagnetske interakcije relativno manjeg značaja i izotopska invarijantnost se jasno manifestuje), pokazuje da su osnovna stanja jezgra okarakterisana minimalnom vrednošću

$$T = \left| \frac{Z - N}{2} \right| \tag{1.8.4}$$

što odgovara najnižoj energiji, odnosno navećoj simetriji talasne funkcije.

Tako, izotopski spin jezgra  ${}_{2}^{4}He$  je jednak (4-3)/2=1/2 . Broj projekcija vektora sa T=1/2 je jednak 2T+1=2(1/2)+1=2. Konsekventno, mora biti još jedno jezgro sa identičnim osobinama. To je jezgro  ${}_{1}^{3}H$  sa istom vrednošću T=1/2, ali sa različitom projekcijom  $(T_{\zeta}({}_{2}^{3}He = +1/2))$  dok je  $(T_{\zeta}({}_{1}^{3}H = -1/2))$ . Slično, jezgra  ${}_{3}^{7}Li$  i  ${}_{4}^{7}Be$  takodje imaju izotopski spin T=1/2, iako su vrednosti T=1/2, 3/2, 5/2 i 7/2 u principu moguća za njih.

Jezgra  ${}_{6}^{14}C$  i  ${}_{6}^{14}O$  imaju izotopsku projekciju  $T_{\zeta}$ =-1 i  $T_{\zeta}$ = +1, resp. Odavde je T=1 i onda je 2T+1=3 , što znači da mora biti još jedno izobarsko jezgro sa sličnim osobinama sa T=1 i  $T_{\zeta}$ =0; to je jezgro azota u pobudjenom stanju  ${}_{7}^{14}N_{ex}$  sa ekscitacionom energijom od 2.3 MeV (vidi gornji deo slike 55). Jezgra  ${}_{6}^{14}C$  i  ${}_{6}^{14}O$  u osnovnom stanju, zajedno sa jezgrom  ${}_{7}^{14}N_{ex}$  u ekscitovanom stanju grade izotopski triplet sa T=1. Jezgro  ${}_{7}^{14}N$  u osnovnom stanju ima veću spin simetriju (zadnja dva nukleona imaju paralelne spinove) i karakteriše se izospinom T=0 (Slika 55, donji deo) i predstavlja izosinglet.

U nekim slučajevima izotopski analogoni mogu da imaju čak i veću energiju ekscitacije. U tripletu jezgara  ${}_{5}^{12}Br_{osn}$ ,  ${}_{6}^{12}C_{ex}$  i  ${}_{7}^{12}N_{osn}$  (osn znači osnovno stanje), jezgro  ${}_{6}^{12}C_{ex}$  ima ekscitujuću energiju od 15 MeV. Tako velika razlika u energiji izmedju osnovnog stanja i ekscitovanog analognog stanja jezgra  ${}_{6}^{12}C_{ex}$  potiče od činjenice da ova dva stanja imaju različite prostorne simetrije (Slika 56). Osnovno stanje jezgra  ${}_{6}^{12}C_{osn}$  ima višu prostornu simetriju od jezgara  ${}_{5}^{12}Br_{osn}$  i  ${}_{7}^{12}N_{osn}$  čije su simetrije jednoznačno odredjene Paulijevim principom zabrane. Jezgro  ${}_{6}^{12}C_{osn}$  je izotopski singlet, T=0. Deuterijum  ${}_{1}^{2}H$ , i alfa čestica  ${}_{2}^{4}H_{e}$ , su najprostiji primeri izotopskih singleta.

Proučavanje nuklearnih reakcija pokazuju da interakcije N-N poštuju zakon održanja izotopskog spina, i to dovodi do izvesnih selekcionih pravila u odnosu na izotopski spin. U vezi sa ovim, nuklearni nivoi se karakterišu, ne samo energijom, spinom i parnošću, već i izotopskim spinom. Vrednost T za nuklearne nivoe se indicira na dijagramima, zajedno sa vrednostima spina i parnosti.

Zakon održanja izotopskog spina nameće odredjena ograničenja na nuklearne procese. Na primer, alfa čestica, koja ima izotopski spin T=0, se može emitovati samo ako jezgro ima isti izotopski spin u početnom i krajnjem stanju. Podsetimo se da su izotopske relacije ispravne ako se elektromagnetska interakcija ne uzima u obzir. Zbog toga se one jasno manifestuju u lakim jezgrima gde je uloga elektromagnetskih sila relativno mala.

Uprkos ovome, izotopski analogoni su otkriveni i za relativno teža jezgra. Pri proučavanju reakcije  ${}_{23}^{51}V(p,n){}_{24}^{51}Cr$  Anderson i Wong su 1961. godine otkrili praktično monoenergetske neutrone koji su superponirani na fonu neprekidnog neutronskog spektra. Ovi monoenergetski neutroni odgovaraju formiranju uskog nivoa u visokoekscitujućoj oblasti jezgra  ${}^{51}Cr$ . Energija i ugaona raspodele neprekidnog spektra neutrona je u skladu sa predvidjanjem statističkog modela složenog jezgra. Na energijama protona  $T_p > 10 \ MeV$  opažaju se direktni neutroni i njihova energija se meri koristeći metodom time of flight (vreme preleta).

Neutronski spektar P(E)/E transformisan u sistem centra masa je prikazan na slici

57 u zavisnosti od ekscitacione energije  $E_{exc}$  jezgra <sup>51</sup>Cr. Tri krive na slici odgovaraju trima raznim energijama protona 10.8 MeV (crni kružići), 12.0 (prazni kvadratići) i 13.3 MeV (crni kvadratići). Sa slike se može videti da sve tri krive imaju izražen pik na istoj ekscitacionj energiji  $E_{exc}$ = 6.5 MeV jezgra. Nadjeno je da je Q vrednost reakcije za ovu ekscitaciju jednaka razlici kulonovih energija jezgara  ${}_{23}^{51}V$  i  ${}_{24}^{51}Cr$ : Q = $\Delta U_C$ , i  $E_{exc} = \Delta U_C - |Q|$ .

Ovaj rezultat se može interpretirati koristeći model ljuski atomskog jezgra, koji je potpuno zadovoljavajući u oblasti broja 28. Sa tačke gledišta modela ljuski, reakcija  ${}^{51}_{23}V(p,n){}^{51}_{24}Cr$  se svodi na transformisanje 28 og neutrona u 24ti proton, a da oba zauzimaju stanje 1f<sub>7/2</sub>. Odavde, prema izotopskoj invarijantnosti, energija oba jezgra koja potiče od jake nuklearne interakcije treba biti jednaka i razlika izmedju njih otpada na korekciju izmedju Kulonovog dela  $\Delta U_{\rm C}$  i razlike masa  $\Delta m_{\rm N}$  nukleona:

$$\Delta E = \Delta U_C - \Delta m_N \tag{1.8.5}$$

Nadjimo sada vrednost ekscitacije. Po definiciji

 $E_{exc} = |Q^*| - |Q|$ 

Gde je Q energija reakcije formiranja jezgra <sup>51</sup>V u osnovnom stanju, a Q\* je energija reakcije za ekscitovano stanje (za razmatrane reakcije Q < 0). Medjutim

$$|Q^*| = M_{Cr}^* + m_n - M_V - m_p = \Delta E + \Delta m_N = \Delta U_C$$
  
Te je

$$E_{exc} = \Delta U_C - |Q| \tag{1.8.6}$$

Vrednost  $\Delta U_C$  je procenjena na oko 8 MeV dok je izračunata vrednost za |Q| = 1.5 MeV. Njihova razlika se poklapa sa vrednošću  $E_{exc}=6.5$  MeV. Tako, pik opažen u neutronskom spektru zaista odgovara formiranju analognog stanja u <sup>51</sup>V.

Slična analogna stanja su opažena i kod težih jezgara uključujući i uran. Ona se karakterišu malom širinom neutronskog pika (manje ili jednako 50 keV) i visokom energijom ekscitacije (8-12 MeV) jezgara potomaka.





SLIKA 55





SLIKA 56



Slika 57