

MODELI JEZGRA

1. Potreba postavljanja modela jezgra

Jezgro je složen i komplikovan fizički objekat koji poseduje mnogobrojna interesantna svojstva. Da bi smo razumeli osobine jezgra i predvideli kako će se jezgro ponašati u jednoj ili drugoj situaciji potrebna je kakva-takva teorijska predstava o jezgru. Pitanja koja tretira teorija jezgra se mogu podeliti u dve velike grupe, izmedju kojih granica nije previše oštra.

- a) struktura jezgra;
- b) mehanizmi nuklearnih reakcija

Sledeće teškoće onemogućavaju postavljanje dosledne teorije atomskog jezgra:

- a) do sada nije poznat tačan oblik sila koje dejstvuju izmedju nukleona u jezgru;
- b) jezgro nije moguće tretirati kao neprekidnu makroskopsku sredinu.

Jezgro je kvantni sistem više čestica- nukleona. Mnoge osobine jezgra postaju shvatljive ako se jezgro uporedi sa drugim kvantnim sistemom više čestica- atomom. Zbog toga se često čine poredjenja ovih sistema.

U celini, naše teorijsko znanje o strukturi jezgra je znatno slabije u poredjenju sa poznavanjem strukture atoma.

Pri prelazu od atoma ka jezgru pre svega srećemo se sa teškoćom vezanom sa nedovoljnim poznavanjem sila, koje dejstvuju medju nukleonima. Na elektrone u atomu deluju elektromagnetske sile, čija je teorija dobro razradjena i izvanredno se slaže sa eksperimentalnim podacima. Teorija nuklearnih sila, pak, nije do sada postavljena. Zbog toga se nuklearne sile odredjuju fitovanjem prema eksperimentalnim podacima.

Na putu postavljanja teorije nuklearnih sila iskrsavaju i dodatne teškoće povezane sa činjenicom da su ove sile kratkodometne. U teoriji atoma, čak i da ne postoji kvantna elektrodinamika, mogli bi smo dovoljno tačno da odredimo potencijal interakcije dva naelektrisanja izučavajući energetske spektar atoma vodonika. Kao što je poznato, atom vodonika ima bogat sistem nivoa iz koga se mogu dokučiti mnogi, čak vrlo fini detalji elektromagnetske interakcije. Nasuprot tome, dobijanje eksplicitnog oblika interakcije izmedju nukleona iz eksperimentalnih podataka dva vezana nukleona, je mnogo teži. Na primer, sistem nukleon-nukleon ima samo jedno vezano stanje – deutron- i jedna jedina brojka je krajnje nedovoljna za dobijanje informacija o obliku nuklearne interakcije. Konačno, moguće je iskoristiti rezultate o nukleon-nukleon rasejanju, ali su rezultati o rasejanju uvek nesrazmerno manje tačni nego podaci o energetskim nivoima. Pored svega, čak i da imamo sve tačne podatke o rasejanjima i o energetskim nivoima, tačan oblik sile bi mogao da bude uspostavljen ako ta sila ne zavisi od brzine, što za nuklearne sile nije tačno.

Na kraju, zbog odsustva dosledne teorije nuklearnih sila, u ovom momentu ne možemo ništa reći o ulozi trojnih i skupnih sila u jezgru. Trojne sile su one sile koje deluju izmedju tri čestice, a teže nuli pri beskonačnom udaljenju jedne od tih čestica.

Tako, prva i osnovna teškoća postavljanja teorije strukture jezgra sastoji se iz nedovoljnog poznavanja interakcije izmedju nukleona.

Druga teškoća se sastoji u tome, da čak i kada bismo tačno znali silu interakcije između nukleona, još uvek nam preostaje problem matematičkog rešenja kvantnomehaničkog zadatka problema više tela, koji je usled glomaznosti još uvek van mogućnosti rešavanja čak i pomoću najjačih računskih mašina. Poznato je da je čak i nekvantni problem tri tela krajnje složen matematički problem. Pri prelazu od klasičnog zadatka više tela ka zadatku kretanja nukleona u jezgru potrebno je uračunati kvantna svojstva što dovodi do kolosalne komplikovanosti. Zaista, u kvantnoj teoriji sistem iz A nukleona se opisuje talasnom funkcijom

$$\Psi_{m_1, m_2, \dots, m_A}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$$

koja zavisi od $3A$ prostornih koordinata r_i i od A spinskih indeksa m_i od kojih svaki ima dve moguće orijentacije. Zbog toga Šredingerova jednačina, na primer za jezgro od sto nukleona predstavljaće sistem diferencijalnih jednačina od 2^{100} funkcija i 300 promenljivih. Očigledno je da je taj zadatak, čak i za lako jezgro sa 10 nukleona praktično nerešiv bez ozbiljnih uprošćavajućih pretpostavki. I ovde je jezgro teže za rešavanje od atoma. Atom je skoro pust, te se Šredingerova jednačina može uprostiti rešavanjem Hartri – Fockovim samousaglašenim poljem. Za jezgro teško je naći uprošćavajuće pretpostavke.

U sistemu malog broja čestica razmatraju se svi postojeći stepeni slobode. U sistemima sa velikim brojem čestica obavlja se statističko usrednjavanje i izučava se agregatno stanje materije, koje se opisuje malim brojem makroskopskih parametara, kao što je pritisak, gustina i dr. Na žalost, jezgro je između gore pomenutih krajnosti. Broj čestica u jezgru je obično suviše veliki da bi se izučavali svi postojeći stepeni slobode, ali je i nedovoljan da bi smo jezgro tretirali kao neprekidnu sredinu. Za primenu pojma neprekidne sredine potrebno je ne samo da sistem sadrži veliki broj čestica, već to mora biti slučaj i za mali deo sistema koji se uzima za beskonačno mali. Ni ovaj uslov nije ispunjen za jezgro. Bez obzira na to, često se primenjuju pojmovi iz fizike neprekidnih sredina, kao što su površinski napon, temperatura, slobodni put i čak i agregatno stanje. Očigledno, da pri korišćenju ovih pojmova na jezgro treba imati na umu da oni imaju ograničeni smisao. Tako na primer, pojam površine tečnosti ili čvrstog tela podrazumeva da je broj čestica koje pripadaju površini zanemarljivo mali u poredjenju sa ukupnim brojem. Za jezgra, čak i za najteža, na površini se nalazi obično oko polovine nukleona.

Iz iznetog proizlazi potreba stvaranja fizičkog modela jezgra koji dovoljno tačno opisuje skup svojstava jezgra, a da sa druge strane omogućuje dovoljno jednostavan matematički tretman.

2. Klasifikacija nuklearnih modela

U osnovi svakog modela nalazi se pretpostavka o izvesnoj nezavisnosti nekog skupa stepeni slobode jezgra. Ova pretpostavka je samo približno ispunjena i važi za ograničeni skup pojava.

Stepeni slobode jezgra se prirodno, dele na jednočestične, koji opisuju kretanje pojedinačnih čestica, i kolektivne, koje odgovaraju korelisanom kretanju većeg broja čestica. U skladu sa tim, modeli koji se koriste u fizici jezgra se dele na jednočestične, kolektivne i opšte u kojima se koriste, kako jednočestični tako i kolektivni stepeni slobode. Sigurno je da su mnoga unutrašnja kretanja i pobudjenja jezra uslovljena

stepenima slobode koji su između jednočestičnih i kolektivnih i odgovaraju kretanju nekolicine nukleona.

Modeli zasnovani na kolektivnim stepenima slobode se obično nazivaju modeli sa jakim interakcijama između čestica, dok se modeli zasnovani na jednočestičnim stepenima slobode nazivaju modeli nezavisnih čestica. Stvaranju takve terminologije doprinele su analogije sa neprekidnom sredinom. Zaista, sa tačke gledišta fizike neprekidnih sredina u kolektivnim efektima pojavljuje se takvo stanje materije, kada je slobodni put svake čestice mali u poredjenju sa dimenzijama oblasti, te glavnu ulogu igraju česte i intenzivne interakcije čestica sa najbližim susedima. Na taj način, u kolektivnim modelima jezgro se tretira kao tečnost ili kao tvrdo telo. Jednočestični stepeni slobode (sa tačke gledišta fizike neprekidnih sredina) se pojavljuju tada kada je slobodni put značajan u poredjenju sa dimenzijama sredine, tako da se svaka čestica nezavisno kreće u nekom usrednjenom samousaglašenom polju.

Opisivanje pojava sa učešćem i kolektivnog i jednočestičnog modela izgleda paradoksalno, pošto se pretpostavke o slobodnom putu u ovim modelima na izgled isključuju. Razrešenje ovog paradoksa se sastoji u sledećem, za nukleone u jezgru nije moguće uvoditi pojam slobodnog puta i to iz dva razloga: prvi, jezgro je isuviše mala čestica da bi smo ga tretirali kao neprekidnu sredinu; drugo kretanje nukleona u jezgru je kvantni proces i deBroglievska talasna dužina nukleona je uporediva sa dimenzijama jezgra. Drugim rečima, paradoks proističe iz previše bukvalnog shvatanja pojmova pozajmljenih iz fizike tečnosti tvrdog tela.

Često upotrebljavane termine «modeli sa jakim interakcijama» i «modeli nezavisnih čestica» treba koristiti sa rezervom.

Na dalje ćemo nabrojati modele koji se koriste u fizici jezgra, uzev kao osnovu klasifikacije broj stepeni slobode. Za svaki model će biti ukazano na broj stepeni slobode i osnovne oblasti primenljivosti. Modeli jezgra se dele na jednočestične, kolektivne i opšte.

Sledeći modeli se ubrajaju u kolektivne:

a) Model kapi. Jezgro se tretira kao naelektrisana kap tečnosti. Nezavisni stepeni slobode su zapreminsko sažimanje i prvi harmonik oscilacija površine. U energiji veze jezgra računava se zapreminska, površinska i kulonovska energija. Pored toga, računavaju se i energija simetrije i energija sparivanja, što izlazi iz okvira modela kapi i konačno dovodi do poluempirijske formule za energiju veze. Oblast primenljivosti modela: opisivanje srednje energije veze jezgra u funkciji A i Z razmatranje površinskih oscilacija sfernih jezgara, kvalitativno objašnjavanje procesa fisije jezgra.

b) Model nesferičnog jezgra. Jezgro se tretira kao grudvica materije, koja iz nekog razloga nema sfernu formu u ravnotežnom stanju. Primenjuju se stepeni slobode rotacije i oscilacije. Oblast primene: opisivanje niza niskoležećih pobudjenih nivoa nekih jezgara sfernog ili nesfernog oblika.

U jednočestične modele ubrajaju se sledeći:

a) Model ljuski bez preostale interakcije. Nukleoni se kreću nezavisno jedan od drugog u samousaglašenom polju opšteg (za sve nukleone) centra sile. Realnu interakciju između nukleona je svugde moguće predstaviti kao sumu samousaglašenog i nekog preostalog dejstva. U razmatranom modelu preostala interakcija se smatra malom i zanemaruje se. Oblast primene modela: dobijanje magičnih brojeva, objašnjenje spinova i parnosti osnovnih stanja dvostruko magičnih jezgara, objašnjenje spinova i parnosti i

magnetskih momenata osnovnih i nekih pobudjenih stanja jezgara različitih od magičnih za jedan (više ili manje) nukleon. Navedeni model je prostija varijanta modela ljuski koji ima niz uopštenja i podmodela. U osnovi modela ljuski leži pretpostavka o dominirajućoj ulozi samousaglašenog polja. Varijante ovog modela se uglavnom razlikuju po načinu računavanja preostale interakcije.

b) Model ljuski sa fenomenološkim sparivanjem. Preostala interakcija se uračunava pretpostavkom o sparivanju jednakih nukleona u jezgru. Ova pretpostavka se sastoji u tome da se nukleoni jedne vrste sparuju u parove na takav način da u svakom momentu moment para jeste jednak nuli i parnost je pozitivna. Pri neparnom broju jednakih nukleona, jedan od njih osatje nesporen. Oblast primene modela: objašnjavanje vrednosti spinova i parnosti osnovnih stanja svih parno-parnih jezgara i skoro svih jezgara sa neparnim A , približno objašnjenje veličine magnetskih momenata skoro svih jezgara sa neparnim A .

Konačno u opšte modele ubrajamo sledeće.

a) Opšti model sa slabom interakcijom. U nultoj aproksimaciji smatra se da se jezgro sastoji iz gustog sfernog kostura (trupa) i jednog ili nekoliko spoljašnjih nukleona. Za opisivanje trupa primenjuje se jedan is kolektivnih modela, a za opisivanje spoljašnjeg nukleona samousaglašeno polje. Osim toga uvodi se slaba interakcija medju stepenima slobode trupa i spoljašnjih nukleona. Oblast primene modela: objašnjavanje raspodele i karakteristike nekih niskoležećih pobudjenih nivoa za mali broj jezgara sa neparnim A .

b) Opšti model sa jakim interakcijama. Kao i u modelu ljuski ovde se smatra da se svi nukleoni kreću nezavisno u samousaglašenom polju. Za razliku od modela ljuski centar sile ima sferno nesimetričnu formu i osim toga može i sam da rotira u celini. Pri tome, rotacija povlači (u potpunosti ili delimično) sve nukleona. Oblast primene: objašnjenje rasporeda i karakteristika velikog broja niskoležećih nivoa mnogih jezgara.

Pomenuti modeli će biti detaljnije opisani u sledećem tekstu. Na kraju ćemo razmotriti još neke modele korišćene u teoriji strukture jezgra.

Oblast primene jednog ili drugog modela se određuje sveukupnošću činjenica koje taj model može da objasni. U svakom modelu ima neki slobodan parametar koji se fituje iz eksperimentalnih podataka.

Konačno, uvodeći dovoljan broj parametara, moguće je objasniti bilo koju eksperimentalnu činjenicu na osnovu bilo kog modela. Ali takvi modeli, u kojima se slabost fizike kompenzuje velikim brojem parametara, po pravilu objašnjavaju neke činjenice, ali nisu u stanju da predvide nove pojave. Zbog toga su bolji oni modeli koji imaju manji broj parametara manji i koji omogućuju netrivialno predviđanje kvantitativnog karaktera.

3. Kolektivni modeli jezgra.

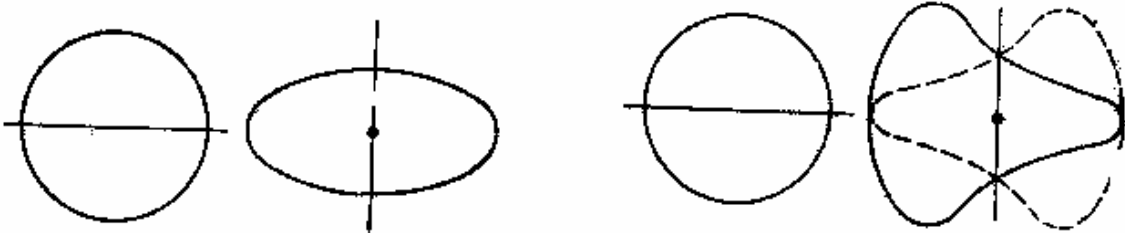
Najprostiji od kolektivnih modela je model kapi, koji je igrao značajnu ulogu u razvoju nuklearne fizike. Analogija jezgra sa naelektrisanom tečnom kapljicom iskazuje se u prva tri člana poluempirijske formule Vajescikera za energiju veze jezgra koji opisuju zapreminsku, površinsku i kulonovsku energiju kapljice. Vajescikerova formula (sa dodatkom energije simetrije i sparivanja) je dobro objašnjavala zavisnost specifične energije veze od A i Z .

Da bi smo još shvatili šta je ovaj model u stanju da objasni i predvidi treba razmotriti pobudjenje različitih mogućih stepeni slobode kapi-jezgra. U slobodnom, nepobudjenom stanju tečnost zauzima sferni oblik. Kretanja čestica u tečnosti su uvek kolektivna. Zato su u tečnostima mogući samo kolektivni stepeni slobode. Pri pobudjenju tečnost je praktično nestišljiva, ali može relativno lako da menja formu. Zbog toga je lako pobuditi stepene slobode tečnosti koji odgovaraju površinskim oscilacijama.

Nekvantna teorija malih površinskih oscilacija slobodne kapi tečnosti je bila razvijena i pre pojave nuklearne fizike. Prema ovoj teoriji najnižu frekvenciju ω_{kv} ima kvadripolno oscilovanje, pri kome je kap osciluje između istegnutog i spljoštenog elipsoida (Slika 1). Nešto veću frekvenciju imaju oktopolne oscilacije ω_{okt} pri kojima kap ima kruškasti oblik (Slika 2). Ostalim tipovima oscilacija odgovaraju složenije forme deformacije i veće frekvencije. Pri prelazu na model jezgra-kapi, sopstvene oscilacije treba kvantovati. Kvantovanje ne menja sopstvene frekvencije, ali dovodi do toga da su spektri energije i momenta impulsa pobudjenih oscilacija diskretni. Naime, energije kvadripolnih i oktopolnih oscilacija u kvantnoj teoriji mogu imati samo vrednosti

$$E_{kv} = \hbar\omega_{kv}n_{kv} \qquad E_{okt} = \hbar\omega_{okt}n_{okt} \qquad (1)$$

gde su n_{kv} i n_{okt} brojevi koji odgovaraju kvadripolnim i oktopolnim kvantima. Svaki kvadripolni kvant ima spin $J=2$ i pozitivnu parnost, a svaki oktopolni kvant, ima spin $J=3$ i negativnu parnost.



Slika 1. Kvadripolne oscilacije jezgra kapi Slika 2. Oktopolne oscilacije jezgra kapi

Numerički račun sa korišćenjem površinske energije iz poluempirijske formule daje za energije kvadripolnog kvanta

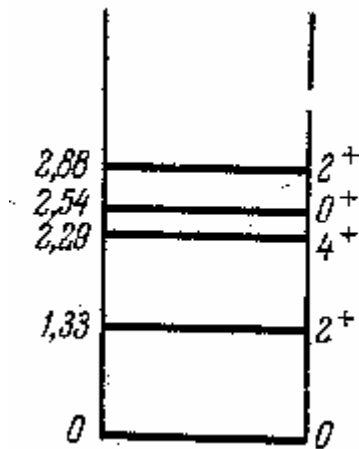
$$\hbar\omega_{kv} \approx 30 \cdot A^{-1/2} MeV \qquad (2)$$

Za energiju oktopolnog kvanta dobija se vrednost obično dva puta veća (pri istom A). Poređenjem formula (1) i (2) sa eksperimentalnim podacima za jezgra nalazi se dobro slaganje samo za neke najniže nivoe, tj. pri $n_{kv}=1,2$ i pri $n_{okt}=1$. Stvarno, pri povećanju n_{kv} i n_{okt} , kao prvo, narušava se harmoničnost oscilovanja, a kao drugo, energetski postaju moguća pobudjenja drugih tipova, što jako usložnjava energetski spektar. Razmotrimo sada kako se slaže predviđanje modela kapi sa eksperimentalnim podacima. Prema rečenome, ako osnovni nivo ima spin i parnost 0^+ to prvi pobudjeni nivo mora

biti 2^+ sa energijom odredjenom formulom 2. Dva puta više je nivo sa 3^- . Blizu nivoa 3^- mora se nalaziti još tri vrlo bliska nivoa koji odgovaraju pobudjenju dva kvadripolna kvanta. Ti nivoi imaju karakteristike 0^+ , 2^+ i 4^+ .

Predvidjanje da prvi pobudjeni nivo ima karakteristiku 2^+ se ispunjava skoro za sva parno parna jezgra. Medjutim energija tog nivoa kao po pravilu je nekoliko puta manja od predvidjanja formule (2). Na primer u jezgru izotopa nikla, ^{60}Ni prema formuli (2) energija nivoa 2^+ mora biti oko 3 MeV, dok je eksperimentalna vrednost 1.3 MeV. Kasnije ćemo videti da prvi pobudjeni nivo 2^+ predvidja ne samo model kapi. U mnogim (ali ne u svim) parno parnim jezgrima otkriva se triplet 0^+ , 2^+ , i 4^+ obično na dva puta većoj energiji od prvog pobudjenog stanja (slika 3). Nivoje tog tripleta moguće je objasniti kao pobudjenje dva kvanta kvadripolnih oscilacija. Konačno, u skoro svim parno- parnim jezgrima postoji nivo 3^- koji se može tretirati kao oktopolno pobudjenje. Medjutim, njegova energija je više od dva puta veća od energije prvog nivoa 2^+ .

Izučavanje viših površinskih deformacija na osnovu modela kapi daje mogućnost kvalitativnog shvatanja mehanizma fisije jezgra.



Slika 3. Spektar nižih nivoa jezgra $^{60}_{28}\text{Ni}$

U jezgru – kapi postoji još jedan stepen slobode, na ime oscilacije celokupne mase neutrona u odnosu na celokupnu masu protona. Pri uvodjenju ovog stepena slobode faktički se pretpostavlja da se jezgro sastoji iz dve tečnosti- protoni i neutroni, koje su rastvorene jedna u drugoj. Pri pobudjenju ovog stepena slobode jezgro dobija dipolni električni momenat, tj. polarizuje se. Polarizaciono pobudjenje je povezano sa dubokom promenom strukture jezgra. Za ovo su potrebne visoke energije- obično 15-20 MeV kod težih jezgara i 20-25 MeV kod lakših. Oscilacije ove vrste se koriste za objašnjenje mehanizma apsorpcije γ zračenja na jezgrima. Polarizacione oscilacije jezgra su analogne optičkim oscilacijama u jonskim kristalima.

Rezimirajući može se reći da model kapi daje mogućnost kvalitativnog shvatanja srednje energije veze od A i Z , sfernu formu (ili blisko sfernu) većine jezgara, a takodje i spinove i parnosti nekih nisko ležećih pobudjenih nivoa parno parnih jezgara (ali ne i njihove energije).

Očigledan nedostatak modela kapi je siromaštvo spektara pobudjenja i nemogućnost računanja pojedinih svojstava jezgara. Bitnim nedostatkom modela kapi smatra se nemogućnost objašnjavanja velikih kvadripolnih momenata prvih pobudjenih stanja.

Ranije je već pomenuto da mnoga jezgra imaju nesfernu formu. Niz specifičnosti takvih jezgara se može objasniti na osnovu nesfernog modela, u kome se nesferna forma jednostavno postulira bez objašnjenja razloga. Predmet istraživanja nesfernih modela su niski rotacioni i oscilatorni nivoi parno – parnih jezgara.

U prvoj aproksimaciji, dovoljnoj za naša razmatranja, nesferno jezgro se može smatrati elipsoidom. Veličina nesferičnosti obično se opisuje parametrima β i γ koji su povezani sa poluosama R_1 , R_2 i R_3 elipsoida na sledeći način

$$\delta R_1 = R_1 - R_0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} R_0 \beta \cos\left(\gamma + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\delta R_2 = R_2 - R_0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} R_0 \beta \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\delta R_3 = R_3 - R_0 = -\sqrt{\frac{5}{4\pi}} R_0 \beta \cos \gamma$$

U ovim formulama je sa R_0 označen srednjekvadratični radijus jezgra. Iz formula se vidi da je pri $\beta = 0$ otklon od sfere jednak nuli za sva tri pravca. Pri $\gamma = 0$, $R_1=R_2<R_3$, tj. jezgro je izduženi rotacioni elipsoid, a pri $\gamma=\pi/3$ biće $R_1=R_2>R_3$, tj jezgro je spljošteni rotacioni elipsoid. Pri $\pi/3>\gamma>0$ jezgro ima aksijalno nesimetrični oblik.

Prema kvantnoj teoriji, sferno simetrično telo se ne može dovesti u rotaciju. Zbog toga sferno simetrična jezgra nemaju rotacione nivoe. Nesferna jezgra, koja imaju osu simetrije, imaju rotacioni stepen slobode, kojem odgovara niz rotacionih nivoa. Kako su masa i dimenzije jezgra dovoljno veliki, rotacioni nivoi moraju pri maloj nesferičnosti biti najniže ležeća, barem za teška jezgra. Realna jezgra se pri rotaciji deformišu usled centrifugalne sile. Zbog toga se pri povećanju energije pobudjenja moment inercije povećava tako da rastojanje između susednih nivoa postaje manje nego što predviđa formula na bazi teorije tvrdog tela. Uz računanje deformacije jezgra nivoi E_{rot} se određuju formulom

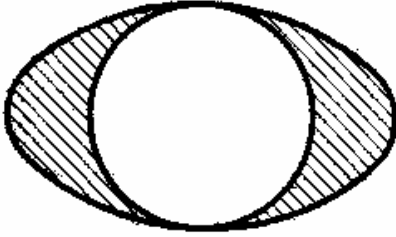
$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} J(J+1) + \alpha J^2 (J+1)^2$$

gde su $J=0,2,4, \dots$ i α neki koeficijenti koji se biraju empirijski.

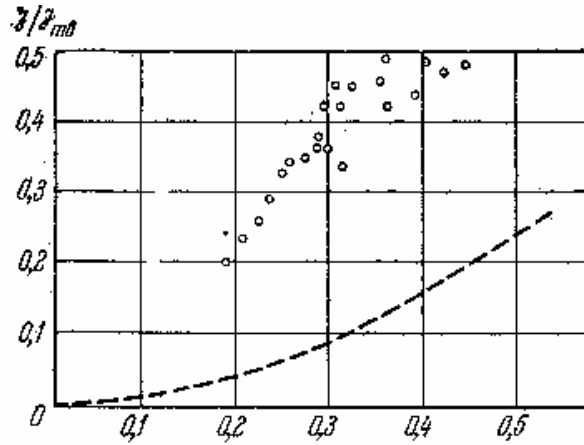
Veliki interes predstavlja teorijski račun momenta inercije \mathfrak{I} . Ako se pretpostavi da je jezgro idealna tečnost, tj. da se može predstaviti supertečnošću, onda u rotaciji učestvuje samo nesfernosimetrični deo jezgra, osenčen na slici 4. U tom slučaju za momenat inercije se dobija vrednosti

$$\mathfrak{I}_{rec} = \frac{3}{5} MA \left[(R_1 - R_0)^2 + (R_2 - R_0)^2 + (R_3 - R_0)^2 \right] = \frac{9}{8\pi} MA R_0^2 \beta^2$$

gde je M masa nukleona.



Slika 4. Model inercije istegnute kapi idelane tečnosti određen je samo osenčenim delom.



Slika 5. Zavisnost momenta inercije od parametra deformacije β

U graničnom slučaju, tvrdog tela, moment inercije \mathfrak{I}_{tt} se dobija kao

$$\mathfrak{I}_{tt} = \frac{2}{5} M A R_0^2 \quad (3)$$

Kao što se vidi sa slike 5, eksperimentalne vrednosti za \mathfrak{I} su izmedju

$$\mathfrak{I}_{tt} > \mathfrak{I} > \mathfrak{I}_{tec} \quad (4)$$

Na primer, za jezgro iterbijuma ${}^{170}_{70}\text{Yb}$,

$$\mathfrak{I} = 5.5 \mathfrak{I}_{tec} = 0.45 \mathfrak{I}_{tt}$$

Svojtvo dato jedn.(4) ne može biti uslovljeno uticajem viskoznosti tečnosti, pošto pri stacionarnoj rotaciji viskozne kapi zatvorene i tvrdi nesferičnu ljusku, moment inercije ima vrednost tvrdog tela. Za opisivanje svojstva (4) u okviru kolektivnog modela treba smatrati da materija jezgra jeste smesa supertečnosti i viskozne tečnosti. Zato se svojstvo (4) naziva supertečna nuklearna materija.

Aksijalno nesimetrična jezgra imaju tri rotaciona stepena slobode i zbog toga imaju komplikovaniji rotacioni spektar.

U nesfernim jezgrima moguća su pobudjenja oscilatornog tipa na račun deformisanosti jezgra. Najniže sopstvene frekvencije imaju dva kolektivna stepena slobode, kojima odgovaraju oscilacije parametara β i γ (β i γ oscilacije). Obe vrste oscilacija za teža jezgra imaju energije reda 1 MeV.

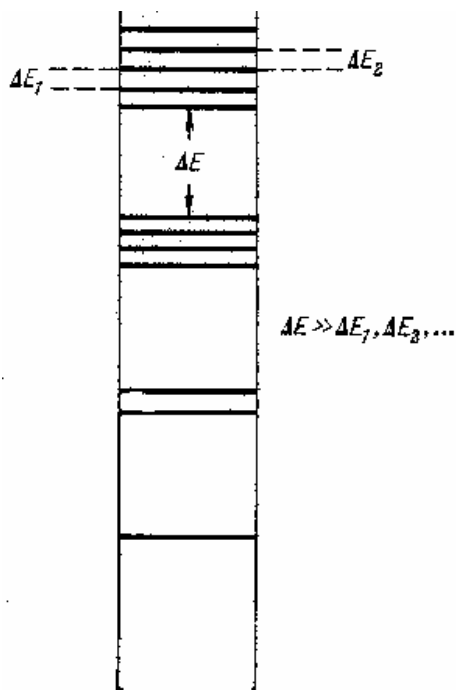
Razjašnjavanje raznih vrsta oscilatornih nivoa je vrlo komplikovano, uglavnom zbog toga što su oscilacije raznih vrsta u realnim jezgrima povezane medjusobno a i sa drugim stepenima slobode.

U celini može se reći da model nesferičnog jezgra dovoljno tačno opisuje niskoležeće nivoe jezgra. Pokušaji usavršavanja ovog modela uračunavanjem deformacija i veza između raznih stepeni slobode dovodi do krajnje glomaznih izraza koji još sadrže mogo empirijskih parametara.

4. Jednočestični modeli jezgra

U osnovi modela ljuski leži pretpostavka o samousaglašenom polju nuklearnih sila, tj. realne sile koje deluju između nukleona u nultoj aproksimaciji mogu se zameniti jednom centralnom silom koja deluje na sve nukleone. Prihvatajući ovu pretpostavku zadatak mnogo tela se svodi na zadatak jedne čestice koja se kreće u tom polju. Odgovarajući potencijal se bira empirijski. Rešavanjem Šredingerove jednačine za kretanje nukleona u samousaglašenom polju, dobijamo neki sistem mogućih vezanih stanja, pri čemu svakom stanju odgovara neki nivo energije. S druge strane, nukleoni su čestice sa polucelom spinom i podčinjavaju se Paulijevom principu, prema kome se u svakom stanju može nalaziti ne više od jedne čestice. Zbog toga nukleoni u jezgru dosledno popunjavaju energetske nivoe, počevši od najnižeg.

Nivoi potencijala samousaglašenog nuklearnog polja se grupišu u ljuske. Ljuskom se naziva skup, po energiji bliskih nivoa, između kojih je energetska rastojanje znatno veće od rastojanja među podnivoima jedne ljuske.



Slika 6. Grupisanje nivoa samousaglašenog potencijala u ljuske.

Energija odvajanja nukleona pokazuje oštar skok kad se dodje do jezgra koja imaju potpuno popunjene ljuske. Broj nukleona koji u potpunosti popunjavaju ljusku se

naziva magični. Jezgra su magična bilo da je popunjen magični broj protona bilo neutrona. Postojanje magičnih jezgara je bilo istorijski jak argument u korist modela ljuski. Magični brojevi koji odgovaraju elektronskim ljuskama su 2, 10, 18, 36, 54 i 86 i razlikuju se od nuklearnih magičnih brojeva. Niz zatvorenih ljuski u samousaglašenom polju određuje se oblikom samousaglašenog potencijala (tačnije, Hamiltonijanom interakcije) i zavisnošću od spinova i brzina čestica.

Samousaglašeni potencijal u atomu na malim rastojanjima od jezgra ima kulonovski oblik, a dalje od jezgra teži nuli brže od kulonovskog potencijala na račun ekraniranja jezgra elektronima.

Samousaglašeni nuklearni potencijal, usled kratkog dejstva nuklearnih sila mora imati istu radialnu zavisnost kao i gustina nuklearne materije. U teškim i srednje teškim jezgrima on je skoro konstantan i opada do nule u oblasti granice jezgra ravnomerno i dovoljno brzo, (ali ne skokovito). Osim toga, nuklearni hamiltonijan zavisi još i od uzajamne orijentacije spinova i orbitalnih momenata impulsa kretanja nukleona. Nukleon je jače vezan u jezgru ako je njegov spin upravljen na istu stranu kao i orbitalni momenat. Ovaj efekat se naziva spin-orbit sprezanje.

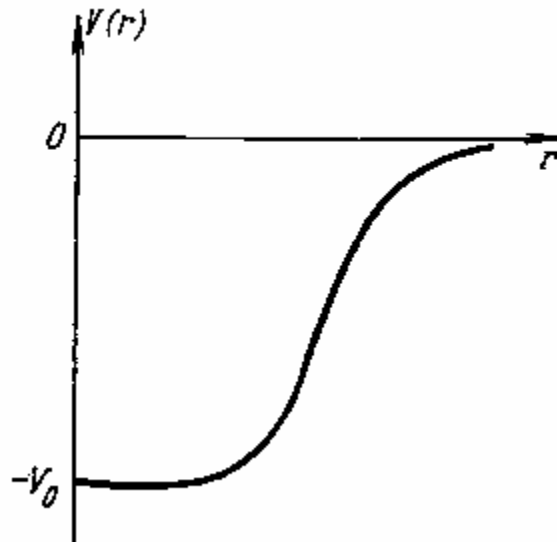
Hamiltonijan koji zadovoljava sve pomenute uslove ima formu (Geppert-Meir)

$$H_{\text{int}} = V(r) + U(r)\vec{s} \cdot \vec{l} \quad (5)$$

gde je $V(r)$ potencijal koji ima oblik potencijalne jame sa ravnim dnom i razmaknutim gornjim delom (slika 7), s je spin nukleona i l je njegov orbitalni momenat, $U(r)$ centralno simetrični potencijal slabiji od $V(r)$. Po analogiji sa atomom obično se pretpostavlja da je

$$U(r) = b \frac{\partial V}{\partial r} \frac{1}{r} \quad (6)$$

gde je b konstanta koja se naziva konstanta spin orbit interakcije.



Slika 7. Oblik zavisnosti samousaglašenog potencijala $V(r)$ u funkciji od r .

Drugi sabirak u (5) opisuje spin orbit vezu. Ona je maksimalna pri paralelnim ($j=l+1/2$) i minimalna pri antiparalelnim ($j=l-1/2$) orintacijama spina i orbitalnog momenta. Ovde j označava veličinu ukupnog momenta količine kretanja nukleona

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s} \quad (7)$$

Rastojanje između energetske nivoa sa ($j=l+1/2$) i ($j=l-1/2$) je nekoliko MeV i saglasno jednačini (5) raste proporcionalno sa $2l+1$ pri prelazu ka nukleonima sa većim orbitalnim momentima.

Razmotrimo sada klasifikaciju nuklearnih energetske nivoa. Stanje nukleona u polju koje se opisuje Hamiltonijanom (5) karakteriše se sa četiri kvantna broja, n , l , j i m_j . Ovde je n , glavni kvantni broj i određuje položaj nivoa pri jednom istom l . Što je veće n to je veća energija nivoa. Broj n može da ima vrednosti 1,2 3,... Matematički, kvantni broj n je povezan sa brojem čvorova (tj nula) radijalne talasne funkcije. Funkcija sa indeksom n ima $n-l$ čvorova. Posebno, prva radijalna funkcija, kojoj odgovara $n=1$ uopšte nema čvorova. Pri povećanju n , raste srednje rastojanje nukleona od centra. Sa l je označen orbitalni momenat (momenat impulsa orbitalnog kretanja) nukleona. Moguće vrednosti za l su 0,1,2,... . U skladu starom spektroskopskom terminologijom, nivoi sa $l=0,1,2,3$ i td., se označavaju slovima s , p , d , f ,... i na dalje po alfabeti (danas se malo ko seća da slovo s vodi poreklo od engleske reči sharp). Ukupni momenat nukleona j , može imati sve pozitivne polucele vrednosti, $j=1/2, 3/2, 5/2, \dots$. Iz (7) sledi da je za bilo koji nivo $|j-l|=1/2$ t., $j=\pm l/2$. Konačno, m_j označava projekciju ukupnog momenta j i ima ukupno $2j+1$ vrednosti; $m_j=-j, -j+1, \dots, j-1, j$.

Nivoi nukleona u jezgru se obično označavaju na sledeći način. Prvo se stavlja broj koji predstavlja glavni kvantni broj n , zatim ide slovo- oznaka orbitalnog momenta, a kao donji indeks tog slova se piše broj koji pokazuje ukupni momenat j . Na primer $1d_{5/2}$ označava nivo sa $n=1$, $l=2$ i $j=5/2$. Kvantni broj m_j se obično ne navodi, jer nivoi sa raznim m_j u samousaglašenom potencijalu, koji zavisi samo od modula r , imaju jednake energije. Nivoi u samousaglašenom potencijalu imaju razne parnosti. Parnost nivoa se poklapa sa parnošću l .

Ovim je sada kompletirano sve što je potrebno za postavljanje sistema nuklearnih ljuski: potencijal samousaglašenog polja i sistematika nivoa. Ostaje još samo matematički rešiti zadatak o izboru konstanti u Hamiltonijanu. Razni autori su našli čitav niz Hamiltonijana, koji se slažu sa eksperimentalnim podacima u okviru određene tačnosti. Za neutronske nivoe najrasprostanjeniji je Hamiltonijan oblika (5) sa radijalnom zavisnošću Saxon - Woodsa

$$U(r) = -\frac{U_0}{1 + e^{-\frac{r-R}{a}}} \quad (8)$$

Pri nalaženju protonskih nivoa u Hamiltonijanu (5) potrebno je dodati i samousaglašeni Kulonovski potencijal. On se obično bira u obliku energije interakcije tačkastog protona sa ravnomernom naelektrisanom sferom radijusa R i naelektrisanja $(Z-1)e$:

$$U_{Kul}(r) = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{R} \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] & r < R \\ \frac{(Z-1)e^2}{r}, & r \geq R \end{cases} \quad (9)$$

Na slici 8 dat je niz nivoa koje generiše Hamiltonijan (8) (za protone) sa parametrima

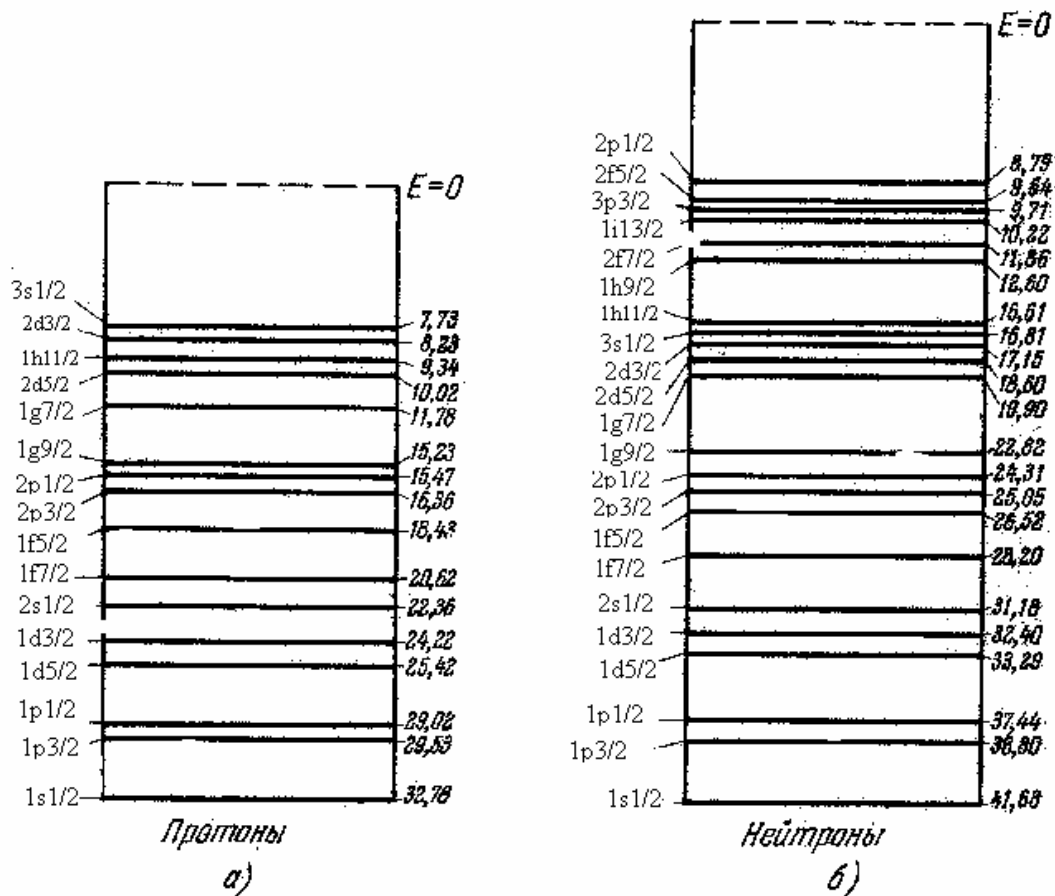
$$V_{op} = 57.9 \text{ MeV}, \quad V_{on} = 45.7 \text{ MeV} \quad R = 7.6 \text{ fm}, \quad b = -0.17 \text{ fm}^2, \quad a = 0.65 \text{ fm}$$

Ovaj Hamiltonijan dobro proizvodi nivoe dva puta magičnog jezgra $^{208}_{82}\text{Pb}$. Za druga jezgra Hamiltonijani se nalaze po sledećem empirijskom pravilu

$$R = 1.28 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$$

$$V_{op} = V_0 \left(1 + 0.63 \frac{N-Z}{A} \right), \quad V_{on} = V_0 \left(1 - 0.63 \frac{N-Z}{A} \right)$$

$$V_0 = 53 \text{ MeV}, \quad b = 0.263 \left(1 + 2 \frac{N-Z}{A} \right) \text{ fm}^2$$



Slika 8. Niz protonskih (a) i neutronskih (b) nivoa u samousaglašenom potencijalu jezgra izotopa olova ^{208}Pb .

Nešto veće vrednosti radijusa i difuznosti, R i a , Hamiltonijana u poredjenju sa vrednošću odgovarajućih parametara gustine nuklearne materije, uslovljene su nenultim radijusom dejstva nuklearnih sila. Različitoš dubine V_{op} i V_{on} nuklearnih hamiltonijana protona i neutrona se može shvatiti na sledeći način. Energija interakcije protona sa neutronom je veća od energije interakcije neutrona sa neutronom i protona sa protonom. Samousaglašeni potencijal je suma energije interakcije jednog nukleona sa svim ostalim. U jezgrima sa $N > Z$ proton interaguje sa većim brojem, od njega, različitim nukleonima nego neutron. Ovo dovodi da je $V_{op} > V_{on}$.

Na dalje ćemo kvalitativno da vidimo kako ide popunjavanje nuklearnih ljuski. Kao prvo, energija nivoa brzo raste, brže nego kod atoma, sa povećanjem glavnog kvantnog broja n . Taj oštri rast je uslovljen time da samousaglašeni potencijal brzo opada sa rastojanjem, a srednje rastojanje nukleona od centra jezgra raste sa n . Drugo, energija nivoa opada sa rastom, l na račun na račun povećanja kinetičke energije centrifugalne

sile $\frac{\hbar^2 l^2}{2M^2} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle$ koja odgovara orbitalnom (ne radijalnom) kretanju nukleona. Konačno,

na račun spin orbit interakcije nivoi sa jednakim n i l se cepaju na veći broj niskoležećih stanja sa paralelnim spinom i orbitalnim momentom ($j=l+1/2$) i na više visokoležećih stanja sa antiparalelnim l i s za koje je ($j=l-1/2$). Veličina tog rascepa je proporcionalna sa l i zato je ono posebno veliko za jezgra sa velikim orbitalnim momentima. Ove tri činjenice su dovoljne za kvalitativno shvatanje šeme nuklearnih ljuski (slika 8).

Kao i kod atoma, i u jezgru su najniža dva stanja $1s_{1/2}$ u kojima su orbitalni momenti jednaki nuli, a talasna funkcija nema čvorova. U toj ljusci mogu se smestiti samo dva nukleona obe vrste, pošto projekcija momenta $1/2$ može da ima samo dve vrednosti $\pm 1/2$. Protonska i neutronska ljuska $1s_{1/2}$ su popunjene u jezgru ${}^4_2\text{He}$ koje je zato dvostruko magično jezgro. Tako, prva nuklearna ljuska je analogna atomskoj. Helijum nije samo magično jezgro već i magični atom.

Sastav sledećih ljuski zavisi od toga koji je efekat veći- povećanje centrifugalne energije sa rastom l , ili smanjenje potencijalne energije sa rastom n . U atomima oba efekta su uporediva po veličini, pošto kulonovska potencijalna energija, slično centrifugalnoj sporo opada sa rastojanjem. Zbog toga u atomima posle $1s$ ljuske dolaze $1p$ i $2s$.

U jezgru, potencijal vrlo brzo opada sa rastojanjem tako da je $2s$ stanje znatno više po energiji nego stanje $1p$. Zbog toga u jezgru nakon $1s_{1/2}$ luske dolazi $1p$ u kome se mogu nalaziti 6 nukleona iste vrste. U $1p$ ljusci orbitalni momenat l već nije jednak nuli. Zbog toga ovde počinje da se iskazuje spin orbit interakcija koja se opisuje drugim sabirkom u hamiltonijanu (5). Pri $l=1$, $s_{1/2}$ ukupni momenat j može biti bilo $3/2$ bilo $1/2$. Usled spin orbit interakcije stanje $1p_{3/2}$ je nešto niže od stanja $1p_{1/2}$. Pri malim l ovo spin orbit cepanje nije veliko. Zato, 4 stanja $1p_{3/2}$ i dva stanja $1p_{1/2}$ grade jednu ljusku. Ta ljuska se popunjava do kraja sa osam nukleona jedne vrste (2 nukleona u $1s_{1/2}$ i 6 u $1p$ podljusci). Protoni i neutroni su popunili $1p$ ljusku u dva puta magičnom jezgru ${}^{16}_8\text{O}$. Ovde se već pokazuje razlika između jezgra i atoma. Nakon helijuma, sledeći inertni gas nije kiseonik već neon, koji ima $Z=10$. Razlika se stvara na račun dva stanja $2s_{1/2}$ koji u atomu idu u drugu ljusku, a u jezgru u treću. U tu treću nuklearnu ljusku ide 10 stanja

1d koje se cepa na šest stanja $1d_{5/2}$ i na četiri stanja $1d_{3/2}$ koje leže nešto više od stanja $2s_{1/2}$. Spin orbit rasep ovde nije dovoljan da bi prebacivao stanja iz jedne u drugu ljusku. Tako u trećoj ljusci ima $2+10=12$ stanja. Dodajući 8 stanja iz prethodne dve ljuske dobijamo da sledeće jezgro sa popunjenim ljuskama ima 20 nukleona obe vrste. Ta ljuska je zatvorena u dva puta magičnom jezgru kalcijuma $^{40}_{20}\text{Ca}$. Analogija sa atomskim ljuskama (i nadalje) u potpunosti nestaje. U atomima (u nuklearnoj notaciji) u treću ljusku ulaze stanja 3s, 2p i 1d.

U četvrtu ljusku ulaze 8 stanja $1f_{7/2}$, 4 stanja $2p_{3/2}$ 6 stanja $1f_{5/2}$, 2 stanja $2p_{1/2}$ i konačno 10 stanja $1g_{9/2}$. U stanju 1f orbitalni momenat je jednak 3, i spin orbitalno cepanje je već značajno. Zbog toga, 8 stanja $1f_{7/2}$ leži relativno nisko i izdvaja se u podljusku. Ta podljuska je popunjena neutronima u jezgru $^{48}_{20}\text{Ca}$. U stanju 1g gde je $l=4$ spin orbit cepanje je već toliko veliko da se stanje $1g_{9/2}$ nalazi u četvrtoj ljusci a stanje $1g_{7/2}$ u petoj. Ukupno u četvrtoj ljusci ima ukupno 50 nukleona.

Dvostruko magično jezgro koje sadrži pedeset protona je jezgro izotopa kalaja $^{132}_{50}\text{Sn}$. Ovo jezgro je nestabilno, jer je u njemu broj neutrona preveliki.

Peta ljuska sadrži 32 stanja, naime 8 stanja $1g_{7/2}$, 6 stanja $2d_{5/2}$, 4 stanja $2d_{3/2}$, 2 stanja $3s_{1/2}$ i 12 stanja $1h_{11/2}$. U ljuskama 1h kao i u 1g spin orbit rasep je toliko veliki da stanja $1h_{11/2}$ i $1h_{9/2}$ pripadaju raznim ljuskama. Obratimo pažnju na to kako se visoko nalazi stanje $3s_{1/2}$ u jezgru. U atomu, ovo se nalazi u trećoj ljusci, a u jezgrima na račun kratkog dometa nuklearnih sila u petoj. Za popunjenje pete ljuske u jezgrima potrebno je 82 nukleona odgovarajuće vrste. Klasičan primer jezgra sa popunjenom petom ljuskom (protonima) je jezgro olova $^{208}_{82}\text{Pb}$. To je dvostrukomagično jezgro jer je broj neutrona ravan 126 što odgovara popunjenoj šestoj neutronske ljusci koja ima 44 stanja: 10 stanja $1h_{9/2}$, 8 stanja $2f_{7/2}$, 6 stanja $2f_{5/2}$, 4 stanja $3p_{3/2}$ 2 stanja $3p_{1/2}$ i 14 stanja $1i_{13/2}$.

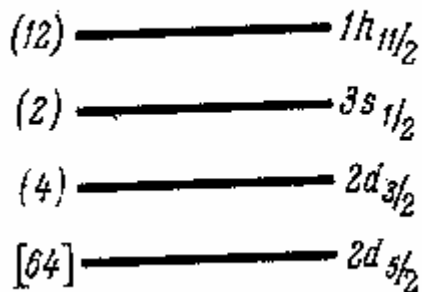
Ukažimo na opseg energija u modelu ljuski. Rastojanje između nivoa jedne iste ljuske je reda nekoliko MeV, rastojanje između susednim ljuskama je po redu veličine 10 MeV u lakim jezgrima, a u težim je nešto manja od 10 MeV.

Pitanje postojanja viših energetskih ljuski ostaje otvoreno usled nedostatka eksperimentalnih podataka. Iz teorijskih predstava sledi, efekat ljuski mora slabiti sa rastom masenog broja. To slabljenje je uslovljeno time da praktično u bilo kom potencijalu razumne forme u ljuskama se grupišu niži čestični nivoi. Pri rastu rednog broja nivoa energetski intervali koji razdvajaju ljuske postaju sve uži i sve redji. Ipak, još uvek je moguće predskazati magične brojeve najbližih viših orbitala- šeste protone i sedme neutronske. Iz potencijala (8) s dodatkom (9) za protone, za ove ljuske se dobijaju magični brojevi $Z=114$ i $N=284$. Ovaj rezultat nije jednoznačan, jer povećanjem broja ljuski red popunjavanja postaje osetljiviji na fine detalje oblika potencijala. Na primer, mala izmena potencijala (8) dovodi da je magični broj šeste protone ljuske $Z=112$ bez promene magičnog broja poznatih ljuski. Primetimo da magični brojevi nižih ljuski skoro ne zavise od oblika potencijala. Tako, kulonovska popravka (9) ne utiče na magične brojeve prvih pet ljuski. Magični brojevi prvih triju ljuski se očuvavaju pri zameni potencijala (8) nekim oscilatornim potencijalom. Prva dva magična broja se ne menjaju pri prelazu ka kulonovskom potencijalu, obliku koji nema mnogo zajedničkog sa nuklearnim potencijalom.

U modelu ljuski bez preostale interakcije stanja nukleona u jezgru su potpuno opisana samousaglašenim potencijalom oblika (8) (s dodatkom 9 za protone). Jedna od

najvažnijih primena teorije ljuski je dobijanje spinova i parnosti osnovnih i nekih pobudjenih stanja jezgara. Ova mogućnost se zasniva na tome da svaka zatvorena ljuska ima nulti ukupni momenat i pozitivnu parnost. Zbog toga, u stvaranju spina i parnosti jezgra učestvuju samo nukleoni spoljašnjih ljuski. Na primer u jezgru kiseonika $^{17}_8O$ osnovno stanje mora imati, i stvarno ima karakteristiku $5/2^+$ pošto van popunjenih ljuski ima samo jedan neutron u trećoj ljusci koja počinje sa nivoom $1d_{5/2}$. Medjutim, za većinu jezgara ovakvo predviđanje se pokazuje nejednoznačnim. Na primer jezgro izotopa hroma $^{52}_{24}Cr$. U ovom jezgru popunjena je ljuska $Z=20$ i podljuska $N=28$. Izvan ove ljuske nalazi se $1f_{7/2}$ sa četiri protona, čiji se impulsi mogu sabirati na različite načine uračunavajući Paulijev princip. Kao rezultat tog sabiranja dobijaju se stanja sa ukupnim spinovima $J=0,2,4$. U modelu bez dodatne interakcije, energije svih tih stanja su jednake. Medjutim, bez pretpostavke o obliku preostale inerakcije nije moguće objasniti spin osnovnog stanja jezgra $^{52}_{24}Cr$. Dosledno, uračunavanje preostale interakcije je matematički složeno i glomazno. Zbog toga se ograničavamo na razmatranje modela ljuski sa fenomenološkim sparivanjem. U ovom modelu se uzima da preostala interakcija dovodi do sparivanja jednakih nukleona. Ono se sastoji u tome da nukleoni iste vrste teže da u jezgru imaju nulti spin i pozitivnu parnost. Ova pretpostavka, ne usložnjava matematički aparat modela. Niže ćemo videti da ona znatno proširuje primenljivost modela ljuski.

Razmotrimo spinove i parnosti jezgara na osnovu šeme nuklearnih ljuski. Iz modela ljuski bez preostale ineterakcije sledi: a) osnovna stanja dva puta magičnih jezgara mora imati karakteristiku 0^+ ; b) karakteristika osnovnog stanja jezgra koje ima jedan nukleon više od dvostruko magičnog jezgra se poklapa sa karakteristikom najnižeg nivoa ljuski sa kojom počinje odgovarajući magični broj; c) karakteristika osnovnog stanja jezgra koje ima jedan nukleon manje od dvostruko magičnog jezgra se poklapa sa karakterisitkom nivoa ljuske sa kojom se završava odgovarajući magični broj. Na primer, jezgru izotopa azota, $^{15}_7N$ nedostaje jedan proton do dvaputa magičnog jezgra $^{16}_8O$. Na magičnom broju $Z=8$ završava se druga ljuska sa najvišim nivoom $1p_{1/2}$. Zbog toga osnovno stanje jezgra $^{15}_7N$ mora imati, i zaista ima karakteristiku $1/2^-$.



Slika 9. Neutronske nivoei samousaglašenog potencijala jezgra izotopa telura $^{127}_{52}Te$

U modelu ljuski sa fenomenološkim sparivanjem, nukleoni jedne vrste se sjedinjuju u parove (bilo svi, pri parnom broju tih nukleona), ili bilo svi osim jednog (pri neparnom broju tih nukleona). Na spin i parnost celog jezgra utiče samo jedan zadnji

nespareni nukleon. Odatle sledi da: a) osnovna stanja svih parno parnih jezgara moraju da imaju karakteristiku 0^+ ; b) karakteristika osnovnog stanja jezgra sa neparnim A se mora poklapati sa karakteristikom poslednjeg nesparenog nukleona – ovo pravilo je ispunjeno u skoro svim slučajevima osim ${}^{18}_9F$, ${}^{23}_{11}Na$, ${}^{55}_{25}Mn$.

Navedimo nekoliko primera. U jezgru ${}^{17}_3F$ postoji jedan nespareni proton u stanju $1p_{3/2}$. Osnovno stanje tog jezgra ima karakteristiku $3/2^-$. U izotopu ugljenika ${}^{12}_6C$ nespareni nukleon se nalazi u stanju $1p_{3/2}$ i u potpunosti odgovara karakteristici $1/2^-$ jezgra. Složeniji primer je jezgro ${}^{127}_{52}Te$. Shema niza jednočestičnih nivoa pri $N=75$ navedena je na slici 9. Saglasno toj šemi osnovni nivo ${}^{127}_{52}Te$ mora da ima karakteristiku $11/2^-$ što protivureči eksperimentalnoj vrednosti $3/2^+$. Radi odstranjivanja protivurečnosti pretpostavlja se da energija sparivanja raste sa rastom momenta j sprenih nukleona. Neutroni gornje ljuske ${}^{127}_{52}Te$ pri sparivanju prelaze iz stanja $2d_{3/2}$ u $1h_{11/2}$ a nespareni neutron ostaje u $2d_{3/2}$.

U formiranju spina i parnosti neparno – neparnih jezgara učestvuju dva nesparena nukleona. Zbog toga karakteristika takvih jezgara ne može jednoznačno biti određena u okviru razmatranog modela.

U modelu nuklearnih ljuski često se koristi pojam šupljine. Pod tim se podrazumeva sistem nukleona jedne vrste u ljusci tako da je njihov broj za jedan manji od odgovarajućeg magičnog broja. Na primer, za jezgro ${}^{15}_7N$ koje ima sedam protona, može se reći da postoji jedna protonska šupljina u p ljusci. Analogno u jezgru ${}^{14}_6C$ postoje dve protonske šupljine u p ljusci i tako dalje. U kvantnoj teoriji se dokazuje da se sa dobrom približnošću šupljinu možemo smatrati česticom sa masom i naelektrisanjem suprotnim po znaku odgovarajućeg nukleona. Uvodjenje šupljina je korisno jer može znatno da smanji broj razmatranih čestica pri računanju nuklearne strukture jezgra bliskih magičnom.

Razmotrimo sada u kojoj se meri slaze jednočestični model ljuski sa eksperimentalnim podacima po pitanju magnetskih momenata jezgara. Za to je pre svega potrebno izračunati magnetske momente protona i neutrona u raznim stanjima. Taj račun se sprovodi na sledeći način. Magnetski moment protona μ je vektorska suma orbitalnog momenta uslovljenog kretanje protona i sopstvenog magnetskog momenta. U jedinicama nuklearnog magnetona $\mu = e\hbar/2m_p$ orbitalni magnetski momenat je jednak orbitalnom mehaničkom momentu L , a sopstveni magnetski momenat je proizvod apsolutne veličine $g_p=2.79$ odgovarajućeg magnetskom momenta protona (takodje u istim jedinicama nuklearnog magnetona), i dvostruke vrednosti spina $2s$. Zbog toga je ukupni magnetski momenat protona

$$\vec{\mu} = \vec{L} + 2g_p\vec{s} \quad (10)$$

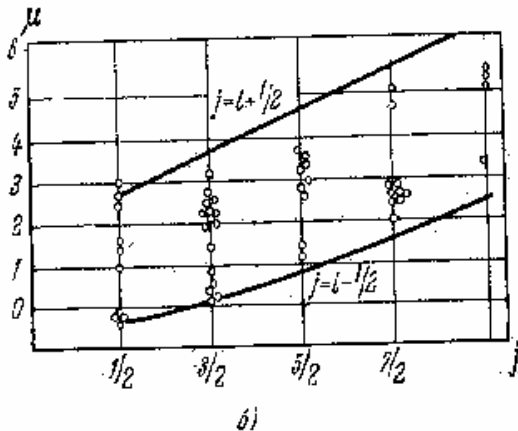
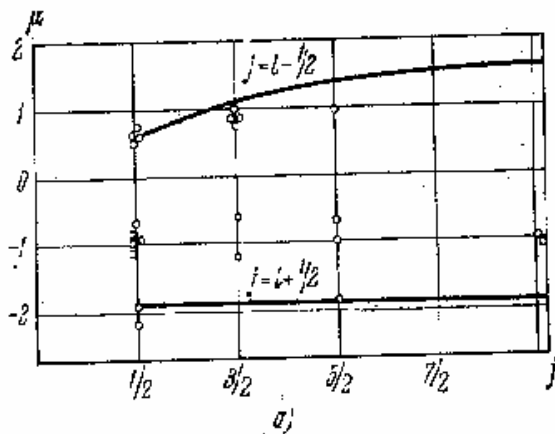
Iz ovoga je jasno da su pravci ukupnog magnetskog momenta i ukupnog mehaničkog momenta različiti. Magnetski momenat precesira oko mehaničkog. Kao rezultat, komponenta magnetskog momenta u pravcu normalnom na mehanički momenat može biti upavljena po bilo kom azimutalnom uglu i samim tim ne daje uticaja na

eksperimentalno opažljiv magnetski momenat. Na taj način, eksperimentalno se može opaziti samo projekcija μ_j magnetskog momenta μ na mehanički momenat j ,

$$\mu_j = \frac{(\vec{\mu} \cdot \vec{j})j}{j^2} = \frac{\mu j}{j+1} \quad (11)$$

Zamenivši u (11) vrednost j sa $l+s$ nije teško dobiti magnetski momenat protona u stanju sa zadatim kvantnim brojevima j i l izraz

$$\mu_j = j \left[\left(1 \mp \frac{1}{2l+1} \right) \pm \frac{2g_p}{2l+1} \right] \quad (12)$$



Slika 10. Magnetni momenti jezgara sa neparnim A. a) neaprno N, b) neaprno Z. Tačke su eksperimentalni podaci, a neprekidne krive račun na osnovu modela ljuski po formulama (12) i (13)

Računanje magnetskog momenta neutrona sa zadatim j i l se sprovodi na isti način s razlikom da je za neutrone orbitalni magnetski momenat jednak nuli (nema naelektrisanja). Kao rezultat dobija se izraz oblika

$$\mu_j = \pm \frac{2g_n}{2l+1} \quad (13)$$

gde je $g_n=1.913$ sopstveni magnetski momenat neutrona u jedinicama nuklearnog magnetona.

U modelu ljuski sa fenomenološkim sparivanjem formula (12) mora opisivati magnetske momente svih jezgara sa neparnim A i Z a formula (13) magnetske momente svih jezgara sa neparnim A i N.

Na slici 10 predstavljena je kriva (Šmitova linija) koja određuje zavisnost μ od j pri vrednostima $j=l \pm 1/2$ za sve klase jezgara sa neparnim A. Na slici su tačkama naznačeni eksperimentalni magnetski momenti. Kao što se vidi, svi eksperimentalni momenti leže između Šmitovih linija. U većini slučajeva eksperimentalne tačke leže znatno bliže jednoj liniji nego drugoj, pri čemu su skoro uvek bliže vrednosti predviđenoj teorijom ljuski.

Tako, u kvalitativnom smislu, magnetski momenti se dobro objašnjavaju teorijom ljuski, tj. magnetski momenat jezgara u osnovi ima jednočestični karakter. Za dobijanje boljeg slaganja teorije i eksperimenata potrebno je uzeti u obzir i preostalu interakciju između nukleona.

Reklo bi se, po analogiji sa magnetskim momentom, jednočestični model bi trebalo da na kvalitativan način objasni i vrednosti kvadripolnih momenata. Međutim, ovde je ovaj model doživeo skoro potpuni neuspeh. Ako je kvadripolni momenat jezgra određen kvadripolnim momentom poslednjeg, nesparenog nukleona, to je očigledno da taj momenat mora biti jednak nuli za sva jezgra sa neparnim A i N. Međutim, mnoga jezgra poseduju kvadripolne momente. Dalje, za kvadripolne momente jezgara sa nesparenim protonom, teorijski račun daje vrednosti

$$Q = -er^2 \frac{2j-1}{2j+1} \quad (14)$$

gde je r^2 srednji kvadrat rastojanja nesparenog protona od centra jezgra. Računanje po ovoj formuli daje vrednosti slaganje sa eksperimentalnim vrednostima samo za jezgra koja su neposredni susedi magičnim. Dalje od zatvorenih ljuski, vrednosti kvadripolnih momenata su mnogo veće (do 30) od vrednosti dobijenih teorijom ljuski. Odatle sledi da kvadripolni momenat jezgra ima po pravilu, ne jednočestično, već kolektivno poreklo. Drugim rečima, kvadripolni momenti pojedinih nukleona se ne kompenzuju, za razliku od spinova i magnetskih momenata. Takvo ponašanje kvadripolnih momenata pojedinih nukleona je karakteristično za deformisana jezgra.

Do sada smo izlagali predviđanja modela ljuski samo za osnovna stanja jezgra. Na dalje ćemo se zadržati na pitanju primenljivosti ovog modela na istraživanje strukture pobudjenih stanja. Ako samousaglašeno polje znatno prevazilazi preostalu interakciju onda je moguće načiniti sledeća predviđanja pobudjenih stanja magičnih i blizu magičnih jezgara.

- a) u dvostruko magičnim jezgrima prvo pobudjeno stanje mora biti odvojeno od osnovnog širokim energetskim intervalom, koji se naziva magičnim procepom; širina magičnog procepa mora biti ravna intervalu između odgovarajućih ljuski;
- b) u jezgrima sa jednim nukleonom preko dvostruko magičnog moraju postojati nivoi u oblasti magičnog procepa koji odgovaraju prelazu spoljašnjeg nukleona u pobudjenom stanju nad zatvorenom ljuskom;

- c) u jezgrima sa jednom šupljinom u dvostruko zatvorenim ljuskama mora postojati samo nivoi koji odgovara prelazu šupljine u pobudjeno stanje unutar ljuske.

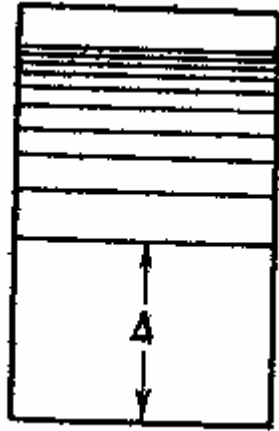
Razmotrimo sada u kojoj meri su ispunjena ova predviđanja. Magični procep postoji u svim dvostruko magičnim jezgrima. Međutim širina tog procepa je znatno manja od predviđanja. Na primer u jezgru $^{40}_{20}\text{Ca}$ predviđena širina je 7.2 MeV, a faktički ona je samo 3.3 MeV. Već ovo ukazuje da ukupni uticaj preostale interakcije ne može biti mali. Pobudjeni nivo sa energijom 3.3 MeV ima pozitivnu parnost. Ta činjenica svedoči o tome da uloga preostalih interakcija nije jednostavno zanemarljiva, već je vrlo velika. Zaista, svi nivoi treće ljuske su parni, a svi nivoi četvrte su neparni. Zato pri prelazu jednog nukleona jezgra $^{40}_{20}\text{Ca}$ iz treće u četvrtu ljusku mora se dobiti neparno stanje. Parno stanje, može se dobiti bilo pri prelazu nukleona iz druge ljuske u četvrtu, bilo pri pobudjenju dva nukleona iz treće ljuske. U oba slučaja izračunata energija pobudjenja je veća od desetak MeV. Analogni nivoi anomalne parnosti u oblasti magičnog procepa se opažaju i u drugim dvostruko magičnim jezgrima. Objasnimo poreklo nižih pobudjenih stanja u magičnim jezgrima. U modelu ljuski to stanje se dobija premeštanjem nukleona iz poslednje popunjenije ljuske u prvu slobodnu. Pri takvom premeštanju u slobodnoj ljusci se pojavljuje čestica, a u popunjenoj šupljina. Zbog toga stvoreno stanje se naziva čestično-šupljinsko i označava se sa $(n_1 l_1 j_1)^{-1} n_2 l_2 j_2$ gde $n_1 l_1 j_1$ i $n_2 l_2 j_2$ predstavljaju kvantne brojeve šupljine i čestice, resp. Preostala interakcija dovodi do mešanja, tj., do superpozicije različitih stanja čestica i šupljina.

$$(n_1 l_1 j_1)^{-1} n_2 l_2 j_2 \Leftrightarrow (n'_1 l'_1 j'_1)^{-1} n'_2 l'_2 j'_2 \Leftrightarrow itd. \quad (15)$$

i formiraju kolektivno čestično - šupljinsko stanje. Kolektivna stanja odgovaraju korelisanom kretanju čestica i šupljina. Što je više čestično-šupljinskih stanja uvučeno u proces superpozicije (15) to je više korelisanom njihovo kretanje. Tako u jezgru $^{40}_{20}\text{Ca}$ pobudjeno stanje 3^- sa energijom 3.7 MeV jeste kolektivno čestično-šupljinsko stanje. Analogna situacija se dešava i kod ostalih dvostruko magičnih jezgara.

Prvo pobudjeno stanje 0^+ u jezgrima $^{16}_8\text{O}$ i $^{40}_{20}\text{Ca}$ sa energijama 6.1 MeV i 3.3 MeV, imaju složeniju prirodu: u ovim stanjima jezgra su deformisana.

U jezgrima sa jednom česticom (ili jednom šupljinom) preko dvostruko zatvorene ljuske, po pravilu različito se objašnjavaju nivoi koji odgovaraju jednočestičnom pobudjenju. Tako u jezgru $^{17}_8\text{O}$ prvo pobudjeno stanje ima karakteristiku $\frac{1}{2}^+$ što odgovara pobudjenju spoljašnjeg neutrona iz stanja $1d_{5/2}$ u stanje $2s_{1/2}$. U ovom jezgru postoji i pobudjeno stanje $3/2^+$ koje odgovara prelazu neutrona u stanje $1d_{3/2}$. U jezgru $^{15}_8\text{O}$ postoji nivo $3/2^-$ koje odgovara prelazu neutronske šupljine iz stanja $1p_{1/2}$ u stanje $1p_{3/2}$. Ali u jezgrima $^{15}_8\text{O}$ i $^{17}_8\text{O}$ i njima sličnim po položaju u odnosu na dvostruko magična jezgra postoje nivoi suprotne parnosti, što takodje svedoči o velikoj veličini preostale interakcije.



Slika 11. Šema energetskega spektra parno parnih jezgara sa $A \geq 50$. Energetski procep Δ u spektru se stvara na račun sparivanja identičnih nukleona.

Pobudjeni nivoi jezgara daleko od magičnog broja iskazuju smanjenje efekata ljuski. Već i u magičnim i njima susednim jezgrima pri energiji pobudjenja koja prelazi dvostruku energiju magičnog procepa, iščezavaju jednočestično i čestično šupljinsko pobudjenje. To je izazvano time da pri takvim energijama zbog jake interakcije sa složenijim stepenima slobode jednočestično pobudjenje brzo slabi. U nemagičnim jezgrima to slabljenje nastupa pri znatno manjim energijama pobudjenja. Ipak, u ograničenom obimu, efekat ljuski se zapaža i u nemagičnim parno parnim jezgrima. On se svodi na sledeće:

a) Prvo pobudjeno stanje sa karakteristikom 3^- se pojavljuje, po pravilu kao kolektivno čestično-šupljinsko stanje.

b) Većina niskoležećih nivoa ima pozitivnu parnost. Model ljuski predskazuje tu osobinu pošto niskoležeći nivoi odgovaraju različitiom razmeštaju nukleona po nivoima nepopunjenih ljuski. U granicama jedne iste ljuske, svi nivoi, osim jednog imaju jednu te istu parnost.

c) Kvalitativni spektar pobudjenih sfernih parno parnih jezgara izgleda kao na slici 11. Model ljuski sa sparivanjem, predskazuje spektar ovog tipa. Stvarno, da bi pobudili parno parno jezgro potrebno je razoriti vezu sparenih nukleona. Za to je potrebna energija 2-3 MeV. Zato u spektru nemagičnih parno – parnih jezgara mora postojati energetski procep analogan magičnom, ali manji po veličini.

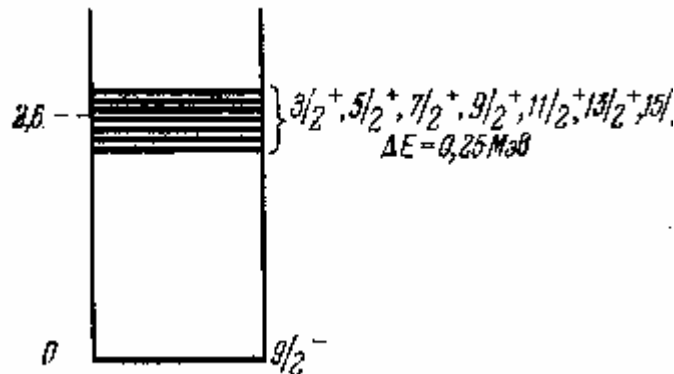
U celini, iz proučavanja pobudjenih nivoa jezgara slede dva zaključka o oblasti primenjivosti predstave ljuski. Kao prvo, efekat ljuski se jasno pojavljuje u magičnim i bliskim jezgrima. Kao drugo, uspeh modela ljuski objašnjava se, ne malošću preostale interakcije, već time da su mnogi efekti vrlo stabilni, tj. očuvavaju se čak i pri jakom preostalom dejstvu.

5. Opšti model jezgra

1. U većini jezgara pojavljuju se kako jednočestični tako i kolektivni stepeni slobode. Tako, na primer, u jezgrima sa brojevima Z i N daleko od magičnih, spin i parnost osnovnih stanja, po pravilu, dobro se opisuju modelom ljuski, dok kvadripolni

električni momenti imaju kolektivno poreklo. Istovremeno uračunavanje kolektivnih i jednočestičnih stepeni slobode ostvaruje se u opštim modelima jezgra.

2. Istorijski, prvo je bio razvijen opšti model sa slabom vezom. U ovom modelu smatra se da se jezgro sastoji od sfernog parno-parnog trupa i malog broja spoljašnjih nukleona. Za opisivanje trupa koristi se kolektivni model, a za opisivanje spoljašnjih nukleona – model nezavisnih čestica. Pri tome, interakcija između stepeni slobode trupa i spoljašnjih nukleona smatra se slabom. Ograničavamo se ovde na slučaj jednog nukleona i trupa koji se opisuje modelom kapi. Karakteristika osnovnog stanja jezgra u ovom slučaju je ista kao i kod modela ljuski. Spektar nižih pobudjnih stanja obogaćuje se tako što se osim spoljašnjeg nukleona može pobuditi i trup jezgra. U trupu se mogu pobuditi bilo kvadripolne oscilacije sa karakteristikom 2^+ , bilo oktopolne sa karakteristikom 3^- . Slaganje momenata pobudjenog trupa i spoljašnjeg nukleona daje ukupni moment novog nivoa, koji ne postoji u modelu ljuski. Navedimo dva primera. Jezgro srebra $^{107}_{47}Ag$ u osnovnom stanju ima karakteristiku $1/2^-$ koji odgovara spoljašnjem protonu u stanju $3p_{1/2}$. To jezgro ima dva blisko pobudjena nivoa $3/2^-$ i $5/2^-$ koji odgovaraju kvadripolnom pobudjenju trupa jezgra. U jezgru bizmuta $^{209}_{83}Bi$ više blisko ležećih nivoa $3/2^+$, $5/2^+$, . . . , $15/2^+$ koji odgovaraju oktopolnom pobudjenju trupa i protonu u stanju $1h_{9/2}$. Momenti tih nivoa odgovaraju svim mogućim kombinacijama momenata trupa i nukleona.



Slika 12. Sektuplet - sedmorka nivoa u jezgru bizmuta ^{209}Bi . Desno su prikazani momenti I parnosti svih sedam nivoa i energija rasepa ΔE . Svaki od nivoa sektupleta ima strukturu: spoljašnji proton u osnovnom stanju $1h_{9/2}$ i pobudjeni trup $^{208*}Pb$ u stanju 3^- .

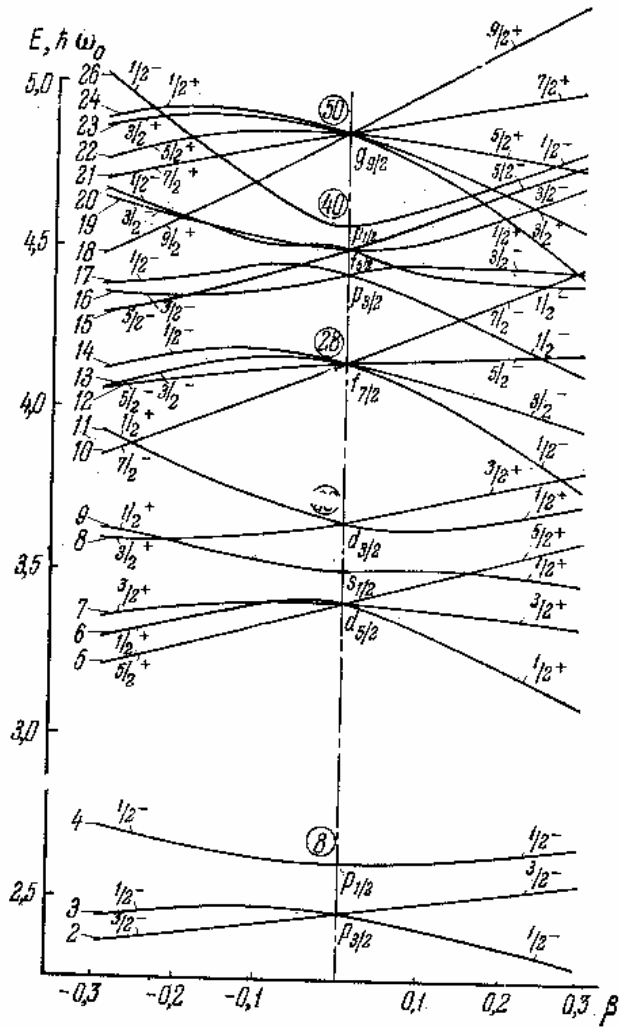
Kriterijum primenljivosti modela slabe veze ima oblik

$$\Delta E < E_{pob} \quad (16)$$

gde je E_{pob} energija pobudjenja trupa, a ΔE rastojanje između nuklearnih nivoa koji odgovaraju jednom istom pobudjenom stanju. Taj kriterijum se dobro ispunjava samo u jezgrima navedenih primera. Tako svi opaženi viši nivo jezgra $^{209}_{83}Bi$ odnose se na energiju pobudjenja oko 2.6 MeV, a rastojanje između nivoa je samo 200 keV. Pri

nalaženju više od jednog nukleona nad trupom kriterijum slabosti veze se obično loše ispunjava. Pri nesfernom trupu veza se nikada ne javlja slabom zbog vrlo male energije pobudjenja rotacionih nivoa trupa.

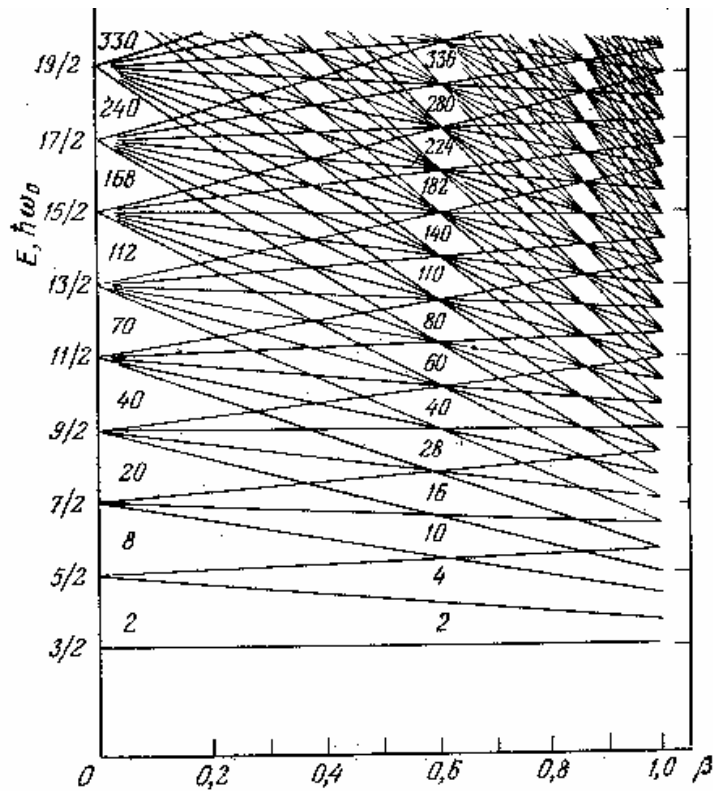
3. U opštem modelu sa jakom vezom značajnom se javlja pretpostavka o nezavisnosti kretanja nukleona u samousaglašenom potencijalnu nesferne forme. Nesferičnost potencijala dovodi do toga da je gustina nukleona u jezgru sferno asimetrična. Zbog toga se u jezgru stara novi, kolektivni, stepen slobode, koji odgovara rotaciji trupa kao celine.



Slika 13. Zavisnost položaja nivoa u Nilsenovom samousaglašenom potencijalu od deformacije β . Cifre sleva- redni broj nivoa, brojke u kružićima- broj čestica pri popunjenjnoj ljuski u sferno simetričnom potencijalu.

Taj stepen slobode se takodje računava u modelima. Ovde se uzima u obzir takozvana adijabatska hipoteza, prema kojoj je rastojenje medju susednim rotacionim nivoima mnogo manje od rastojanja medju susednim jednočestičnim nivoima. Adijabatskoj hipotezi odgovara pretpostavka da rotacija znatno sporije kretanje nego jednočestično kretanje nukleona.

4. Razmotrimo strukturu jednočestičnih nivoa sa nesfernim aksijalno simetričnim potencijalom. Pri prelazu od sferno simetričnog potencijala do nesfernog, kvanti brojevi l i j se više ne održavaju. Projekcija m_j na osu simetrije jezgra ostaje integral kretanja, ali nivoi koji odgovaraju raznim vrednostima $|m_j|$ imaju različite energije. Kako se kaže, ukida se degeneracija po m_j . Degeneracija po znaku m_j računava ravnopravnost obe orijentacije ose simetrije. Pri prelazu na rotaciono jezgro veličina m_j se transformiše u projekciju K momenta na osu simetrije. Za ukupno karakterisanje nivoa sa nesferičnim potencijalom, pored K , potrebna su još tri kvanta broja. Ali nalaženje skupa njl , brojeva, koji imaju pregledni fizički smisao do sada nije uspelo. Zbog toga se često koriste asimptotski kvantni brojevi, koji su dobri pri velikim deformacijama, a nivoi se prosto numerišu prema rastu energije pobudjenja.



Slika 14. Zavisnost položaja nivoa od deformacije za neizotropni harmonijski oscilator. Energija u jedinicama $\hbar\omega_0$, brojevi nad nivoima- broj nukleona u ljuski.

Jedan od najčešće korišćenih nesfernih potencijala je Nilsenov

$$V(r) = \frac{1}{2}M(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) + \vec{C}\vec{l} \cdot \vec{s} + D\vec{l}^2 \quad (17)$$

gde je $\omega_x^2 = \omega_y^2 = \omega_0^2(1 + \frac{2}{3}\beta)$, $\omega_z^2 = \omega_0^2(1 - \frac{4}{3}\beta)$

a ω_0 , C, D su konstante.

Pri velikim deformacijama uloga poslednja dva sabirka postaje mala. Pri zanemarivanju tih sabiraka, kretanje nukleona u Nilsenovskom potencijalu se svodi na nezavisne harmonijske oscilacije po trima osama. Vrednosti energija tih oscilacija su $\hbar n_1 \omega_x, \hbar n_2 \omega_y, \hbar n_3 \omega_z$ gde su n_1, n_2 i $n_3=0,1,2,3,\dots$ i imaju ulogu kvantnih brojeva koji karakterišu stanje nukleona. Od ova tri kvantna broja moguće je preći na tri druga, $N=n_1+n_2+n_3$, projekciju Λ orbitalnog momenta na osu simetriju i n_3 . Dodavši ovim brojevima N, n_3 i Λ još i projekciju spina na osu simetrije, dobijamo takozvanu asimptotski skup kvantnih brojeva koji se često koriste u literaturi. Primitimo da nivoi sa nesfernim potencijalom imaju određenu parnost.

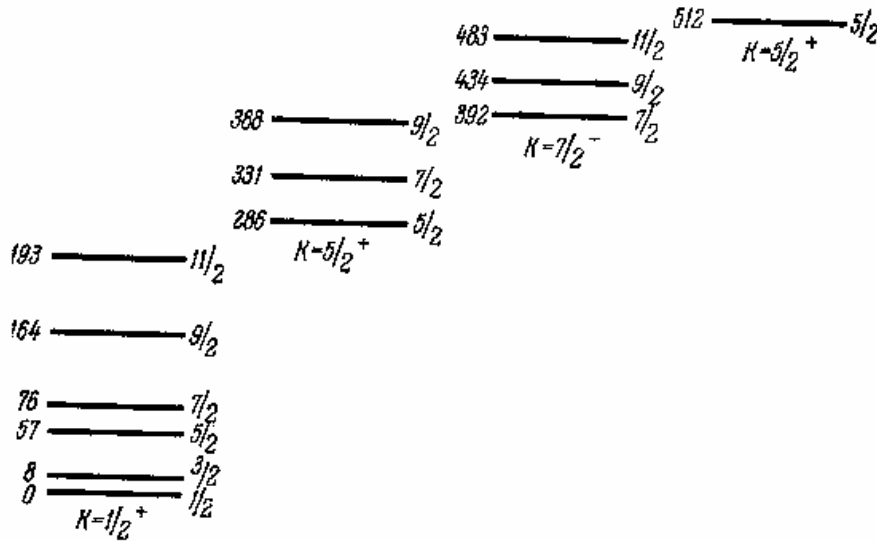
5. Na slici 13 dat je spektar nivoa nukleona u Nilsenovom potencijalu pri raznim vrednostima parametara deformacije β . Razmotrimo karakterne osobine ovoga spektra. Ukidanje degeneracije po K dovodi do povećanja ukupnog broja raznih nivoa u poredjenju sa sfernim slučajem. Pri rastu parametra deformacije nivoi koji odgovaraju jednoj ljuski postepeno se šire. Pri deformacijama reda 0.3-0.4 ljuske počinju da se prekrivaju. Ovo gubljenje svojstava ljuski pri velikim deformacijama se očuvava i za nesferne potencijale drugih formi. Medjutim pri daljem povećanju deformacije, kao što se vidi sa slike 14, ponovo počine grupisanje nivoa u ljuske. Nove ljuske imaju bitnu ulogu u teoriji spontanog deljenja nuklearnih izomera. Niz nivoa Nilsenovog potencijala se generalno loše slažu sa eksperimentalnim podacima o nuklearnim nivoima. Zbog toga se poslednjih godina koristi nesferni potencijal Saxon -Woodsa, koji se dobija iz (3) i (5) zamenom

$$R \rightarrow R(\vartheta) = R(1 + \beta)Y_{20}(\vartheta)$$

gde sferna funkcija

$$Y_{20}(\vartheta) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \vartheta - \frac{1}{2} \right)$$

6. U adijabatskoj aproksimaciji ne iskazuje se svako stanje ujutrašnjeg kretanja pri dovodjenju jezgra u rotaciju. Zbog toga, svakom stanju unutrašnjeg kretanja odgovara rotaciona traka u kojoj je $J=K, K+1, \dots$ Primer je dat na slici 15, za jezgro ^{239}Pu . Na slici se vide četiri rotacione trake od kojih svaka odgovara određenom stanju poslednjeg nukleona.



Slika 15. Različite rotacione trake u spektru jezgra izotopa ^{239}Pu .

Model jake interakcije dobro objašnjava električni kvadripolni momenat jezgra. Momenti inercije koji se dobijaju pretpostavljajući da je jezgro tvrdo telo, prevazilaze eksperimentalne rezultate. Ispravne vrednosti momenata inercije se dobijaju uračunavanjem sparivanja nukleona.

7. U opštem modelu sa jakom interakcijom, moguće je podeliti jezgro na nesferični trup i jedan ili nekoliko spoljašnjih nukleona. U adijabatskoj aproksimaciji ta varijanta modela ne daje kvalitativno nove rezultate, ali dovodi do uprošćavanja rezultata. Medjutim u modelu jake interakcije spoljašnji nukleon nije odvojen od trupa velikim međuprostorom.

6. Drugi modeli i zaključna zapažanja

1. Osim gore pomenitih, za objašnjavanje različitih detalja strukture jezgra koristi se celi niz drugih modela. Skoro svi ti modeli su varijante prethodnih (uprošćene, ili pak komplikovanije).

2. Model Fermi gasa. Krajnje uprošćena varijanta modela ljuski, u kome se nukleoni tretiraju kao idelni fermi-gas zatvoreni u velikom prostoru. Oblast primenljivosti: jednostavno kvalitativno objašnjenje nekih svojstava jezgara, kao što je zasićenje nuklearnih sila, postojanje velike energije simetrije i td.

3. Nuklearna materija. U ovom modelu proučavaju se svojstva hipotetičke, u prirodi nepostojeće neprekidne sredine, koja se sastoji iz jednakog broja protona i neutrona. Pri tome, ne uzima se u obzir kulonovo odbijanje koje je prepreka stvaranju vrlo velikih jezgara. Smatra se da je centralna oblast teških jezgara, po svojim karakteristikama slična nuklearnoj materiji. Oblast primenljivosti: računanje gustine i parcijalne energije veze nuklearne i neutronske materije, objašnjavanje zasićenja nuklearnih sila i dr.

4. Model ljuski sa sparivanjem. U ovoj varijanti modela ljuski preostala interakcija se uračunava uvođenjem sila sparivanja, koje dejstvuju samo između nukleona iste vrste, čiji se kvanti brojevi n , l , j poklapaju, a projekcija m_j je jednaka po

apsolutnoj vrednosti, ali različita po znaku. Ovaj model dobro objašnjava spinove i parnosti osnovnih i mnogih niskopobuđenih stanja skoro svih jezgara. Znatan uspeh ovog modela je objašnjenje činjenice da je jezgro delimično supertečno, tjest dobijanje vrednosti momenata inercije.

5. Model nuklearnih asocijacija. U staroj varijanti ovog modela, jezgro se tretira kao da se sastoji od više lakih jezgara. Na primer jezgro ${}^6_3\text{Li}$ smatra se da se sastoji od alfa čestice i deuteronu, jezgro ${}^{12}\text{C}$ se sastoj od tri alfa čestice. i td. U savremenoj varijati talasna funkcija jezgra se bira u obliku superpozicije talasnih funkcija raznih vezanih stanja. Pomoću ovog modela uspešno se objašnjava struktura većeg broja stanja raznih lakih jezgara. Oblast primene je ograničena na stanja lakih jezgara.

6. Model ljuski sa preostalom interakcijom. Ovo je najopštija i najsavremenija forma modela ljuski u kome se na jedan ili drugi način bira potencijal preostale interakcije. Model je glomazan matematički ali dozvoljava objašnjavanje velikog broja kvantitativnih podataka karakteristika raznih nivoa i mnogih svojstava nuklearnih reakcija i nuklearnih raspada.

7. U zaključku ćemo pokušati da odgovorimo na pitanja *na šta jezgro liči*, koje od poznatih stanja materije je najsličnije nuklearnoj materiji.

Trenutno, treba smatrati da je glavno svojstvo nuklearne materije postojanje nezavisnih kretanja, strogo rečeno jednočestičnog tipa. Put do shvatanja tog svojstva je bio dug i težak, jer nije zasnovano na jednoj ili nekoliko činjenica, već na obimnom sveukupnom znaju i podacima o statičkim svojstvima, spektrima pobuđenih stanja, a takodje i na nuklearnim reakcijama. Iz tog svojstva, sleduje da jezgro pre svega liči na degenerisani fermi gas, tj. na gusti idealni gas, koji se sastoji iz čestica podvrgnutih Paulijevom principu i koje se nalaze na temperaturi kT , mnogo manjoj od kinetičke energije poslednjeg popunjenog stanja. Takav nukleonski gas liči na elektronski gas u kristalima.

Ta analogija sa gasom, medutim, veoma je ograničena, jer jezgro samo po sebi ima ograničenu zapreminu i skoro konstantu gustinu i ne teži da zauzme maksimalnu zapreminu, kao što je to slučaj kod gasova. Konstantnost gustine približava jezgro tečnostima, a zbog izrazite pojave kvantnih efekata naziva se fermi – tečnost. Ali kap tečnosti treba da ima sfernu formu.

Usled postojanja velikog broja jezgara koja nemaju sfernu formu u ravnotežnom stanju jezgro se približava svojstvima kristalnog stanja materije.

Ali kristal i jezgro, u celini malo liče zbog nalaženja jednočestičnih unutrašnjih kretanja, svojstvo koje je tipično za atome, a ne kristale. Krug se zatvorio. Primetimo da u ovaj krug nije ušla plazma (najrasprostranjenija forma materije u svemiru). Ovo nije slučajno. Jezgra najmanje od svega liči na plazmu, koja ima malu gustinu a glavnu ulogu ima daleko dejstvujuća (Kulonovska) sila.

Dolazimo do zaključka da je jezgro novo sveobuhvatno stanje materije, koje ima osobine fermi gasa, fermi tečnosti i tvrdog tela.