

## 21. LASERI

### 21.1. Neki osnovni koncepti lasera

Laser je postao izvor svetlosti bez koga moderna spektroskopija ne bi postojala (vidi Glavu 22). Pored toga, procesi koji dovode do emisije laserske svetlosti su divan primer primene osnovnih znanja o interakciji izmedju svetlosti i atoma. Iz oba razloga, tretiraćemo lasere do u detalje.

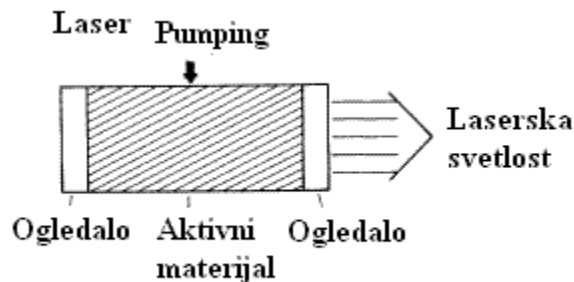
Reč LASER je akronim za “ligh amplification by stimulated emission of radiation”. Kao što ćemo videti kasnije, laser nije samo pojačana svetlost, već u mnogim slučajevima deluje kao vrlo specifičan izvor, koji emituje svetlost jedinstvenih osobina, naime:

1) izuzetno veliki stepen monohromatičnosti (privremena koherencija). Može se dostići širina linije  $\Delta\nu$  reda desetak Hz. Ovo znači da je u vidljivoj oblasti relativna širina linije  $\Delta\nu/\nu \leq 10^{-15}$ . Koherentni talasni “voz” ima dužinu  $l$  od 300 000 km (koherentna dužina se računa iz  $l=c\Delta t=c/\Delta\nu$ ) na suprot svetlosti iz konvencionalnih izvora, koja se sastoji od “špageta” svetlosnih talasnih “vozova” dužine oko 1 m.

2) Vrlo velika usmerenost svetlosti, koja je praktično ograničena samo efektom difrakcija na izlaznom prozoru svetlosti (prostorna konvergencija).

3) Visoki intenzitet zračenja, koji može da dostigne  $10^{12}$ - $10^{13}$  W u impulsnom režimu. Zajedno sa osobinama 1) i 2) ovo rezultira u vrlo velikoj gustini fluksa fotona u vrlo uskom spektralnom opsegu.

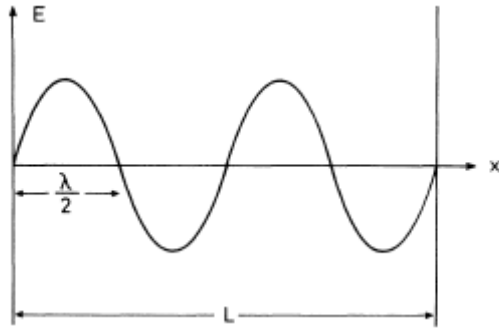
4) mogućnost generisanja ultra kratkih impulsa (do  $10^{-14}$  s) visokog intenziteta.



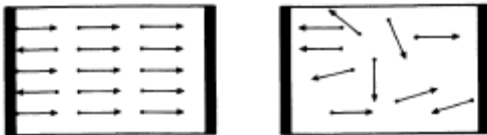
Slika 21.1. Elementi lasera.

Delovanje lasera se može razumeti razmatranjem njegovih elemenata (Sl. 21.1). Sastoji se, u principu, od komada “laser-aktivnog” materijala, koji može biti čvrst kao rubin (kristal  $\text{Al}_2\text{O}_3$  dopingovan Cr jonima). Joni hroma, koji su odgovorni za crvenu boju kristala, doživljavaju optičke prelaze koji omogućuju laser. Drugi primer su stakla dopingovana neodijumom koji je aktivan materijal. Laserski proces se takodje može odigrati u gasovima ili u nekim obojenim rastvorima. Obojeni laseri su posebno važni za praktične primene, jer se mogu kontinualno podešavati. Laser je ograničen sa dve strane

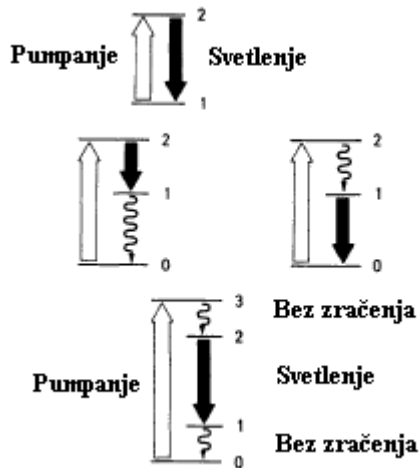
sa dva ogledala. Ako o laseru razmišljamo kao o talasu, onda prepoznamo da se stojeći talas može formirati između dva ogledala, ako je celobrojni umnožak polovine talasne dužine jednak rastojanju između ogledala (Slika 21.2). S druge strane, ako ga razmatramo kao fotonski izvor svetlosti, onda se fotoni koji se kreću u aksijalnom pravcu reflektuju nazad i “učvršćuju se” između ogledala, dok oni koji se kreću u bilo kom drugom pravcu brzo napuštaju laser (Slika 21.3).



Slika 21.2. Stojeći talas između ogledala lasera.



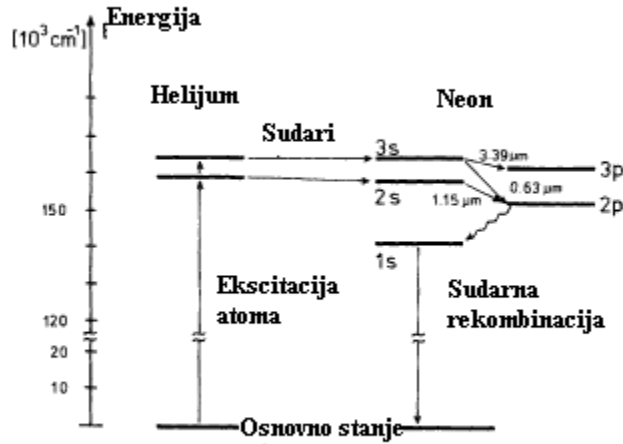
Slika 21.3. Fotoni u laseru. Vidi tekst



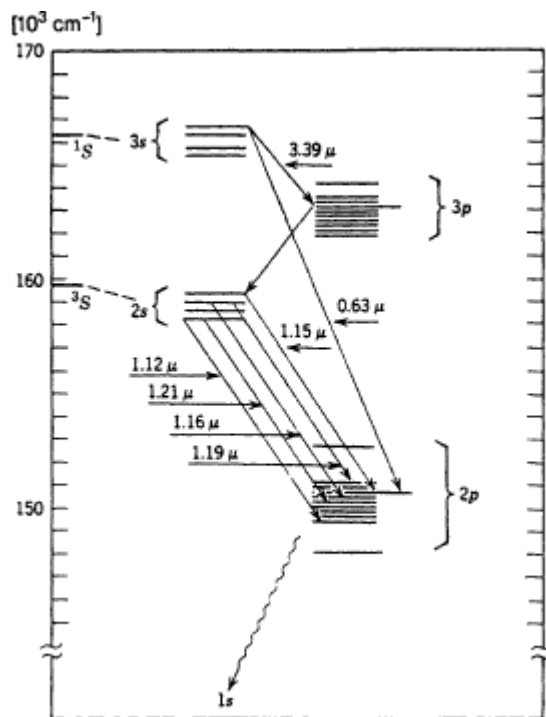
Slika 21.4. Tipična šema pumpanja. Gore, atom sa dva nivoa. Sredina, atom sa tri nivoa, levo, gornji (optički) prelaz je laserski aktivan; desno, donji (optički) prelaz je laserski aktivan. Dole, atom sa 4 nivoa. Srednji (optički) prelaz je laserski aktivan.

Konačno laser se može “pumpati” dodavanjem energije spolja (pod pumpanjem se ovde podrazumeva ekscitacija velikog broja atoma). Mogu se koristiti različite metode pumpanja zavisno od atoma. U šemi na slici 21.4 laserski atomi se ekscituju na stanje 2 optičkim pumpanjem, tj. ozračivanjem svetlošću. Odavde atomi mogu da padnu u stanje 1 emisijom kvanta svetlosti. Ista slika pokazuje druge mogućnosti pumpanja. Helijum-neonski laser demonstrira naročito interesantan metod uspostavljanje ekscitovanih stanja.

Proces pumpanja u ovom slučaju je objašnjen u zaglavljima slika 21.5 i 21.6. Slika 21.7 pokazuje konstrukcioni plan helijum-neonskog lasera.



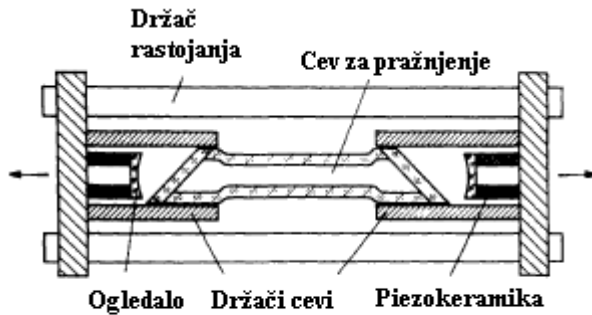
Slika 21.5 Ekscitacioni i rekombinacioni procesi u helijum neonskom laseru (shematski). Simboli  $1s, 2s, \dots$  korišćeni desno u spektru neona su u arbitrarni tehnički termini (Pashenovi simboli) objašnjeni u legendi slike 21.6. Helijumovi atomi se ekscituju u  $^1S$  ili  $^3S$  stanju sudarima sa elektronima u cevi za gasno pražnjenje. Kako ekscitaciona energija odgovara  $2s$  i  $3s$  stanjima neona, ova energija se može preneti sa helijuma na neon preko atomskih sudara. Elektroni u  $3s$  ili  $2s$  stanju neona onda odlaze u  $3p$  ili  $2p$  stanje, i emisija laserske svetlosti se može pripisati ovom procesu (kontinualne strelice). Elektroni se onda vraćaju nazad u  $1s$  stanje emisijom drugog svetlosnog kvanta. Konačno atomi neon gube preostalu energiju i vraćaju se nazad u osnovno stanje usled sudara sa drugim atomima. U realnosti, shema termova neona je mnogo komplikovanija nego što je ovde pokazano (Slika 21.6). Zapazi da je energija osnovnog stanja izabrana kao nulta tačka energije.



Slika 21.6. Šema cepanja i prelaza atoma helijuma (leva ordinata) i neona . Osnovno stanje neona koje nije ovde prikazano, ima elektronsku konfiguraciju  $1s^2 2s^2 2p^6$ . U ovim stanjima, jedan od šest  $2p$  elektrona se ekscituje. Ako damo samo konfiguraciju šest spoljašnjih elektrona, onda skraćenice,  $1s$ ,  $2s$ , i  $3s$  važe za  $2p^5 3s$ ,  $2p^5 4s$  i  $2p^5 5s$ , respektivno. Svako od ovih stanja se sastoji od 4 terma. Skraćenice  $2p$  i  $3p$  važe za  $2p^5 3p$  i  $2p^5 4p$  od kojih svaki ima 10 termova.

Osnovna ideja lasera je sledeća; zamislimo da je značajan broj atoma pobudjen u neko stanje optičkim pumpanjem. Onda se fotoni emituju spontano. Ako foton interaguje sa drugim ekscitovanim atomom, može indukovati da taj atom emituje drugi foton. Kroz ponavljanje ovog procesa stvori se lavina fotona. Proces ne može da ode u beskonačnost, jer se sve više i više atoma vraća u osnovno stanje. Ako se energija konstantno dodaje pumpanjem može se postići ravnoteža. Sada treba da proučimo zahteve za uslove ekscitovanja i radijacione osobine, koji su neophodni da bi se laser aktivirao. Za ovu svrhu, spontana emisija svetlosti, nazvana fluorescencija se mora zameniti indukovanom, kolektivnom emisijom, koja dovodi do karakterističnih osobina lasera.

Na dalje ćemo diskutovati važan slučaj u kome se u laserskom procesu generiše jedan tip fotona, naime fotoni, koji se kreću u aksijalnom pravcu i tačno fituju izmedju ogledala kao stojeći talas. Takodje se pretpostavlja da je osnovna frekvencija svetlosti u rezonanci sa frekvencijom prelaza atoma. Laser koji ima ove osobine naziva se "jedno modni laser". U sledećoj sekciji razvićemo teoriju ovog lasera u obliku fotonskog modela, a u sekciji 21.3 u obliku talasnog modela.



Slika 21.7. Primer gasnog lasera. Najvažniji deo je cev koja sadrži smešu helijuma i neona. Površine krajeva su nameštene tako da grade ugao manji od Brusterovog (Brewster) ugla. Ogledala koje su zakrivljena tako da svetlosnim modama daju veću stabilnost su smeštena izvan cevi. Ostali delovi služe kao držači.

## 21.2. Rate jednačina i lasing uslovi

Razmotrimo prvo *rate* jednačinu lasera. Ovde je korisno razmišljati o svetlosti kao o fotonima. Kako smo već zapazili ima različitih tipova fotona, tj. oni koji se kreću paralelno ili pod nekim uglom u odnosu na osu lasera. Očekujemo da aksijalno usmereni fotoni najviše doprinose laserskom procesu, jer oni ostaju između ogledala najviše vremena i tako imaju najveće šanse da izazovu emisiju. Neka je  $n$  broj fotona koje razmatramo i istražimo kako se ovaj broj menja sa vremenom. Broj fotona raste kao rezultat indukovane emisije. Prema Ajnštajnu, brzina porasta je proporcionalna broju atoma u ekscitovanom stanju  $N_2$  i broju  $n$  (sekcija 5.2.3). Takođe je proporcionalna verovatnoći prelaza po sekundi,  $W$ . Normalno, atomi u nižem stanju mogu da apsorbuju fotone, smanjujući njihov broj iz dalje cirkulacije. Broj fotona se smanjuje sa  $W N_1 n$ . Brzina spontane emisije je nezavisna od broja fotona, ali je proporcionalna broju ekscitovanih atoma:  $W N_2$ . Konačno, fotoni mogu da izađu kroz ogledalo ili da budu izgubljeni usled rasejanja. Brzina gubitka je proporcionalna broju  $n$  fotona. Ako pretpostavimo da je vreme života fotona u laseru  $t_0$ , brzina gubitka je  $-n/t_0$ . Tako dobijamo šemu:

Process	Rate, tj broj u s
Stimulisana emisija	$W N_2 n$
Apsorpcija	$-W N_1 n$
Spontana emisija	$W N_2$
Gubici	$-n/t_0$

(21.1)

Sumirajući prethodne izraze, dobijamo jednačinu balansa fotona

$$\frac{dn}{dt} = W(N_2 - N_1)n + W N_2 - \frac{n}{t_0} \quad (21.2)$$

Koristeći svoju ideju o fotonima, Ajnštajn je u izvodjenju Plankove formule pokazao da je  $W$  dato sa

$$W = \frac{1}{VD(v)\Delta v \cdot \tau} \quad (21.3)$$

Ovde,  $V$  treba interpretirati kao zapreminu laserskog materijala,  $\Delta v$  je širina linije elektronskog prelaza između nivoa 2 i 1 atoma, i  $\tau$  je vreme života nivoa 2.  $D(v)dv$  je broj stojećih talasa u jedinici zapremine frekventnog opsega,  $v, v+dv$ .  $D(v)$  je eksplicitno dato sa

$$D(v) = 8\pi \frac{v^2}{c^3} \quad (21.4)$$

gde je  $v$  frekvencija atomskog prelaza. Koristeći (21.3) moguće je izvesti uslov lasera. Kao što je pomenuto, može se generisati lavina fotona. Ovo znači da se jedino izrazi koji su proporcionalni sa  $n$  u (21.2) od interesa. Štaviše, tačnija matematička naliza pokazuje da spontana emisija, predstavljena termom  $WN_2$  nije korelisana sa aktuelnom laserskom svetlošću i da zato proizvodi šum.

Da bi smo izveli laserski uslov, ostavićemo ovaj term na desnoj strani jednačine (21.2). Laserski uslov se može dobiti zahtevom da je brzina generisanja fotona veća od nule:

$$\frac{dn}{dt} = W(N_2 - N_1)n - \frac{n}{t_0} > 0 \quad (21.5)$$

Pošto se pretpostavlja da broj fotona nije jednak nuli (21.5) direktno dovodi do relacije za nužnu "inverziju" po jedinici zapremine,

$$\frac{N_2 - N_1}{V} > \frac{8\pi v^2 \Delta v \tau}{c^3 t_0} \quad (21.6)$$

Jednačina (21.6) je laserski uslov. Da bi se dobila aktivnost lasera, moramo zato odvesti dovoljno atoma u ekscitovano stanje optičkim pumpanjem, tako da razlika u gustini zauzetosti  $(N_2 - N_1)/V$  zadovoljava uslov (21.6). Uslov se lakše zadovoljava ako je desna strana manja. Desna strana postavlja uslov na atome koji će se koristiti. Da bi se omogućila najmanja snaga pumpanja, potrebno je da atomi imaju što je moguće užu širinu linije. Pored toga, laserski uslov je sve teže dostići ako frekvencija lasera  $v$  raste. Vreme života fotona u laseru se mora učiniti što je moguće većim koristeći najbolja raspoloživa ogledala.  $t_0$  se može oceniti na sledeći način;  $1/t_0$  se može uzeti kao brzina napuštanja lasera u sekundi. Ova jačina je, prirodno, proporcionalna brzini svetlosti. Pošto je vreme leta između ogledala proporcionalno rastojanju između njih, verovatnoća gubitka je proporcionalna dužini  $L$ . Konačno, verovatnoća izlaska je inverzno povezana sa reflektivnošću  $R$  ogledala. Ovo daje faktor  $(1-R)$ . Na ovaj način dolazi se do formule

$$\frac{1}{t_0} = \frac{c}{L}(1-R) \quad (21.7)$$

za život fotona.

Celokupna dinamika laserskog zračenja se može opisati, kada pored (21.2) imamo slične jednačine koje opisuju brojčanu zauzetost atomskih stanja. One su zasnovane na šemi pumpanja u sredini sekcije na slici 21.4. Brzina promene zauzetosti stanja  $N_2$  je data sledećom jednačinom, koja se može opravdati intuiativno:

$$\frac{dN_2}{dt} = \underbrace{-WN_2n + WN_1n}_{\text{koherentna inerakcija}} + \underbrace{w_{20}N_0 - w_{12}N_2}_{\text{pumpanje i rekombinacija}}. \quad (21.8)$$

Prva dva člana na desnoj strani predstavljaju koherentne interakcije, a druga dva pumpanje i rekombinaciju. Prva dva člana na desnoj strani opisuju promenu broja zauzetosti  $N_2$ , koje potiču od stimulisane emisije i apsorpcije. Treći član na desnoj strani pokazuje porast broja zauzetosti usled pumpanja iz osnovnog stanja (nivo 0) i zadnji član predstavlja promenu broja zauzeća izazvanog konkurentnim procesima koji ne doprinose laserskom procesu, kao ne radijacione rekombinacije iz stanja 2 u 1. (Uzged, izraz  $w_{20}$  treba čitati kao  $w_{\text{dva nula}}$ , a ne kao  $w_{\text{dvadeset}}$ ).

Sada je lako ubediti se da su jednačine balansa za druga dva nivoa u obliku

$$\frac{dN_1}{dt} = WN_2n - WN_1n + w_{12}N_2 - w_{01}N_1. \quad (21.9)$$

i

$$\frac{dN_0}{dt} = -w_{20}N_0 + w_{01}N_1. \quad (21.10)$$

pretpostavljajući da ignorišemo direktnu rekombinaciju iz stanja 2 u stanje 0. Možemo dobiti ključ za rešavanje ovih jednačina razmatrajući specijalan slučaj. Pretpostavimo da je prelaz iz stanja 1 u u stanje 0 krajnje brz, tako da je nivo 1 praktično ne zauzet, i uzmimo  $N_1=0$ . Od jednačina 21.8–10, onda nam je interesantna samo 21.8, koja se može pisati u formi

$$\frac{dN_2}{dt} = -WN_2n + w_{12}(\bar{N}_2 - N_2) \quad \text{sa} \quad \bar{N}_2 = \frac{w_{20}}{w_{12}} N_0 \quad (21.11)$$

Ovde je  $\bar{N}_2$  vrednost  $N_2$  koja bi se dobila samo uz procese pumpanja i relaksacija, tj. ako je  $n=0$ . Izrazi za fotone se uporošćavaju u

$$\frac{dn}{dt} = WN_2 n - \frac{n}{t_0}. \quad (21.12)$$

Sada ćemo pokazati da laser može da dostigne stabilno stanje, tj, da može da emituje svetlost kontinualno. Ovo zahteva sistem

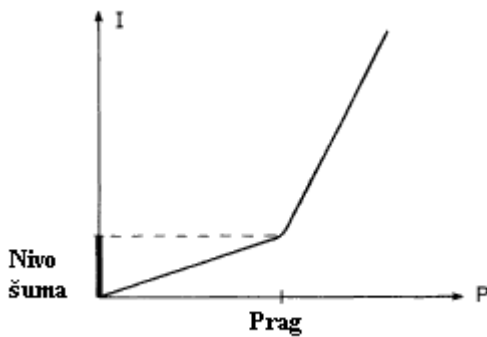
$$\frac{dN_2}{dt} = 0, \quad \frac{dn}{dt} = 0. \quad (21.13)$$

Iz (21.12) dobija se relacija

$$N_2 = \frac{1}{Wt_0} \equiv N_{2,th} \quad (21.14)$$

Ovo znači da se zauzetost  $N_{2,th}$  (th znači threshold, tj prag), ustanovljava za vreme laserskog procesa, i ostaje konstantno, čak i ako dodajemo više energije. Energija pumpanja se zato mora konvertovati primarno u energiju fotona, kao što u stvari i nalazimo rešavanjem (21.11) po  $n$ :

$$n = \frac{w_{12}}{W} \left( \frac{\bar{N}_2}{N_{2,th}} - 1 \right). \quad (21.15)$$



*Slika 21.8. Emisiono ponašanje jednodimenzionalnog lasera. Apscisa: snaga pumpanja, input. ordinata: emisiona moć. Ispod praga, tj kritične snage pumpanja, svetlost se sastoji od sponatno generisanih talasa (šum). Ako se ovo ignoriše, emitovano zračenje je jednako nuli. Aktivacija lasera počinje na pragu.*

Ako srednji broj  $\bar{N}_2$  raste usled povećanja jačine pumpanja  $w_{20}$ , onda prema (21.15) raste broj fotona. Kako broj fotona ne može biti negativan, laserski proces ne počinje dok se ne dostigne kritična vrednost inverzne zauzetosti  $N_{2,th}$ . Ovo daje krivu predstavljenu na Slici 21.8. Ispod izvesne snage pumpanja, ili inverzije, laserska svetlost se ne emituje. Iznad ove snage, broj fotona raste linearno. U realnim uslovima postoji emisija i ispod traga, ali ovo potiče od činjenice da atomi mogu emitovati svetlost spontano, i to je svetlostni šum.



### 21.3. Amplituda i faza laserske svetlosti

U prethodnoj sekciji tretirali smo jedno modni laser u okviru fotonskog modela. Ovo je omogućilo izvođenje laserskog uslova i određivanje broja fotona prisutnih u laseru. Znamo, međutim, da se svetlost ne karakteriše samo intenzitetom, već i određenim faznim karakteristikama, koje uračunavaju fenomene kao što je interferencija. Eksperimentalno je pokazano da postoji granica mogućnosti talasnih “vozova” da interferiraju jedan sa drugim. Razmotrimo konačan talasni voz, koji podelimo u dva pomoću *half-silvered* ogledala. Omogućimo da dva snopa predju različiti put i onda ih dovedemo do interferencije. Očigledno, ovo je moguće ako je putna razlika manja nego dužina talasnih vozova. Razmotrimo sada svetlost iz uobičajene svetiljke, u kojoj svaki atom emituje svoj talasni voz nezavisno od drugih. Kako je emisiono vreme (=životu ekscitovanog stanja) konačno talasni voz ima samo konačnu dužinu. Svetlosno polje generisano svetiljkom se sastoji iz pojedinačnih nekolerisanih “vozova”.

Koherentna dužina svetlosti je srednja dužina talasnog voza. Na dalje, proučićemo pitanje da li svetlost iz lasera odgovara ovom opisu, samo sa mnogo dužim talasnim vozom, ili da li ima u osnovi drugačije osobine. Da bi odgovorili na ovo pitanje konstruišemo sledeći model lasera, koji se može i rigorozno zasnovati.

Razmotrimo svetlosni talas izmedju dva ogledala. On je u obliku stojećeg talasa i jačina polja  $F$  se može zapisati kao

$$F = E_{tot}(t) \sin kx \quad (21.16)$$

gde je

$$k = \frac{\pi m}{L} \quad (21.17)$$

Ovde je  $L$  rastojanje izmedju ogledala i  $m$  je ceo broj. U čisto harmonijskom oscilovanju,  $E_{tot}$  bi imalo oblik

$$E_{tot}(t) = 2E_0 \cos \omega t, \quad (21.18)$$

gde je  $\omega$  frekvencija atomskog prelaza. Možemo očekivati da fazna razlika raste u toku vremena i da amplituda  $E_0$  takodje nije konstantna. Na primer, znamo da u slučaju spontane emisije iz jednog atoma  $E_0$  opada eksponencijalno. Tako umesto (21.18) možemo pisati

$$E_{tot} = \underbrace{E_0 e^{i\Phi(t)}}_{E(t)} e^{-i\omega t} + c.c. \quad (21.9)$$

i tako dobijamo za (21.16) generalno probno rešenje

$$F = [E(t)e^{-i\omega t} + c.c.] \sin kx \quad (21.20)$$

Jednačina za kompleksnu amplitudu  $E(t)$  je razvijena u laserskoj toriji. Mi pokušavamo da dodjemo do te jednačine na intuitivni način kao što sledi. Amplituda svetlosnog polja  $E$  raste usled procesa indukovane emisije, sa pojačanjem proporcionalnim jačini  $E$  i broju ekscitovanih stanja  $N_2$ . Faktor proporcionalnosti se označava sa  $g$ . Amplituda svetlosnog polja je predmet simetričnog opadanja, usled absorpcije, koja se događa sa jačinom  $-gN_1E$ .

Dalje, svetlost može da napusti laser kroz ogledala ili rasejanjem na neki način. Rezultat je gubitak jačine svetlostne amplitude izražen sa  $-kE$ . Konačno jačina svetlosnog polja je predmet konstante promene usled događaja spotane emisije. Ovo se izražava kao "fluktuaciona sila"  $f(t)$ , koja reflektuje statističku fluktuaciju emisionih događaja. Tako dobijamo jednačinu

$$\frac{dE}{dt} = g(N_2 - N_1)E - kE + f(t) \quad (21.21)$$

Kao što smo videli u prethodnoj sekciji, inverzija  $(N_2 - N_1)$  se menja laserskim procesom. S jedne strane  $(N_2 - N_1)$  se dovodi do vrednosti  $((N_2 - N_1)_{\text{pumpanje}}$  usled procesa pumpanja i relaksacije- ovo se naziva nesaturirana inverzija. Atomi se konstantno uklanjaju sa gornjeg nivoa usled laserskog procesa, tako da je aktuelna inverzija  $(N_2 - N_1)$  manja od nesaturisane inverzije. Ako intenzitet lasera nije previše visok, može se pretpostaviti da je

ovo smanjenje proporcionalno  $|\vec{E}|^2$  svetlosti, tako da je

$$N_2 - N_1 = (N_2 - N_1)_{\text{pumpano}} - \text{const}|\vec{E}|^2 \quad (21.22)$$

Jednačina (21.22) se naziva saturisana inverzija. Ako zamenimo (21.22) u (21.21) dobijamo fundamentalnu jednačinu lasera

$$\frac{dE}{dt} = (G - k)E - C|\vec{E}|^2 E + f(t) \quad (21.23)$$

Ovde je  $G = g(N_2 - N_1)_{\text{pumpano}}$  je faktor pojačanja, i  $C = g \cdot \text{const}$ .

Da bismo došli do intuitivnog razumevanja (21.23) možemo se obratiti mehanici i smatrati  $E$  kao koordinate  $q$  čestice. Uvedimo akceleratori term  $m_0 \ddot{q}$  na levoj strani (21.23) i dobijamo

$$m_0 \ddot{q} + \dot{q} = K(q) + f \quad (21.24)$$

gde možemo smatrati  $m$  tako malim da se može zanemariti. Jednačina (21.24) međutim, jeste jednačina čestice koja prigušeno osciluje pod dejstvom sila  $K$  i  $f$ . Možemo izračunati  $K$  iz potencijala  $V$ :  $k = -dV/dq$ . Potencijalno polje je prikazano na slici 21.9. Za

$G < k$ , tj za nisku snagu pumpanja primenjuje se gornja kriva. Naša fiktivna čestica se uzastopno gura gore potencijalnom krivom fluktuacionom silom  $f$ , i onda pada nazad na ravnotežni položaj  $q=0$  pod uticajem sile  $K$ . Ako identifikujemo  $q$  sa  $E$  ovo znači da svako guranje gore predstavlja početak emisionog događaja u atomu. Posle događaja, jačina polja ponovo pada na nulu. Kako su guranja usmerena na levo i na desno sa istim frekvencijama, srednji položaj čestice je jednak nuli, ili drugim rečima, srednja jačina polja  $E$  je jednaka nuli.

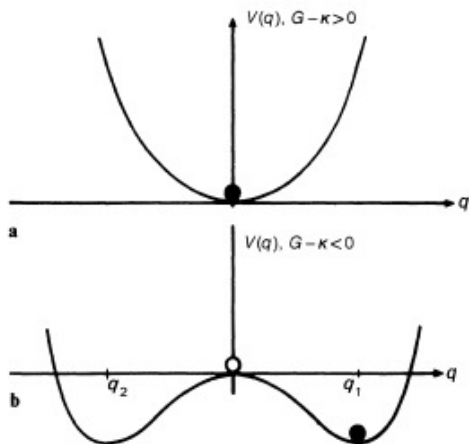
Razmotrimo sada slučaj kada je  $G > k$ . U ovom slučaju primenjuje se donja kriva na slici 21.9. Očigledno je da originalna pozicija  $q=0$  postaje nestabilna i potrebno je zameniti drugačijim  $q$ . S druge strane, međutim, guranje exerted on našu fiktivnu česticu i ona se kreće oko novih ravnotežnih položaja, tako da  $q$  ima formu  $q=r_0+\rho(t)$ . Sada dolazi važna tačka. Ranije smo govorili o realnim koordinatama čestice. U realnosti, međutim amplituda polja (21.33) je kompleksna.

Ovo znači da u cilju kompletiranja slike, moramo posmatrati da potencijalno polje rotira oko  $V$  ose (slika 21.10). Fiktivna čestica u ovoj slici se kotrlja u dolini, u kojoj je pod dejstvom u radijalnom ili tangencijalnom pravcu od strane fluktuacionih sila. Kako nema restitucione sile u tangencijalnom pravcu, čestica nosi neku vrstu difuzionog kretanja. Ako ovo primenimo na laser dobijamo sledeću sliku:

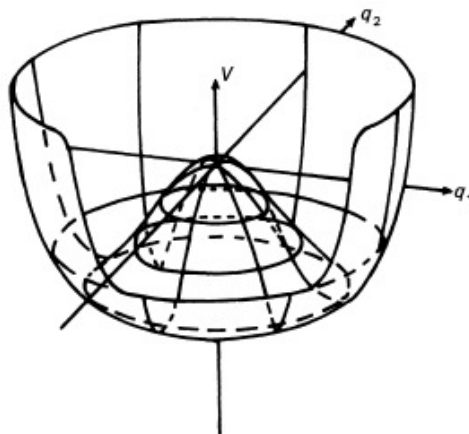
Kompleksna amplituda se može podeliti prema pravilu

$$E = [r_0 + \rho(t)]e^{i\Phi(t)}, \quad (21.25)$$

gde je  $r_0$  nova stabilna amplituda,  $\rho$  je amplituda fluktuacija i faktor  $\exp(i\Phi(t))$  opisuje tangencijalno difuziono kretanje pomenuto gore i to je difuzija faze. Kao što je pokazano u teoriji laera, srednja vrednost  $\rho^2$  opada sa povećanjem intenziteta  $I$  prema  $\langle \rho^2 \rangle \propto 1/I$ . Jednačina (21.25) predstavlja beskonačno dug talasni voz, koji jedino doživljava male fluktuacije u fazi i amplitudi. Difuzija faze je odgovorna za konačnu širinu linije, koja takodje opada sa  $1/I$ . Odavde prepoznamo da su osobine laserske svetlosti fundamentalno različite od svetlosti normalne lampe. Laserska svetlost ima stabilnu amplitudu i širina linije je veoma oštra. Teorijska vrednost prirodno zavisi od laserskog materijala, ali za tipične materijale ona je reda 1 Hz. Širine linije opaženih preciznim laserom su oko 10 Hz.



Slika 21.9 a, b. Efektivni potencijal za amplitudu lasera  $q \equiv E$ . a) Potencijal za snagu pumpanja ispod praga. b) isto za iznad praga.



Slika 21.10. Efektivni potencijal za kompleksnu amplitudu lasera  $E = q_1 + iq_2$  iznad praga.

### Problemi

21.1. Izračunati  $W$  za rubinski laser sa sledećim parametrima

$$\begin{aligned}
 V &= 62.8 \text{ cm}^3 \\
 \nu &= 4.32 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\
 \Delta\nu &= 2.49 \cdot 10^{11} \text{ Hz} \\
 c &= 2.9979 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} \\
 \tau &= 3.0 \text{ ms}
 \end{aligned}$$

21.2. Izračunati  $t_0$  u sledećim slučajevima

Dužina rezonatora  $L = 1, 10$  ili  $100$  cm;  
 Koeficijent refleksije  $R = 99.90$  ili  $10$  %

21.3. Koristeći jednačinu (21.2) izračunati vreme eksponencijalnog porasta za parametre izračunate u problemima 21.1 i 21.2. Razliku naseljenosti  $N_2 - N_1$  treba uzeti da je konstantna i da iznosi  $10^{14}$ .

21.4. Koristeći laserski uslov, izračunati kritičnu inverzionu gustinu za rubin. Primeniti sledeće podatke.

$$\begin{aligned}
 V &= 62.8 \text{ cm}^3 \\
 \nu &= 4.32 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\
 \Delta\nu &= 2.49 \cdot 10^{13} \text{ Hz} \\
 \tau &= 3.0 \text{ ms} \\
 c' &= 1.70 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1} \text{ (velocity of light in the medium)} \\
 R &= 99\%
 \end{aligned}$$