

Универзитет у Крагујевцу
Природно-математички факултет
Експериментална вежба из
Атомске физике

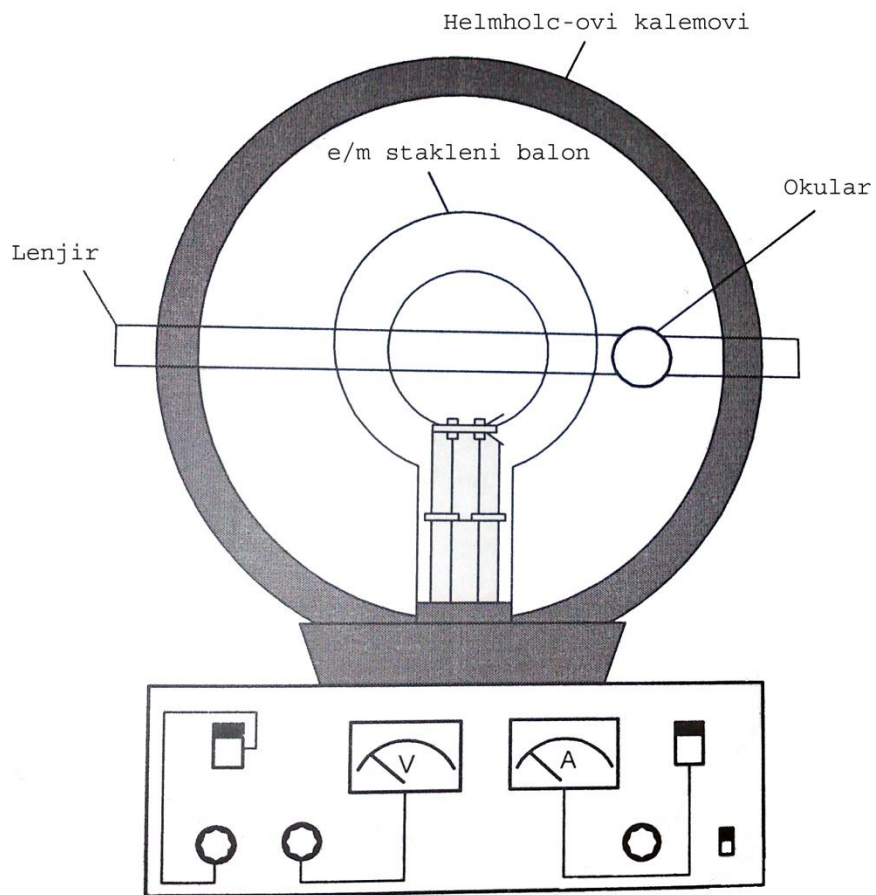
Асистент: мр Владимир Марковић

Одређивање специфичног наелектрисања електрона (e/m)

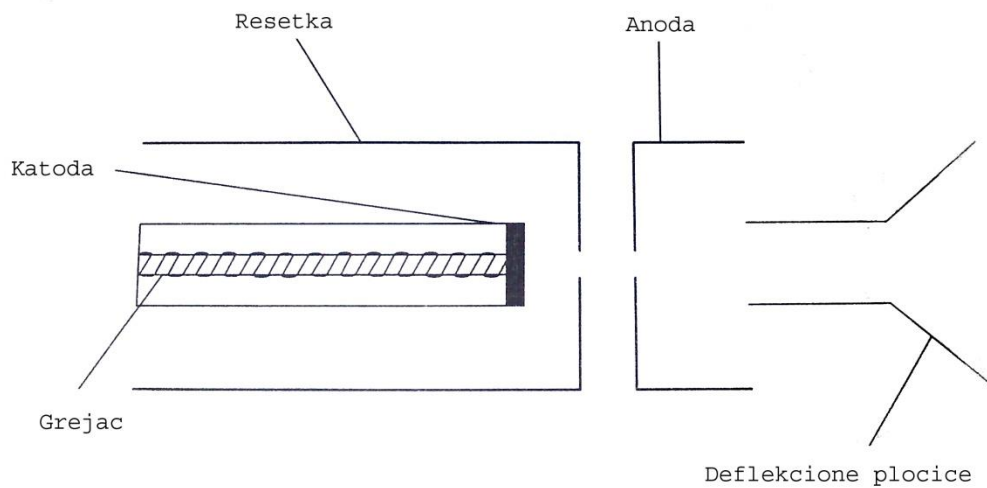
Увод

Апаратура за одређивање специфичног наелектрисања (e/m), базирана на Томсоновој методи, се састоји од стакленог балона у којем је затопљен систем састављен од влакна за грејање катоде, катоде, решетке, аноде и пара дефлекционих плоча, Слика 1. Електрони напуштају загрејану катоду услед термоелектронске емисије и даље се убрзавају високим анодним напоном. На решетки и аноди се налази узан отвор кроз који пролазе електрони, Слика 2. Стаклени балон је испуњен хелијумом под ниским притиском, Слика 3. Известан број електрона емитованих са катоде се сударају са атомима хелијума који се притом ексцитују. Приликом враћања у основно стање емитују зрачење из видљивог дела спектра. Тако електрони остављају видљив траг унутар стакленог балона. Стаклени балон је смештен између између пара Helmholtz-ових калема који производе униформно магнетно (видети додатак) поље познате индукције. Постоље стакленог балона се може ротирати тако да се електронски сноп може поставити нормално на индукцију магнетног поља. Електронски сноп формира кружну путању радијуса r , који зависи од убрзавајућег напона U , индукције магнетног поља B и односа $\frac{e}{m}$. Ова кружна путања је видљива и може се измерити полупречник кружнице.

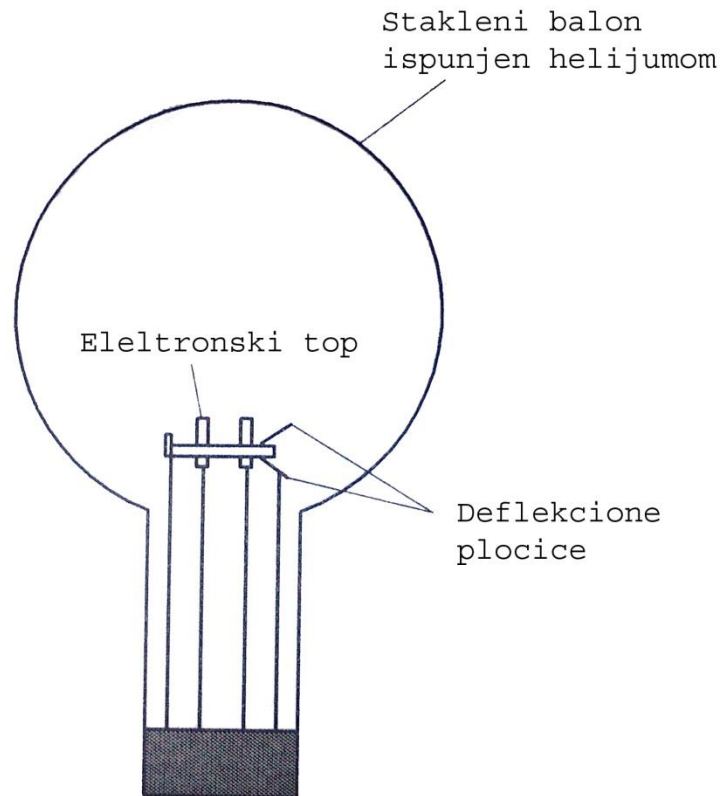
Ова апаратура се може користити и за проучавање кретања електрона у случају различитих праваца индукције магнетног поља ротирањем стакленог балона.



Слика 1. е/м апаратура



Слика 2. Екелтронски топ



Слика 3. Стаклени балон испуњен хелијумом

Дефлекционе плоче немају улогу при одређивању $\frac{e}{m}$. Оне се могу користити за визуелно опажање скретања електрона услед електричног поља које се јавља између ових плоча.

Лоренцова сила којом магнетно поље делује на електроне је

$$\vec{F} = e \cdot \vec{v} \times \vec{B}, \quad (1)$$

где је e - наелектрисање електрона, \vec{v} - брзина електрона и \vec{B} - индукција магнетног поља.

Када је емитовани електронски сноп нормалан на индукцију магнетног поља електрони ће скретати у равни у којој се налазе калемови. Када се путања затвори у кружницу настаје динамичка равнотежа између силе магнетног поља и центрифугалне силе:

$$F = F_{cf}$$

$$evB = \frac{mv^2}{r} \quad , \quad (2)$$

где је m маса електрона и r полупречник путање електрона.

Решавањем (2) по v , добија се:

$$v = \frac{eBr}{m} \quad (3)$$

У експерименту електрони добијају енергију од електричног поља створеног потенцијалном разликом U између катоде и аноде:

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \quad (4)$$

Комбиновањем једначина (3) и (4) добијамо:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2} \quad (5)$$

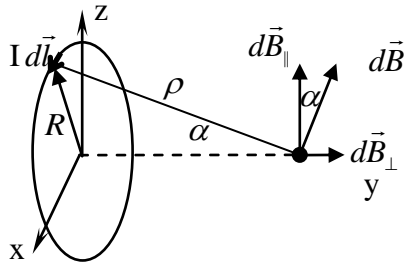
Магнетну индукцију је потребно изразити преко мерљивих величина. Магнетна индукција на растојању x од центра кружног намотаја струје полупречника r на њеној оси је:

$$B_0 = \frac{\mu r^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (6)$$

Релацију (6) можемо извести полазећи од Био-Savar-Laplasovog закона:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (7)$$

Уколико имамо струјну контуру у облику кружнице, као на Слици 4, полупречника R и изаберемо један струјни елемент $I d\vec{l}$, индукција магнетног поља у некој тачки на оси кружнице се може разложити на компоненту у правцу осе и нормалну на осу симетрије кружнице. Из разлога симетрије треба посматрати компоненту индукције магнетног поља која је у правцу осе симетрије кружнице.



Слика 4. Индукција магнетног поља кружног проводника у тачки на оси кружног проводника

Са слике 4 је:

$$dB_{\perp} = dB \cdot \sin(\alpha) \text{ и } \sin(\alpha) = \frac{R}{\rho}, \quad (8)$$

па је

$$B_{\perp} = \frac{IR\mu_0}{4\pi\rho^3} \int_0^{2\pi R} dl. \quad (9)$$

Како је

$$\rho = \sqrt{y^2 + R^2}, \quad (10)$$

можемо записати израз за магнетску индукцију у облику:

$$B_{\perp} = \frac{\mu R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (10a)$$

I је струја кроз један намотај. Како имамо N намотаја можемо писати

$$B = \frac{N\mu R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (11)$$

Helmholtс-ови калемови су постављени симетрично и то тако да струја кроз њих тече у истим смеровима, тако да се индукције магнетног поља између калемова сабирају, па је сада:

$$B = 2 \frac{N\mu R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{N\mu R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (12)$$

Заменом (12) у (5) добијамо:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U(R^2 + x^2)^3}{N^2 \mu^2 R^4 I^2 r^2}$$

Конфигурација Helmholtz-ових калемова је таква да су два калема на растојању једнаком њиховом радијусу, $x = R = 0.07m$ и имају по $N=160$ намотаја, на основу чега се може извести релација за одређивање специфичног наелектрисања електрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{16UR^2}{N^2 \mu^2 I^2 r^2} \quad (13)$$

$$\frac{e}{m} = (1.9 \cdot 10^6) \cdot \frac{U[V]}{I^2[A^2] \cdot r^2[m^2]} \frac{C}{kg}$$

Како је величина које се директно мери у експерименту пречник, тј. дијаметар путање електрона, релација (13) се може изразити преко пречника (дијаметра) d :

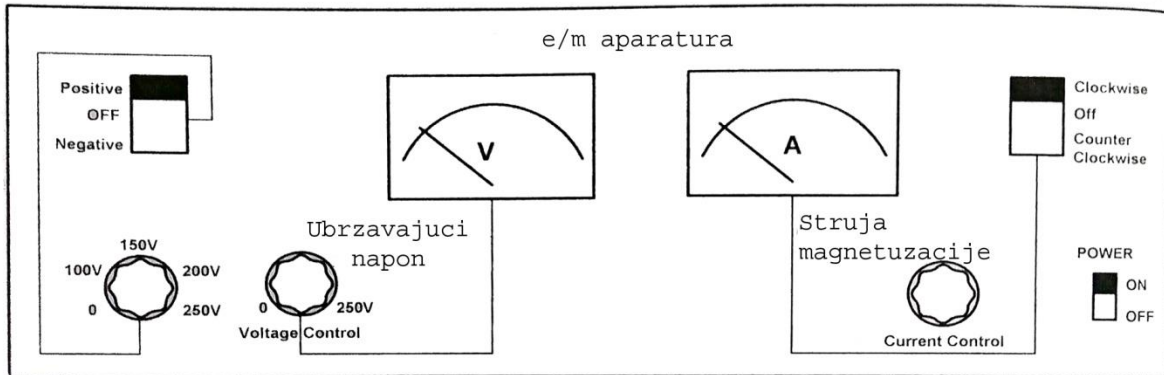
$$\frac{e}{m} = (7.567 \cdot 10^6) \cdot \frac{U[V]}{I^2[A^2] \cdot d^2[m^2]} \frac{C}{kg} \quad (14)$$

Литературна вредност специфичног наелектрисања (e/m) износи:

$$\frac{e}{m} = 1.758820088 \pm 39 \times 10^{11} \text{ C/kg} \quad (15)$$

Вежба:

e/m стаклени балон је постављен на ротирајуће постоље између пара Helmholtz-ових калемова. Балон се може ротирати око вертикалне осе мењајући оријентацију снопа електрона у односу на Helmholtz-ове калемове. На овај начин је омогућена демонстрација скретања електрона у магнетном пољу. Смер струје у Helmholtz-овим калемовима се може мењати. Струја магнетизације I и убрзавајући напон U се могу мерити амперметром и волтметром монтираним на предњем панелу апаратуре, Слика 5. За одређивање e/m постоље балона се ротира тако да путања снопа електрона буде под правим углом у односу на индукцију магнетног поља. Електронски снап закреће у кружну путању. Пречник путање електронског снопа се мери скалом која је монтирана испред стакленог балона. Ова скала има клизач са монтираним шупљом цеви са нишаном, како се неби правила грешка мерења услед угла гледања. База апаратуре садржи извор напајања, а комплетна апаратура је смештена у дрвену кутију.



Слика 5. Предњи панел апаратуре e/m

Задаци

- Пре укључивања прекидача на „ON“, проверити да ли су прекидачи и потенциометри искључени и постављени на минимум.
- Укључите прекидач „POWER“ на „ON“. Светлеће индикаторска лампа.
- Сачекајте неколико минута да се катода загреје.
- Окрените потенциометар који служи за промену убрзавајућег напона како би се повећао напон. Линеарни електронски сноп који се емитује из електронског топа ће бити видљив. Подесите убрзавајући напон на 200 V .
- Јасно је да електрони сами по себи нису видљиви. Оно што се посматра је сјај атома хелијума у стакленом балону услед судара електрона са атомима хелијума. Види се електомагнетно зрачење које настаје деексцитацијом хелијума који је предходно био ехцитован на више енергетско стање услед судара са електронима.
- Зарорирајте e/m стаклени балон тако да сноп електрона буде паралелан равни у којој се налазе Helmholtс-ови калемови.
- Мегнетно поље Земље утиче на мерења, али је ово поље много мањег интензитета и може се занемарити у првој апроксимацији.
- Полако појачавајте струју магнетизације на око 1 A. Електронски сноп ће се закривити. Појачавањем струје смањиваће се радијус путање електрона.
- Уколико сноп електрона не затвара лепо круг, већ се формира завојница, стаклени балон није подешен тако да је сноп електрона у равни калемова. Ротирајте стаклени балон док се не формира затворена кружница.

- Измерите положај спољњег дела снопа електрона на левој, x_1 , и десној, x_2 , страни, помоћу нишана (окулара). Дијаметар снопа израчунавате као $d = x_2 - x_1$.
- Очитајте вредност струје магнетизације на амперметру и убрзавајућег напона на волтметру.
- Смањујте убрзавајући напон за по 20 V и измерите пречник путање електрона.
- Приликом мерења водите рачуна да вредности убрзавајућег напона буду између 80 V и 250 V . Струја магнетизације не сме прећи 2 A .
- Не остављати снап укључен дуг период времена.

Резултати

Резултате мерења сортирајте у табелу облика:

	Убрзавајући напон $U [V]$	Струја магнетизације $I [A]$	Дијаметар снопа $d [m]$	$d^2 [m^2]$	$\Delta(d^2)$
1.					
2.					
3.					

За фиксирану вредност струје магнетизације мењан је убрзавајући напон. Уколико релацију (14) запишемо у облику:

$$d^2 [m^2] = \frac{7.576 \cdot 10^6}{I^2 [A]} \frac{m}{e} U [V], \quad (16)$$

тј.
$$d^2 = k \cdot U, \quad (17)$$

можемо нацртати график зависности d^2 од U који ће имати линеаран тренд. На графику нацртати грешке мерења (error bars) за сваку измерену тачку на апциси и ординанти. Уколико су грешке мање од величине најмањег подеока графика, као грешку цртати најмањи подеок графика. Права линија мора да пресеца грешке. Са графика се може скинути коефициент правца праве графичком методом. На основу коефицијента правца праве одредити e/m као и припадајућу грешку. Уколико график пролази кроз

координатни почетак, узети тачку $O(0,0)$ као једну сигурну тачку. У супротноме изабрати две тачке са графика, између прве и друге $A(x_A, y_A)$ и предпоследње и последње $B(x_B, y_B)$, и на основу очитаних вредности на апциси и ординати одредити коефицијент правца праве. Грешке $\Delta x_A, \Delta x_B, \Delta y_A$ и Δy_B узети као већу грешку суседних тачака. Уколико су грешке мање од величине најмањег подеока на графику, као грешку узети најмањи подеок на графику.

$$\frac{e}{m} = \frac{7.576 \cdot 10^6}{I^2 [A]} \frac{1}{k \left[\frac{m^2}{V} \right]} \quad (18)$$

Нацртати скицу експерименталне апаратуре и скицирати векторе брзине електрона, Лоренцове силе којом индукција магнетног поља делује на електроне и вектор индукције магнетног поља.

Грешке мерења

Главни извор грешки у овом експерименту је брзина електрона. На аноди постоји рупица кроз коју електрони пролазе. По проласки кроз аноду они осећају привлачно електрично поље које тежи да их врати натраг ка аноди. Због тога брзина електрона није униформна и нешто је мања од теоријске вредности. Такође се при судару са атомима хелијума делимично успоравају. Све ово се одражава на снап електрона који се проширује ка центру са пређеним растојањем, тако да се светли видљиви траг размазује. Да би се умањила грешка мерења потребно је мерити спољни радијус снопа јер он одговара електронима са већим брзинама.

Други извори грешки су величине које су мерене:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x =$$

$$\Delta U =$$

$$\Delta I =$$

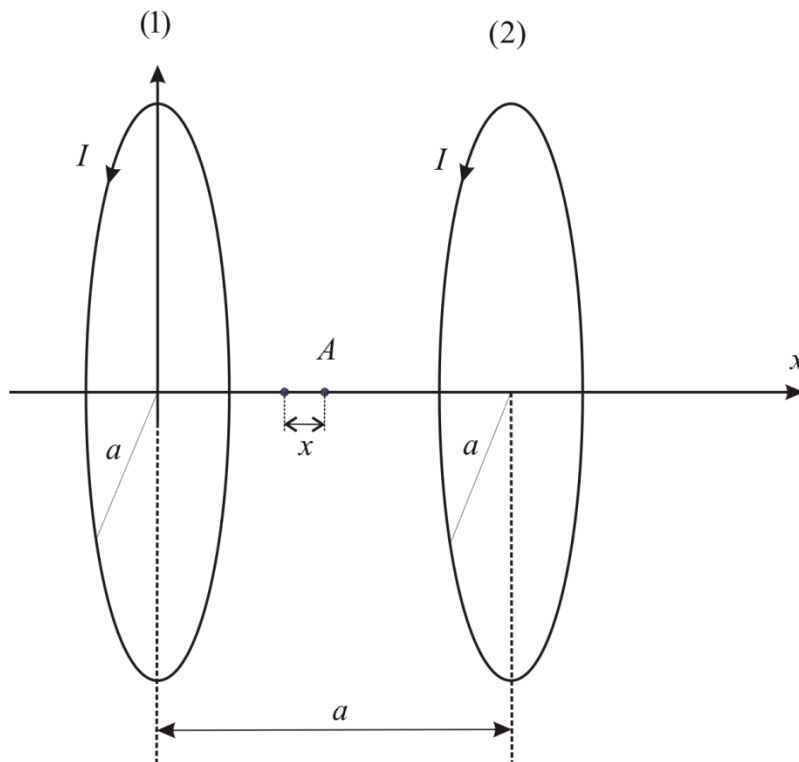
Проценити грешке измерених величина и на основу њих изразити грешку сваке израчунате величине. Напр., за грешку $\frac{e}{m}$ треба добити:

$$\frac{\Delta\left(\frac{e}{m}\right)}{\frac{e}{m}} = 2 \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta k}{k} \quad (19)$$

Напомена: Заокруживање вредности физичких величина се врши исто као и заокруживање бројева. Грешке се заокружују на прву или другу сигурну цифру тако да, ако је иза прве или друге сигурне цифре 0, узима се вредност сигурне цифре. Уколико је цифра иза прве или друге сигурне цифре 1 или више, сигурна цифра се повећава за један. Напр: $0.01023 \approx 0.01$, док је $0.01223 \approx 0.02$.

Вредности физичких величина треба заокружити на ону цифру на којој је грешка мерења.

Додатак. Показати да је магнетно поље око центра Хелмхолцових калемове у доброј мери хомогено.



У тачки А јачина магнетног поља једног од намотаја калемова на основу релације (10а) износи:

$$H_1 = \frac{I}{2} \frac{a^2}{\left(a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \quad (21)$$

$$H_2 = \frac{I}{2} \frac{a^2}{\left(a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \quad (22)$$

У x околини тачке A јачина магнетног поља износи:

$$H_1 = \frac{I}{2} \frac{a^2}{\left(a^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2\right)^{3/2}} \quad (23)$$

$$H_2 = \frac{I}{2} \frac{a^2}{\left(a^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2\right)^{3/2}} \quad (24)$$

Развијмо јачину магнетног поља у Маклоренов ред у околини тачке $x=0$. Како је x мала вредност можемо одбацити квадратни и остале чланове реда.

$$H_1 = H_1(x=0) + H_1'(x=0) \frac{x}{1!} + H_1''(x=0) \frac{x^2}{2!} + \dots \quad (25)$$

$$H_1 \approx H_1(x=0) + H_1'(x=0)x \quad (26)$$

$$H_1 \approx \frac{I}{2} \frac{a^2}{\left(a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{3/2}} + \frac{Ia^2}{2} \left[\left(a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{-3/2} \right]_{x=0} x \quad (27)$$

$$H_1 \approx \frac{4I}{5\sqrt{5}a} \left(1 + \frac{6}{5}x\right) \quad (28)$$

На исти начин за H_2 се добија:

$$H_1 \approx \frac{4I}{5\sqrt{5}a} \left(1 - \frac{6}{5}x\right) \quad (29)$$

Укупна јачина магнетног поља у околини тачке A износи

$$H = H_1 + H_2 \quad (30)$$

$$H = \frac{4I}{5\sqrt{5}a} \left(1 + \frac{6}{5}x\right) + \frac{4I}{5\sqrt{5}a} \left(1 - \frac{6}{5}x\right) \quad (31)$$

$$H = \frac{8\sqrt{5}}{25} \frac{I}{a} \quad (32)$$

Изражено преко дијаметра $d = 2a$

$$H = \frac{16\sqrt{5}}{25} \frac{I}{25} \quad (33)$$

$$B = \frac{16\sqrt{5}}{25} \frac{\mu_0 I}{25} \quad (34)$$

На основу релације (34) може се видети да интезитет индукције магнетног поља је константан у околини тачке A .