

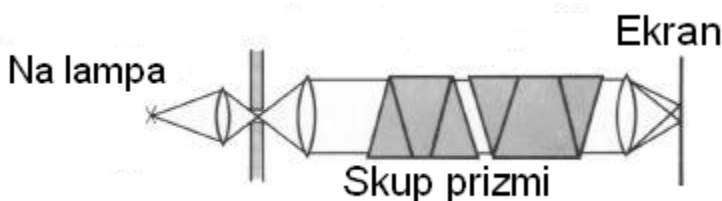
## 12. Orbitalni i spinski magnetizam. Fina struktura

### 12.1. Uvod i pregled.

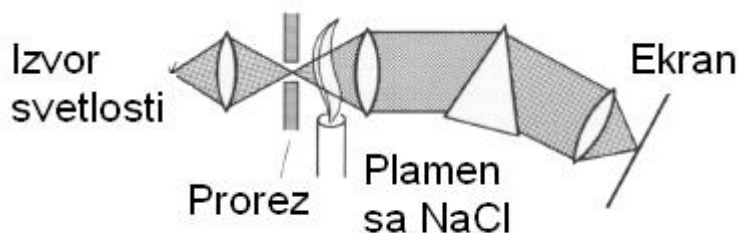
Do sada nismo diskutovali magnetne osobine atoma. Proučavanje ovih osobina doprineće dubljem uvidu u strukturu orbita elektrona. Podsticaj za proučavanje magnetskih osobina je proistekao iz nekoliko fundamentalnih eksperimenata, koje ćemo diskutovati u ovoj glavi. Najvažniji su:

- merenje makroskopskog magnetizma i žiromagnetnog odnosa čvrstih tela, poznat kao Einstein de-Haas efekt;
- merenje pravca kvantizacije i magnetskih momenata atoma u atomskim snopovima, tj. Štern Gerlach-ov eksperiment;
- opažanje tzv. fine strukture u optičkim spektrima atoma.

Počecemo sa trećom tačkom. Mnoge linije u spektrima alkalnih elemenata su dvostruke, i nazivaju se dubletima. To se događa jer su svi energetski termovi  $E_{n,l}$  svih atoma sa jednim valentnim elektronom, osim s terma (energetski term bez angularnog momenta) podeljeni u dva terma. Ovo cepanje termova se ne može razumeti u okviru teorije diskutovane do sada. To je bitno različito od ukidanja orbitalne degeneracije diskutovane u prošloj glavi. Ako je orbitalna degeneracija već ukinuta, mora da postoji i još neki novi efekat, koji nije uračunat. Uzmimo kao primer D liniju u spektru atoma natrijuma, tj. prelaz  $3P \leftarrow \rightarrow 3S$  (Slike 11.7 i 12.1). Uz dovoljnu spektralnu rezoluciju mogu se videti dve linije:  $D_1 = 589.59 \text{ nm} \approx 16596 \text{ cm}^{-1}$ , i  $D_2 = 588.96 \text{ nm} \approx 16973 \text{ cm}^{-1}$ . Na dalje ćemo često koristiti ovaj par linija kao primer za objašnjenje i eksperimentalnu demonstraciju spektroskopskih rezultata. Slično Balmerovoj seriji H atoma, natrijumove D linije su naročito pogodne za demonstriranje osnovnih koncepata u atomskoj spektroskopiji - takoreći postale su "guinea pigs" u ovoj oblasti.



Slika 12.1. Uredjaj za spektralno razdvajanje dve komponente  $D_1$  i  $D_2$  natrijumove D linije. Ovim uređajem se cepanje može lako demonstrirati u učionici zamenujući ekran TV kamerom. Da bi se dve linije jasno razdvojile potrebne su dve komercijalno raspoložive prizme.



Slika 12.2. Uredjaj za opažanje natrijumove D linije pomoću apsorpcije (takodje poznate kao Fraunhoferova linija). Neprekidan spektar lučne lampe ksenona na visokom pritisku se širi prizmama. Gasni plamen koji se boji u žuto dodatkom NaCl, ili bolje natrijumovom parom iz zagrejanog komada metalnog natrijuma, absorbuje svetlost D linije iz neprekidnog spektra. Na ekranu se zato vidi crna linija u neprekidnom spektru.

Da bi se objasnila dubletna struktura potrebna su tri dodatka prethodnoj teoriji:

- Magnetski momenat  $\vec{\mu}_l$  pridružen orbitalnom momentu količine kretanja  $\vec{l}$ .
- Elektron ima spin  $s$ . Njemu je takodje pridružen spinski magnetski momenat,  $\vec{\mu}_s$ .
- Dva magnetna momenta,  $\vec{\mu}_l$  i  $\vec{\mu}_s$  interaguju medjusobno. Oni mogu biti paralelni ili antiparalelni jedan drugom. Dve konfiguracije imaju nešto različite vezivne energije, koje dovode do fine strukture spektra.

Demonstarcije žute natrijumove linije su prikazane na slikama 12.1 i 12.2; drugi eksperimenti slede u Glavi 13.

## 12.2. Magnetni momenat orbitalnog kretanja

Elektron koji se kreće po orbiti je ekvivalentan kružnoj električnoj struji. Znamo iz elektrodinamike da kružna električna struja generiše magnetni dipolni momenat. Očekujemo da isto važi i za orbitalni elektron i činjenica je da on ima magnetni dipolni momenat.

Magnetni dipolni momenat provodne petlje je definisan kao

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A} \quad [Am^2] \quad (12.1)$$

gde je  $I$  struja, i  $\vec{A}$  je vektor koji je normalan na ravan provodne petlje i koji ima intenzitet jednak površini zatvorenoj petljom. Tako je vektor  $\vec{\mu}$  normalan na ravan petlje.

Ako unesemo magnetni dipol u homogeno magnetno polje  $\vec{B}$  spreg

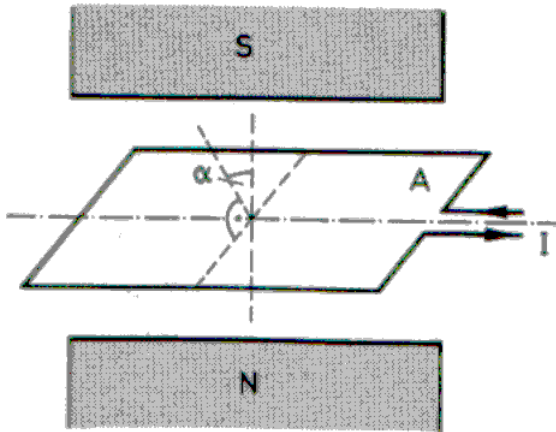
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (12.2)$$

deluje na dipol.

Magnetna potencijalna energija dipola je

$$V_{mag} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \int_{\pi/2}^{\alpha} \tau d\alpha = -\mu B \cos \alpha \quad (12.3)$$

gde je  $\alpha$  ugao izmedju  $\mu$  i  $B$ . Magnetni momenat se može definisati bilo preko sprega u polju (12.2) ili preko potencijalne energije (12.3)

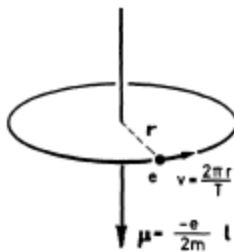


Slika 12.3. Računanje potencijalne energije provodne petlje u magnetskom polju. Magnetski momenat je proizvod struje  $I$  i vektora površine  $A$ . Potencijalna energija zavisi od ugla  $\alpha$  izmedju normale na ravan petlje i pravca magnetskog polja.

U atomskoj i nuklearnoj fizici, magnetni momenat se često definiše preko sprega u uniformnom magnetnom polju jačine  $H$  (ne preko  $B$ ). U skladu sa tim ima se:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}' \times \vec{H}, \quad \vec{\mu}' = \mu_0 I \vec{A} \quad (12.4)$$

ako označimo magnetni momenat koji je ovako definisan sa  $\mu'$ . Zbog relacije  $B = \mu_0 H$  uvodi se konstanta  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Vs/Am u (12.4). Sada želimo da definiciju magnetnog dipolnog momenta prenesemo na atom i da izračunamo magnetni momenat elektrona sa naelektrisanjem  $q = -e$  koje se u kružnoj orbiti kreće brzinom  $v$  (Slika 12.4). Ako je vreme jednog obrtaja  $T = 2\pi/\omega$ , struja je :



Slika 12.4. Računanje orbitalnog momenta. Elektron koji kruži ima ugaoni momenat  $\vec{l}$  i magnetski dipolni momenat  $\vec{\mu}_l$ . Za negativno naelektrisanje vektori  $\vec{l}$  i  $\vec{\mu}_l$  su suprotno orijentisani.

$$I = \frac{q}{T} = -\frac{e\omega}{2\pi} \quad (12.5)$$

Ovde se  $e$  koristi za jedinicu elementarnog naelektrisanja. Ovde i na dalje znak minus se koristi za elektron.

Magnetni momenat kružne struje je, prema 12.1 dat sa

$$\mu = IA = -\frac{1}{2}e\omega r^2 \quad (12.6)$$

Ako uvedemo<sup>1</sup> orbitalni ugaoni momenat  $|\vec{l}| = m_0vr = m_0\omega r^2$ , možemo da prepíšemo (12.6) u obliku veze magnetnog momenta i orbitalnog ugaonog momenta

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_0}\vec{l} \quad (12.7)$$

Ako je naelektrisanje  $q$  pozitivno, vektori  $\vec{l}$  i  $\vec{\mu}_l$  su upravljeni u istom pravcu; ako je negativno, kao što je to u slučaju elektrona, oni su usmereni suprotno. Zato važi relacija (12.7). Uveli smo simbol  $m_0$  da bi bilo jasno da se radi o masi mirovanja elektrona.

Proporcionalnost između ugaonog momenta i magnetnog momenta je poznata kao *magnetomehanički* paralelizam. Činjenica je da je to ispravno i za atome i da to nije "self-evident" već sledi iz experimentalnih podataka, koji će biti diskutovani kasnije.

Kao jedinicu magnetskog momenta atoma, koristićemo momenat, koji odgovara elektronu sa orbitalnim ugaonim momentom  $|\vec{l}| = h/2\pi$ . Ovo je orbitalni momenat na prvoj Bohr-ovoj orbiti vodonikovog atoma u starom Bohr-ovom modelu. Elektron sa  $|\vec{l}| = h/2\pi$  stvara magnetni momenat dat tzv. Bohr-ovim magnetonom

$$\mu_B = \frac{e}{2m_0}\hbar = 9.274078 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 \quad (12.8)$$

Nije baš srećan izbor - ali je zbog širokoke upotrebe neizbežno i neelegantno- korišćenje istog simbola  $\mu$  za magnetni momenat i za magnetnu permeabilnost.

Magnetni momenti elektrona se često daju u jedinicama  $\mu_B$ . Za magnetni momenat orbite sa kvantnim brojem ugaonog momenta  $l$ , koristi se sledeći izraz

$$\mu_l = \mu_B \sqrt{l(l+1)} = \frac{e}{2m_0}\hbar \sqrt{l(l+1)} \quad (12.9)$$

---

<sup>1</sup> Orbitalni angularni momenat je dat sa  $l$  a njegov intenzitet sa  $|\vec{l}|$

Ovaj izraz je ispravan i za vektore u obliku

$$\vec{\mu}_l = -g_l \mu_B \frac{\vec{l}}{\hbar} \quad (12.10)$$

Jednačina (12.10) definiše  $g$  faktor, koji će se često sretati na dalje. To je bezdimenziona veličina i ovde ima numeričku vrednost  $g_l = 1$ . To je mera količnika magnetskog momenta (u Bohr-ovim magnetonima) i ugaonog momenta (u jedinicama  $\hbar$ ).

Sa “ugaonim momentom” često označavamo- kratko ali nekorektno- kvantni broj  $l$ , tj. maksimalnu komponentu u pravcu  $z$ ,  $l_z/\hbar$ . Maksimalna komponenta  $\vec{\mu}$  u pravcu  $z$  je data sa  $(\mu_z)_{max} = g_l l \mu_B$ . Kasnije ćemo tretirati  $g$  faktore za druge slučajeve. Oni su uvek definisani kao količnik magnetskog momenta i odgovarajućeg ugaonog momenta u jedinicama  $\mu_B$  i  $\hbar$ , respektivno.

### 12.3. Precesija i orijentacija u magnetnom polju

Primenjeno magnetno polje  $\vec{B}_0$  deluje na orbitalni magnetni momenat,  $\vec{\mu}_l$  s težnjom da usmeri vektor  $\vec{\mu}_l$  prema  $\vec{B}_0$ , jer je potencijalna energija minimalna pri takvoj orijentaciji (12.3). Elektroni koji se kreću u njihovim orbitama, ponašaju se mehanički slično žiroskopu vršeći precesiju oko pravca polja. Frekvencija precesije  $\omega_p$  žiroskopa pod dejstvom sprega  $\tau$  je

$$\omega_p = \frac{|\vec{\tau}|}{|\vec{l}| \sin \alpha} \quad (12.11)$$

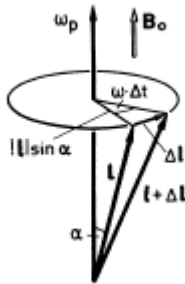
gde je  $\vec{l}$  ugaoni momenat žiroskopa, i  $\alpha$  je ugao između pravca  $\vec{l}$  i  $\vec{B}_0$  (slika 12.5).

Ova razmatranja se mogu direktno preneti na slučaj atomskog žiroskopa. Frekvencija precesije elektronske orbite, *Larmoova* frekvencija se nalazi iz (12.10) i (12.11) kao

$$\omega_L = \frac{|\vec{\tau}|}{|\vec{l}| \sin \alpha} = \frac{\mu_l B \sin \alpha}{|\vec{l}| \sin \alpha} = \frac{g_l \mu_B}{\hbar} B = \gamma B \quad (12.12)$$

Nova veličina  $\gamma$ , koja je ovde uvedena, naziva se *žiro magnetni odnos* (količnik). Ona daje frekvenciju precesije u polju magnetne indukcije  $1 \text{ Vs/m}^2 = 1 \text{ Tesla}$ . Znak i pravac vektora

su indicirani na slici 12.6. Kao što se može videti iz (12.12) Larmorova frekvencija je nezavisna od ugla  $\alpha$ . (Zapazi takodje da je  $\gamma = \frac{g_l \mu_B}{\hbar} = \frac{|\bar{\mu}|}{|\bar{l}|}$ )

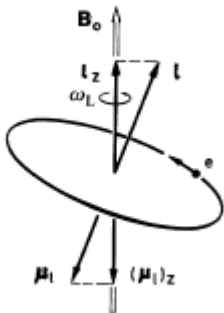


Slika 12.5. Vektorski dijagram za računanje precesione frekvencije  $\omega_p$  žiroskopa sa ugaonim momentom  $\vec{l}$  i magnetskim momentom  $\vec{\mu}$ . Ugao između polja  $\vec{B}_0$  i pravca  $\vec{l}$  (i  $\vec{\mu}$ ) se označava sa  $\alpha$ ; vektori  $\Delta \vec{l}$  i  $\vec{\tau}$  su normalni na  $\vec{l}$  i  $\vec{B}_0$ .

Već smo ranije videli da orijentacija vektora  $\vec{l}$  u prostoru nije haotična. Rešenja Šredingerove jednačine (Sekcija 10.2) impliciraju da kada je jedna osa ustanovljena onda je jedna komponenta ugaonog momenta kvantizirana. Ova osa se može odrediti na primer, magnetnim poljem. Zato su dozvoljene samo diskretne vrednosti ugla  $\alpha$  između  $\vec{l}$  i  $\vec{B}_0$  ili  $\vec{\mu}$ .

Prema sekciji 10.2, za komponente ugaonog momenta u z pravcu, važi sledeće:

$$l_z = m_l \hbar, \quad \text{sa} \quad m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l \quad (12.13)$$



Slika 12.6. Kvantizacija pravca. Opažaju se samo projekcije vektora  $\vec{l}$  i  $\vec{\mu}_l$  na izabranu osu z. Pravac z ose je određen pravcem polja  $\vec{B}_0$ .

Ovde se koristi  $m_l$  umesto  $m$  u sekciji 10.2. Na ovaj način ističemo da je  $m (=m_l)$  pridruženo orbitalnom ugaonom momentu.  $m_l$  je magnetni kvantni broj. Može da ima  $2l+1$  raznih vrednosti. Ovde je  $l$  ponovo kvantni broj ugaonog momenta,  $|\vec{l}| = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ .

Najveća moguća vrednost komponente  $\vec{l}$  u z pravcu ima vrednost  $l \cdot \hbar$ . Magnetni momenat  $\mu_l$  pridružen orbitalnom ugaonom momentu je takodje kvantiziran. Za njegovu komponentu u z pravcu pravilo kvantizacije je

$$\mu_{l,z} = \frac{-e}{2m_0} l_z = -m_l \mu_B \quad (12.14)$$

Maksimalna vrednost u z pravcu je  $l \cdot \mu_B$ . Kao simplifikacija kaže se (mada nekorektno) da je to stanje sa magnetnim momentom  $l \cdot \mu_B$ .

Pošto  $\vec{\mu}_l$  precesira oko pravca  $\vec{B}$  intuitivno je jasno da se pri opažanju energije interakcije između magnetnog momenta i magnetnog polja,  $x$  i  $y$  komponente  $\vec{\mu}_l$  usrednjuju u toku vremena. Međutim, može se opaziti samo  $z$  komponenta.

Eksperimentalna demonstracija postojanja kvantizacije pravca je data u Stern-Gealach-ovom eksperimentu (Sekcija 12.6).

#### 12.4. Spin i magnetni momenat elektrona.

Stanja  $s$  sa orbitalnim momentom  $l=0$  nemaju orbitalni magnetni momenat. Zato, jedno elektronski atom treba da bude dijamagnetik u osnovnom stanju, pri čemu je jedan njegov valentni elektron u spoljašnjoj ljusci, a svi ostali u zatvorenim ljuskama. Međutim u prirodi oni su paramagnetni.

Razlog je postojanje elektronskog spina i pridruženog magnetnog momenta. Elektronski spin je uveden od strane *Uhlenbeck*-a i *Goudsmit*-a 1925. da bi se objasnila neka opažanja u spektroskopiji.

Cepanje mnogih spektralnih linija u magnetnom polju, koje će kasnije biti razmatrano (anomalni Zemanov efekat), se može objasniti jedino ako elektron ima spinski ugaoni momenat  $\vec{s}$

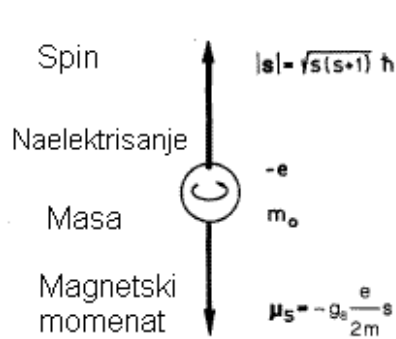
$$\left| \vec{s} \right| = \hbar \sqrt{s(s+1)} \quad (12.15)$$

i pridruženim magnetnim momentom

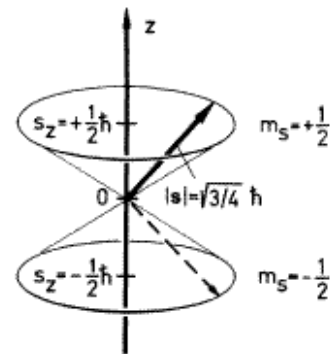
$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2m_0} \vec{s}, \quad (12.16)$$

gde je  $e$  naelektrisanje elektrona, bez negativnog znaka.  $s = 1/2$  je novi kvantni broj, spinski kvantni broj. Sličnost (12.16) i (12.10) je očita. Ova dva izraza se razlikuju samo time što (12.16) sadrži novi faktor  $g_s$ , tzv.  $g$  faktor elektrona. Na osnovu klasične teorije očekuje se da vrednost ove konstante proporcionalnosti iznosi  $=1$ ; međutim vrednost, koja je eksperimentalno određena je  $g_s = 2.0023$ . Slika 12.7 predstavlja spinski i magnetski momenat elektrona shematski.

*Dirac* je 1928 godine pokazao da je spin elektrona nužna posledica relativističke kvantne teorije (*Šredingerova* teorija je nerelativistička). Vrednost  $g_s = 2$  za  $g$  faktor se takodje dobija. Mala razlika između predviđene vrednosti od 2 i empirijske vrednosti (2.0023) se može razumeti samo ako se uzme u obzir interakcija elektrona sa svojim sopstvenim poljem zračenja preko kvantne elektrodinamike.



Slika 12.7. Spin i magnetski momenat elektrona



Slika 12.8. Elektronski spin ima dve moguće orijentacije u magnetskom polju u pravcu z. One se karakterišu sa  $m_s = \pm 1/2$ .

Kao što je prvo pokazano u eksperimentu Stern-a i Gerlach-a, (sekcija 12.6), spin može da ima samo dve orijentacije u spoljašnjem magnetnom polju  $\vec{B}$  (ili u prisustvu neke definisane z ose): “paralelno ili antiparalelno” polju (slika 12.8). Njegova komponenta u pravcu z je definisana sa

$$s_z = m_s \hbar \quad \text{sa} \quad m_s = \pm \frac{1}{2} \quad (12.17)$$

gde je  $m_s$  magnetni kvanti broj spina.

Iz orijentacije ugaonog momenta sledi da je spinski magnetni momenat takodje orijentisan. Z komponenta je

$$\mu_{s,z} = -g_s m_s \mu_B \quad (12.18)$$

ili numerički

$$\mu_{s,z} = \pm 1.00116 \mu_B \quad (12.19)$$

Intuitivna predstava je da spin i spinski magnetni momenat precesiraju oko ose polja, ostavljajući z komponentu konstantom (uporedi Sekciju 12.3)

@iromagnetni količnik, koji je definisan gore (12.13) kao količnik izmedju magnetnog momenta i ugaonog momenta je



$$\gamma = \frac{\left| \vec{\mu} \right|}{\left| \vec{l} \right|} \quad \text{ili} \quad \gamma_s = \frac{\left| \vec{\mu}_s \right|}{\left| \vec{s} \right|} \quad (12.20)$$

nije isti za orbitalni (12.10) i spinski magnetizam (12.16). Za čisti orbitalni magnetizam

$$\gamma_l = \frac{1}{2} \frac{e}{m_0}$$

a za čisti spinski magnetizam

$$\gamma_s = 1.00116 \frac{e}{m_0}$$

Prethodno definisan g faktor se takodje koristi umesto žiromagnetnog količnika  $\gamma$ . g se dobija množenjem  $\gamma$  sa  $\hbar$  i za čisti orbitalni magnetizam definisano je kao

$$\gamma_l \hbar = \frac{1}{2} \frac{e}{m_0} \hbar = g_l \mu_B \quad (12.21)$$

i za čisti spinski magnetizam je

$$\gamma_s \hbar = 1.00116 \frac{e}{m_0} \hbar = g_s \mu_B = 2.0023 \mu_B \quad (12.22)$$

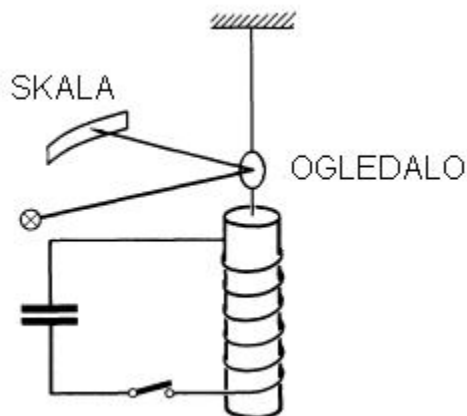
Na dalje će se pokazati da je najlakši način da se izračunaju magnetne osobine atoma korišćenjem merenja količnika  $\gamma$  ili g.

### 12.5. Odredjivanje žiromagnetnog količnika *Einstein-de Haas* metodom

@iromagnetni odnos makroskopskih tela se može meriti kao što je prikazano na slici 12.9. Iгла od gvoždja je namagnetisana namotajem. Ako se promeni magnetizacija uzorka, a ovo znači promena pravca atomskih magnetskih momenata u uzorku- takodje će se promeniti i pravac atomskih angularnih momenata i ovo se mora opaziti kao promena ugaonog momenta celog uzorka, prema zakonu očuvanja ugaonog momenta. Ako se magnetizacija promeni za  $180^\circ$  promenom polariteta namotaja, ugaoni momenat se takodje mora rotirati za  $180^\circ$ . Kvantitativno, promena  $\Delta\mu_N$  u magnetizaciji igle, merena sa detekcionim namotajem i balističkim galvanometrom, može se predstaviti promenom pojedinačnih atoma

$$\sum_1^n \Delta\mu_z = n \cdot 2\mu_z$$

ako n elektrona promeni svoj pravac.



Slika 12.9. Einstein-deHaas-ov eksperiment. Kada struja u kalemu promeni smer, magnetabilni komad koji je okačen se zaokrene. Torzija žice o koju je obešen komad se može meriti skretanjem snopa svetlosti.

Slično, makroskopska promena ugaonog momenta igle  $\Delta L_N$  merena torzionim vlaknom je suma promene ugaonih momenata atoma

$$\sum_1^n \Delta l_z = n \cdot 2l_z$$

Za makroskopske uzorke, izmereni količnik je

$$\frac{\Delta \mu_N}{\Delta L_N} = \frac{\mu_z}{l_z} = \frac{e}{m_0}$$

U skladu sa definicijom (12.20)

$$\gamma = \frac{e}{m_0} \quad \text{ili} \quad g = 2$$

Iz ovog eksperimenta se vidi da postoji ugaoni momenat pridružen magnetizmu atoma, i da se može izračunati kao što je dato gore.

U opšte, merenje žiromagnetnog količnika, prvo opisano 1915. od strane *Einstein-a* i *de Haas-a*, može da indicira koliko mnogo magnetizma u datom uzorku potiče od spina, a koliko od orbitalnog ugaonog momenta. Međutim, kvantitativno razumevanje ovog tipa merenja zahteva dublje znanje fizike čvrstog stanja. Nadjeno je da se u čvrstim telima orbitalni magnetni momenti često poništavaju i postaju skoro jednaki nuli.

## 12.6. Detekcija kvantizacije pravca u *Stern Gerlach-ovom* eksperimentu

Godine 1921. skretanje atomskih snopova u nehomogenom magnetnom polju učinilo je mogućim

- eksperimentalnu demonstraciju kvantizacije pravaca i
- direktno merenje magnetnih momenata atoma.

U eksperimentu prvo se generiše snop atoma. U prvom eksperimentu *Sterna i Gerlach-a* ovo je bio snop atoma srebra, koji je stvaran u peći i kolimisan nizom proreza. Kasnije su koristili vodonikove atome iz gasnog pražnjenja. Kolimisani snop atoma prolazi kroz vrlo nehomogeno magnetno polje, tako da je pravac snopa normalan na pravac polja i gradijenta promene polja. Pravci polja i gradijenta se poklapaju. Bez polja, pravci vektora magnetnog momenta i ugaonog momenta atoma su haotično orijentisani u prostoru. U homogenom polju ovi vektori precesiraju oko pravca polja z.

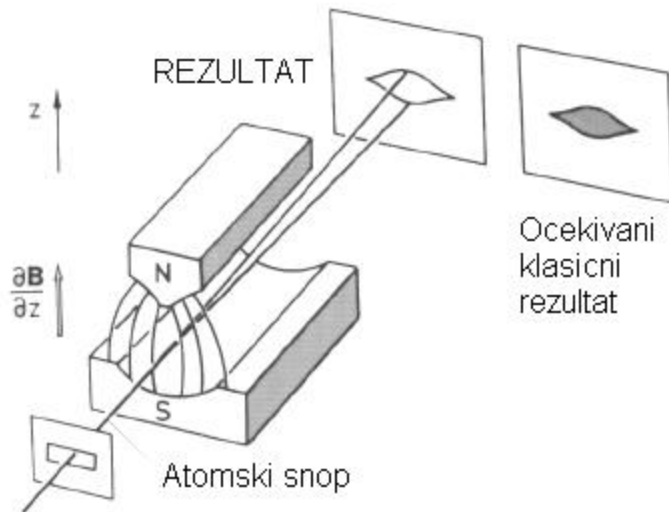
U nehomogenom polju deluje dodatna sila na magnetni momenat. Pravac i veličina ove sile zavise od relativne orijentacije između magnetnog polja i magnetnog dipola. Magnetni dipol, koji se orijentiše paralelno magnetnom polju, kreće se ka manjoj jačini polja. Dipol koji je normalan na polje ne skreće.

Sila skretanja se može izvesti iz potencijalne energije u magnetnom polju

$$V_{mag} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

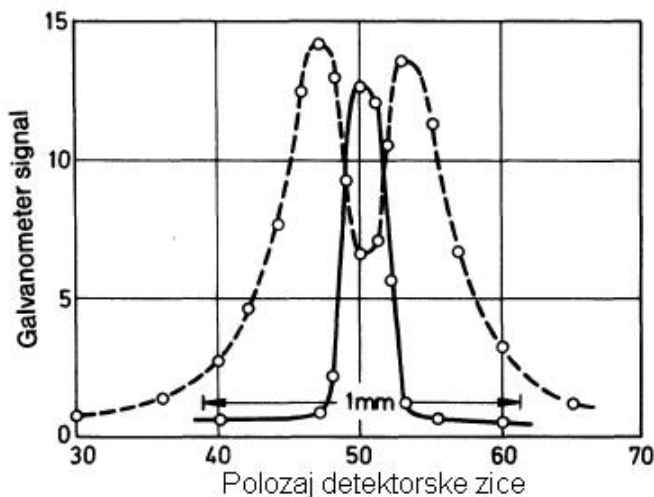
$$F_z = \mu_z \frac{dB}{dz} = \mu \frac{dB}{dz} \cos \alpha \quad (12.23)$$

gde je  $\alpha$  ugao između magnetnog momenta i pravca gradijenta polja.



Slika 12.10. Stern Gerlachov eksperiment. Snop atoma prolazi kroz nehomogeno magnetsko polje. Opaža se cepanje snopa u dve komponente.

U klasičnoj mehanici, dozvoljena je bilo koja orijentacija  $\alpha$  atomskih magneta u odnosu na polje. Atomi sa magnetnim momentom normalnim na gradijent polja ne skreću. Oni sa paralelnim vektorima najviše skreću i sve među vrednosti skretanja bi trebalo da se opaze. U klasičnoj slici treba očekivati kontinuiran spektar skrenutih atoma. Međutim, eksperimenti sa H i Ag atomima, daju dva vrlo oštra pika odvojena za  $2\delta$ , koji se opažaju na detektoru (slika 12.11).



Slika 12.11. Stern-Gerlachov eksperiment. Opažena raspodela intenziteta snopa atoma sa i bez primenjenog magnetskog polja  $^2S_{1/2}$  stanja. (Iz H. Kopfermann: *Kernmomente*, 2 izdanje, Akademische, Frankfurt, 1956.)

Ovaj eksperiment i slična merenja na drugim atomima omogućila su sledeće zaključke:

- postoji kvantizacija pravca. Postoje samo diskretne mogućnosti za orijentaciju u odnosu na pravac polja  $\mathbf{B}$ , u ovom slučaju dve, paralelno i antiparalelno;
- iz kvantitativne analize opaženog skretanja  $\delta$  u gornjim primerima, dobijena je vrednost  $\mu_z = \pm\mu_B$ . Uopšte, ovaj metod daje vrednosti magnetskih momenata atoma pod uslovom da je poznat gradijent polja;
- za sve atome koji imaju s elektron u spoljašnjoj poziciji dobijaju se iste vrednosti sile skretanja, odakle sledi da su ugaoni momenti i magnetni momenti svih unutrašnjih elektrona poništeni i da se meri samo efekat spoljašnjeg s elektrona;
- elektron u stanju s ima orbitalni ugaoni momenat  $l = 0$  i pokazuje samo spinski magnetizam, i
- slično žiroskopu, atomi zadržavaju veličinu i pravac njihovog ugaonog momenta u toku kretanja kroz prostor.

Ovaj eksperiment daje osnovno znanje o ugaonom i magnetnom momentu atoma što je sumirano u sekciji 12.2 i 12.3.

### 12.7. Fina struktura i Spin-orbit sprezanje; Pregled.

U uvodnoj sekciji ove glave pomenuli smo da su svi energetske termovi- sa izuzetkom s stanja jednoelektronskih atoma, pocepani u dva podstanja. Ovo stvara dubletne ili multipletne strukture spektralnih linija, koje se jednim imenom označavaju kao fina struktura.

Fina struktura se ne može objasniti Kulonovom interakcijom između jezgra i elektrona. Ona je rezultat magnetne interakcije između orbitalnog magnetskog momenta i unutrašnjeg momenta elektrona, tzv. spin-orbit sprezanje. Pomeraj energetskih nivoa zavisi od toga da li su ova dva momenta paralelna ili antiparalelna.

Energija magnetnog spreznja između orbitalnog momenta i spinskog momenta je izračunata u Sekciji 12.8. Sprezanje magnetnih momenata dovodi do stvaranja ukupnog ugaonog momenta.

Važe sledeći zaključci (Slika 12.12)

- $\mathbf{l}$  i  $\mathbf{s}$  se sabiraju i daju ukupni ugaoni momenat  $\mathbf{j}$ .
- $\mathbf{j}$  ima intenzitet  $\hbar\sqrt{j(j+1)}$  sa  $j = |l \pm s|$  tj.  $j = \left| l \pm \frac{1}{2} \right|$  za slučaj jednoelektronskog sistema sa  $s = 1/2$ . Kvantni broj  $j$  je nova veličina; kvantni broj ukupnog ugaonog momenta. Pokazaćemo kvantno mehaničkim računanjima u Sekciji 14.3 da  $\mathbf{j}$  ima intenzitet definisan gore.
- Za  $p$  elektrone,  $l = 1, s = 1/2$  nalaze se sledeće mogućnosti:

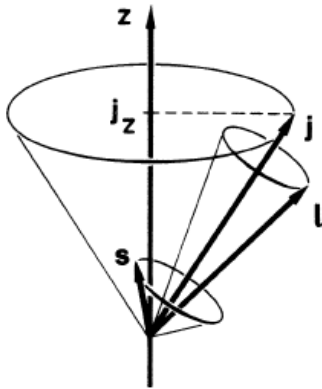
$$j = 3/2, \quad \left| \vec{j} \right| = \hbar\sqrt{15}/2 \quad i$$

$$j = 1/2, \quad \left| \vec{j} \right| = \hbar\sqrt{3}/2$$

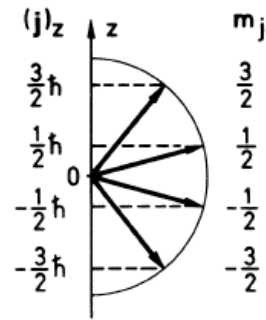
-Kada je  $l = 0, j = s$  i nema dublentog cepanja.

-za  $\mathbf{j}$  kao i za  $\mathbf{l}$  postoji kvantizacija pravca. Z komponenta mora da zadovolji uslov

$$j_z = m_j \hbar, \quad m_j = j, j-1, \dots, -j \quad (2j+1 \text{ mogućnosti})$$



Slika 12.12. Kuplovanje vektora spina  $s$  i orbitalnog ugaonog momenta  $\mathbf{l}$  daje ukupni ugaoni momenat  $\mathbf{j}$  u vektorskom modelu. Vektori  $s$  i  $\mathbf{l}$  precesiraju oko rezultante  $\mathbf{j}$ . U magnetnom polju primenjenom duž pravca  $z$ ,  $\mathbf{j}$  precesira oko  $z$ . Ugao konusa precesije je određen magnetnim kvantnim brojem  $m_j$ . Slika pokazuje slučaj  $s=1/2, l=2$  i  $j=5/2$  modelu.



Slika 12.13. Kvantizacija pravca: za  $z$  komponentu ugaonog momenta  $\mathbf{j}$ , dozvoljene su samo neke diskretne vrednosti. One su označene magnetnim kvantnim brojem  $m_j$ . Ilustrovan je slučaj,  $j=3/2$ , intenzitet vektora je  $\left| \vec{j} \right| = \sqrt{(3/2)(5/2)}\hbar$ . Dozvoljeno je četiri orijentacija:  $m_j=3/2, 1/2, -1/2, -3/2$ .

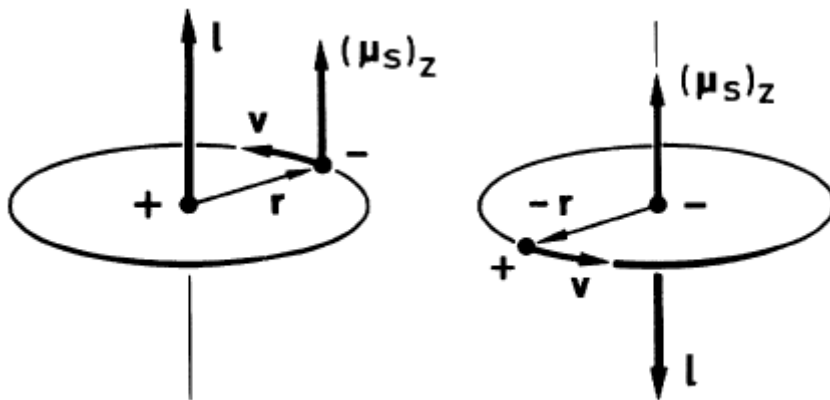
Na primer stanje sa  $j = 3/2$  je četverostruko degenerisano (slika 12.13).

- Magnetni momenat  $\mu_j$  je pridružen sa  $j$ ; njegova vrednost će biti izračunato u Sekciji 13.3.5.
- Za optičke prelaze, važi selekciono pravilo  $\Delta j=0$ , ili  $\pm 1$ ; međjutim prelaz sa  $j=0$  na  $j=0$  je zabranjen. Ovo selekciono pravilo se može razmatrati kao empirijski rezultat izveden iz opažanja spektara. Razlozi za ovo će postati jasniji kasnije (Glava 16).

### 12.8. Računanje spin orbit cepanja u Bohr ovom modelu

U ovom poglavlju izračunaćemo razliku energije između paralelne i anti paralelne orijentacije orbitalnog ugaonog momenta i spina. Za ovu svrhu kao startnu tačku koristićemo jednostavan Bohr-ovo model; kvantno mehanički tretman biće diskutovan u poglavlju 14.3.

Kretanje elektrona oko jezgra generira magnetno polje  $\mathbf{B}_l$  na mestu elektrona. Ovo polje interaguje sa magnetnim momentom elektrona. Da bi odredili intenzitet ovog magnetnog polja pozajmićemo ideju iz teorije relativnosti i pretpostavimo da je elektron u miru a da se jezgro kreće (Slika 12.14). Zameni ćemo položaj vektora elektrona,  $\mathbf{r}$  sa  $-\mathbf{r}$ .



Slika 12.14. Računanje spin orbit sprežanja sistema sa jezgrom u miru (levo) se transformiše u sistem sa elektronom u miru (desno). Vektor  $\mathbf{r}$  se preokreće u vektor  $-\mathbf{r}$ .

Magnetno polje naelektrisanja  $Ze$  u kretanju je iz Biot –Savart ovog zakona dato sa

$$\vec{B}_l = \frac{Ze\mu_0}{4\pi r^3} \left[ \vec{v} \times (-\vec{r}) \right] \quad (12.24)$$

ili

$$\vec{B}_l = -\frac{Ze\mu_0}{4\pi r^3} \left[ \vec{v} \times \vec{r} \right] \quad (12.25)$$

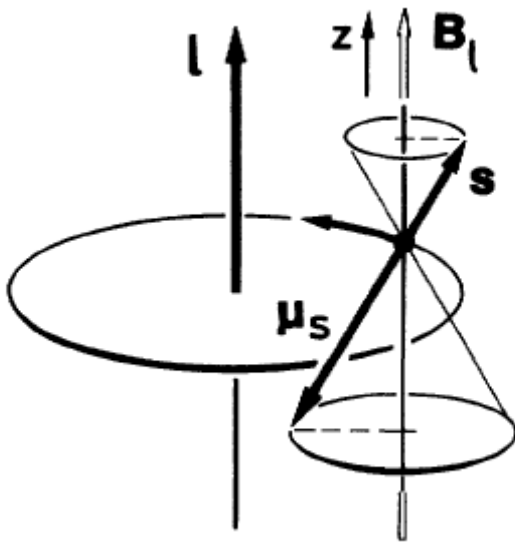
Anglularni momenat je definisan  $\vec{l} = \vec{r} \times m_0 \vec{v}$  ili  $-\vec{l} = m_0 \vec{v} \times \vec{r}$ . Onda

$$\vec{B}_l = \frac{Ze\mu_0}{4\pi r^3 m_0} \vec{l} \quad (12.26)$$

gde je  $m_0$  masa mirovanja elektrona.

Magnetsko polje koje se stvara relativnim kretanjem jezgra i elektrona je proporcionalno i paralelno sa orbitalnim ugaonim momentom elektrona. Mi još uvek zahtevamo transformaciju –nazad- u sistem centra masa atoma u kome je jezgro prirodno u miru, a elektron se kreće okolo. Faktor 1/2 se pojavljuje u ovoj transformaciji unazad, tzv. *Thomas-ov* faktor, koji se jedino može opravdati čisto relativističkim računanjem. Čestica u orbiti trpi određeno ubrzanje, i sa tačke gledišta protona, elektron rotira jedan dodatni put oko svoje ose za vreme svakog okretaja oko orbite. Transformacija unazad je zato komplikovana i neće ovde biti data u detalje.

Magnetni momenat elektrona, i sa njim spregnuti vektor spina, precesiraju oko magnetnog polja  $\vec{B}_l$  koje je stvoreno orbitalnim kretanjem (Sl. 12.15).



Slika 12.15. *Precesija spina oko magnetnog polja  $B_l$  asociranog orbitalnom magnetnom momentu, sa komponentama  $s_z$  i  $\mu_{s,z}$ .*

Energija interakcije izmedju spinskog i orbitalnog polja je tako

$$V_{l,s} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_l$$

Zamenjujuću (vidi 12.16) ,  $g_s=2$ , nalazimo

$$V_{l,s} = \frac{e}{2m_0} 2 \vec{s} \cdot \vec{B}_l$$

i sa (12.26) daje

$$V_{l,s} = \frac{Ze^2 \mu_0}{8\pi m_0^2 r^3} (\vec{s} \cdot \vec{l}) \quad (12.27)$$

Ovde smo uključili (neizvedenu) *Thomas*-ovu korekciju; ona daje faktor 8 u imeniocu (umesto 4).

Da bi se dobio osećaj za red veličine uzećemo  $Z = 1$  i  $r = 1 \text{ \AA}$  i dobija se  $V_{l,s} \approx 10^{-4}$  eV. Polje proizvedeno orbitalnim kretanjem je reda 1 T (Tesla) =  $10^4$  Gausa. Polje pridruženo orbitalnom ugaonom momentu je tako, za male vrednosti  $Z$ - istog reda veličine kao polja koja se mogu dobiti u laboratorijama.

Jednačina (12.27) se takodje može zapisati u obliku

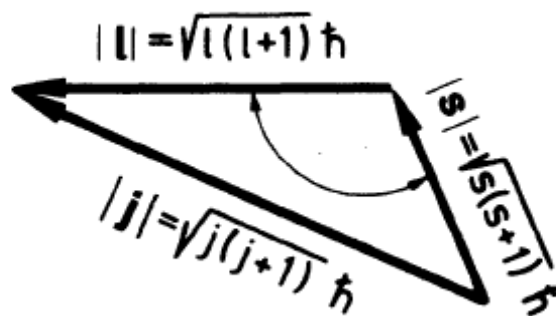
$$V_{l,s} = \frac{a}{\hbar^2} \cdot \vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{a}{\hbar^2} \cdot \left| \vec{l} \right| \cdot \left| \vec{s} \right| \cos(\vec{l} \cdot \vec{s}) \quad (12.28)$$

gde je  $a = Ze^2 \mu_0 (\hbar/2\pi)^2 / (8\pi m_0^2 r^3)$ . Skalarni proizvod  $\vec{l} \cdot \vec{s}$  se može izraziti preko vektora  $\vec{l}$  i  $\vec{s}$  koristeći kosinus prema Slici 12.16, a  $l^2$  se može zameniti kvantnom vrednošću  $l(l+1)\hbar^2$ . Tako dobijamo energiju spin orbit interakcije (sprezanja).

$$\begin{aligned} V_{l,s} &= \frac{a}{2\hbar^2} \left( \left| \vec{l} + \vec{s} \right|^2 - \left| \vec{l} \right|^2 - \left| \vec{s} \right|^2 \right) = \frac{a}{2\hbar^2} \left( \left| \vec{j} \right|^2 - \left| \vec{l} \right|^2 - \left| \vec{s} \right|^2 \right) = \\ &= \frac{a}{2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \end{aligned} \quad (12.29)$$

Spin-orbit sprezanje je tako izraženo preko kvantnih brojeva  $j$ ,  $l$  i  $s$ , kao i preko konstante  $a$ , poznate kao *konstanta spin orbit interakcije*. Ona je direktno merljiva iz dubletne strukture optičkih spektara. Poredjenje sa (12.27) pokazuje da je orbitalni radijus  $r$  uključen u konstantu sprezanja  $a$ . Podsetimo se, međjutim da nema fiksnih orbita u kvantno mehaničkom opisivanju atoma. Zato je nužno zameniti  $r^{-3}$  sa odgovarajućom kvantno mehaničkom srednjom vrednošću  $\overline{1/r^3} = \int (|\psi|^2 / r^3) dV$  gde je  $\psi$  talasna funkcija elektrona i  $dV$  je zapreminski element.





Slika 12.16. Vektorsko sabiranje vektora ugaonih momenata u ukupan ugaoni momenat  $j$ , objašnjenje (12.29).

Ako koristimo radijus  $r_n$   $n$  te Bhor-ove orbite, kao grubu aproksimaciju za  $r$

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2 n^2}{Ze^2 m_0} \quad (12.30)$$

dobijamo

$$a \propto \frac{Z^4}{n^6}$$

Ako koristimo gore definisanu srednju vrednost za  $r^{-3}$  dobijamo za atome slične vodoniku

$$a \propto \frac{Z^4}{n^3 l(l + \frac{1}{2})(l + 1)} \quad (12.31)$$

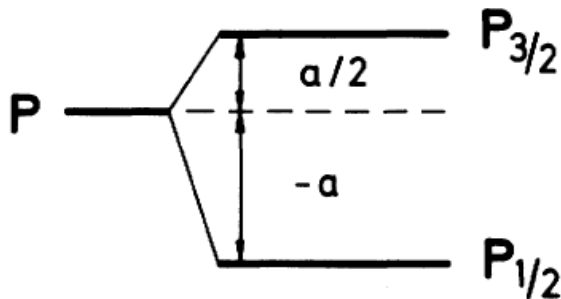
što se neće izvoditi ovde.

Sada ćemo ponovo sumirati poznate činjenice o finoj strukturi jedno elektronskih stanja:

-interakcija elektrona sa orbitalnim ugaonim momentom ili sa orbitalnim momentom cepa nivo u dva podnivoa. Rezultat je dubletni nivo; na primer natrijumovo  $3P$  stanje se cepa u  $3P_{1/2}$  i  $3P_{3/2}$  (slika 12.17)

-za  $s$  stanja nema cepanja, jer nema magnetskog polja prema kome bi se spin usmeravao.

- Nivoi sa višim vrednostima kvantnog broja  $j$  imaju više energije (12.29).
- Cepanje fine strukture  $V_{ls}$  je proporcionalno četvrtom stepenu naelektrisanja jezgra.



Slika 12.17. Fino cepanje P stanja u jednoelektronskom sistemu u dva stanja  $P_{3/2}$  i  $P_{1/2}$ . Veličina cepanja je data u (12.29). Ovde učestvuje samo jedan elektron te se može koristiti i malo slovo "p" za označavanje stanja.

Zbog svega ovog, finu strukturu je teško opaziti u H atomu. Za  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$  i  $H_{\gamma}$  linije Balmerove serije (6562.79, 4861.33 i 4340.46 Å) cepanja su 0.14, 0.08 i 0.07 Å, respektivno. Ovo odgovara talasnom broju  $0.33 \text{ cm}^{-1}$  za vodonikovu  $H_{\alpha}$  liniju što je u mikrotalasnoj oblasti. Direktno opažanje cepanja optičkih linija u dve vrlo bliske komponente nije moguće konvencionalnim spektrometrima usled doplerovog širenja linija. Nasuprot tome, opažene vrednosti za par linija primarne serije cezijuma su  $\lambda=8943 \text{ Å}$  i  $8521 \text{ Å}$ . Cepanje je  $\Delta\lambda=422 \text{ Å}$  ili  $\Delta\nu=554 \text{ cm}^{-1}$ . To je toliko veliko da je u stvari te dve linije teško prepoznati kao komponente jednog para. Natrijumov atom leži između ova dva ekstrema: žuta linija D, ima dve komponente  $D_1$  i  $D_2$  odvojene za  $\Delta\lambda=6 \text{ Å}$ , što odgovara  $17.2 \text{ cm}^{-1}$ .

- cepanje je najveće za najmanje kvantne brojeve  $n$  (12.31).

Sada možemo da proširimo simbolizam potreban za identifikaciju energetskih termova atoma. Termovi orbitalnog ugaonog momenta se generalno označavaju velikim slovima S,P,D, F i td. Glavni kvantni broj  $n$  se piše kao ceo broj ispred slova, i kvantni broj ukupnog ugaonog momenta  $j$  kao donji indeks. Multiplentnost  $2s+1$  se piše kao gornji indeks levo od slova koje označava ugaoni momenat. Za jedno elektronske sisteme termovi su dubletni, jer spin jednog elektrona ima dve orijentacije u odnosu na orbitalni ugaoni momenat.

S termovi se ne cepaju. Ali multiplent 2 se piše i za S termove jedno elektronskog sistema. Tako imamo sledeće simbole:

$2^2S_{1/2}$  za stanje u kome je valentni elektron sa kvantnim brojem  $n=2$ ,  $l=0$  i  $j=1/2$ .

$2^2P_{1/2}$  za stanja u kome je valentni elektron sa glavnim kv. brojem  $n=2$ ,  $l=1$ ,  $j=1/2$ ,

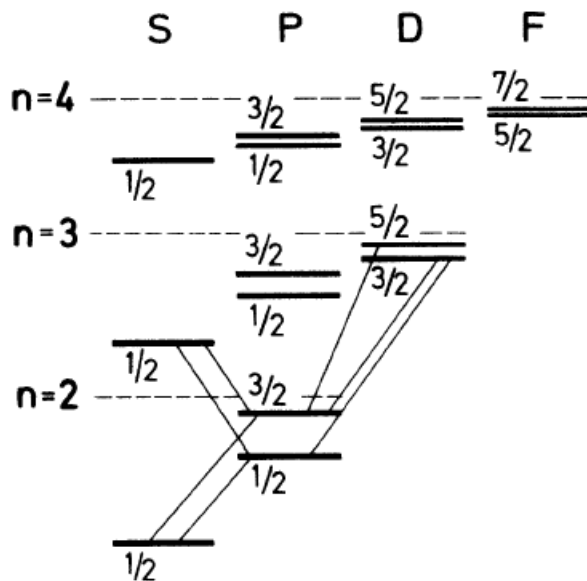
$2^2P_{3/2}$  ili  $j=3/2$ .

Generalno simbolizam je  $n^{2S+1}L_J$ . Velika slova S (spinski kvantni broj), L (kvantni broj orbitalnog momenta) i J (kv.broj ukupnog ugaonog momenta) primenjuju se na višeelektronski sistem, dok se odgovarajuća mala slova primenjuju na jedan elektron.

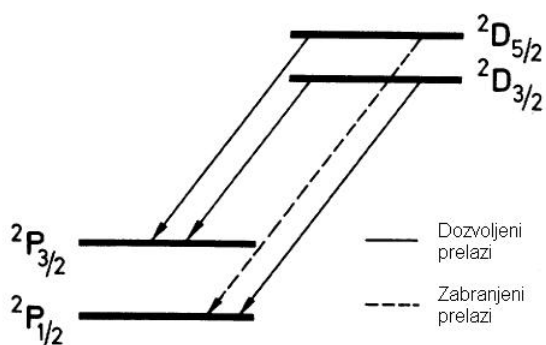
### 12.9. Šema nivoa alkalnih atoma

Rezultat prethodnih sekcija se može sumirati za elektron u nepopunjenoj spoljašnjoj ljusci, u šemi termova prikazanim na Slici 12.18. Ova slika jasno pokazuje da ukidanje orbitalne degeneracije (tj. razlika u energiji između termova sa istim  $n$ , ali različitim kvantnim brojem  $l$ ) i spin orbit cepanje postaje manje i manje kako kvantni brojevi  $n$  i  $l$  rastu.

Optički prelazi u šemi termova poštuju pravilo  $\Delta l = \pm 1$ ,  $\Delta j = 0, \pm 1$ . Tako, optički prelazi su dozvoljeni samo ako se menja ugaoni momenat,  $l$ . Ukupni ugaoni momenat,  $j$ , međutim, može da ostane isti. Ovo se može desiti ako se orbitalni i spinski momenti promene u suprotnim smerovima.



Slika 12.18. Šema termova alkalnih atoma; tj. jednoelektronskih sistema uključujući i spin orbit sprezanje. Nivoi nisu prikazani u realnim razmerama. Naznačeno je nekoliko dozvoljenih prelaza. Termovi su pomeneni u odnosu na H atom ( $n=2,3,4$  leva strana isprekidane linije), a najviše je pomenen s term. Cepanje fine strukture opada sa povećanjem vrednosti  $n$  i  $l$ .



Slika 12.19. Dozvoljeni i zabranjeni prelazi između P i D stanja alkalnog atoma, za triplet sekundarne serije. Ovo je isečak iz Slike 12.18.

Prve glavne serije alkalnih atoma potiču iz prelaza između najnižeg  $2S_{1/2}$  terma (tj.  $n=2,3,4,5,6$  za Li, Na, K, Rb, Cs) i P terma  $2P_{1/2}$  i  $2P_{3/2}$ . Pošto su S termovi jednostruki

vide se samo parovi linija. Isto važi i za oštre sekundarne serije koje nastaju prelazima između dva najniža P terma  $n^2P_{3/2}$  ( $n=2,3,4,5,6$  za Li, Na, K, Rb, Cs) i viših  $^2S_{1/2}$  termova. Linije difuznih sekundarnih serija su tripleti (Slika 12.19) jer su oba P i D termovi dubleti.

## 12.10. Fina struktura vodonikovog atoma

Kako su talasne funkcije vodonika poznate eksplicitno (Glava 10) njegova fina struktura se može tačno izračunati. Polazna tačka je izraz izveden gore (12.27) za energiju spin-orbit sprezanja

$$V_{l,s} = \frac{e^2 \mu_0}{8\pi m_0^2} \cdot \frac{1}{r^3} (\vec{s} \cdot \vec{l}) \quad (12.32)$$

Koristimo rešenje nerelativističke *Schrodinger*-ove jednačine za H atome, koje daje energije stanja  $E_{n,l}$  (Sekcija 10.4). Za vodonikov atom, i interakcija fine strukture i relativistička korekcija su male u poređenju sa  $E_{n,l}$ , ali su uporedive međusobom. Zato se ove dve korekcije mogu izračunati odvojeno i pisati

$$E_{n,l,j} = E_{n,l} + E_{rel} + E_{l,s}$$

Dva korekciona člana, jedan za relativističku promenu mase  $E_{rel}$  i drugi za spin orbit interakciju  $E_{l,s}$  zajedno daju korekciju fine strukture. Ovi članovi nisu izračunati ovde. Kompletno računanje obavio je *Dirac*. Kao rezultat dobijeno je

$$E_{FS} = -\frac{E_n \alpha^2}{n} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right) \cdot Z^2 \quad (12.33)$$

gde je

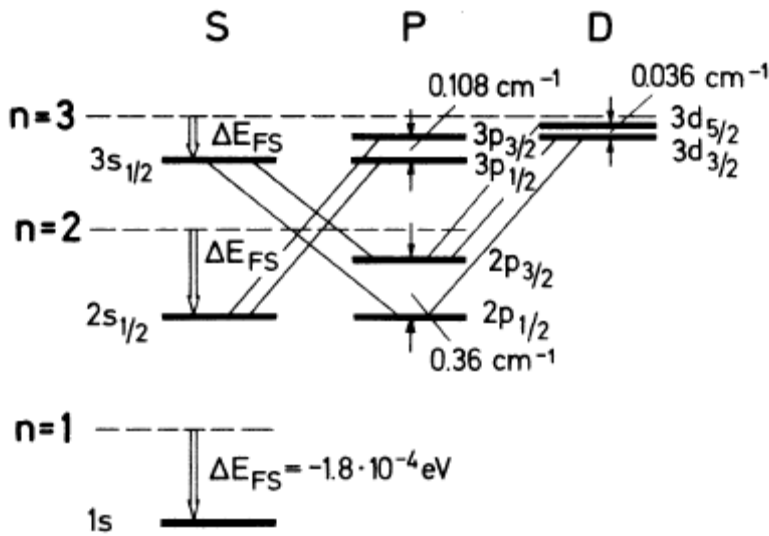
$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (\text{ili } \frac{\mu_0 c}{4\pi\hbar} e^2)$$

i to je Somerfeldova konstanta fine strukture koja je uvedena u Sekciji 8.10.

Uvodjenjem spin orbit sprezanja, može se dobiti isti rezultat kao i ranije (Sekcija 8.10) pri računanju relativističke korekcije, sa jedinom promenom da je  $l$  zamenjeno sa  $j$ . Energetski shift u odnosu na prethodno izračunati energetski termi  $E_{n,l}$  je reda  $(1/137)^2$  i zato je težak za merenje.

Najvažniji rezultat (12.33) je činjenica da fina struktura atoma H zavisi samo od  $j$ , a ne i od  $l$  (Slika 12.20).

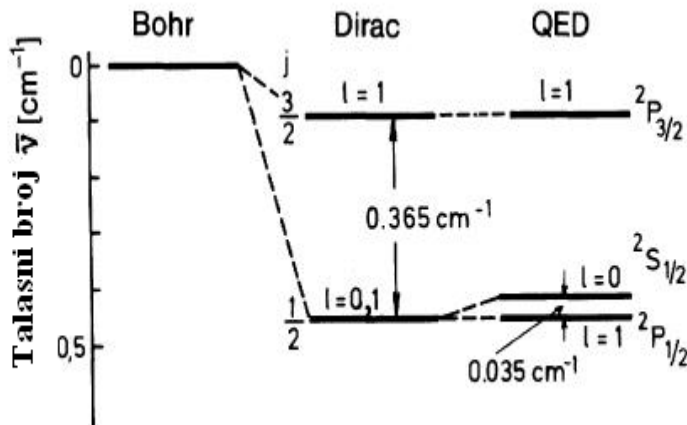
Fina struktura linija H atoma je tako kvantnitativno izračunata. Fina struktura težih atoma je veća i tako je lakša za opažanje. Računanje je međutim mnogo teže, jer je tačan račun talasnih funkcija atoma sa više od jednog elektrona mnogo kompleksniji.



Slika 12.20. Fino struktorno cepanje stanja sa  $n=1, 2$  i  $3$  (levo su isprekidanim linijama prikazani nivoi bez fine strukture), prema Dirac-u (nije u razmeri). Pomeraji usled fine strukture su naznačeni otvorenim strelicama. Stanja sa istim  $l$  se degenerišu bez fine strukture. Stanja sa istim  $j$  imaju istu energiju ako se fina struktura uzme u obzir.

### 12.11. Lambov pomeraj

Između 1947 i 1952, *Lamb* i *Retherford* su pokazali da čak ni relativistička Dirakova teorija ne opisuje kompletno H atom. Oni su koristili metod visokih frekvencija i mikrotalasnu spektroskopiju da bi opazili male pomeraje energije i cepanja u spektru atoma vodonika. Drugim rečima, koristili su apsorpciju e.m. zračenja visokih frekvencija na H atomima. Na ovaj način su mogli da opaze razliku energija između termova sa istim  $j$ , naime razliku od  $0.03 \text{ cm}^{-1}$ , - ovo odgovara razlici od 900 MHz – između termova  $2^2S_{1/2}$  i  $2^2P_{1/2}$ .

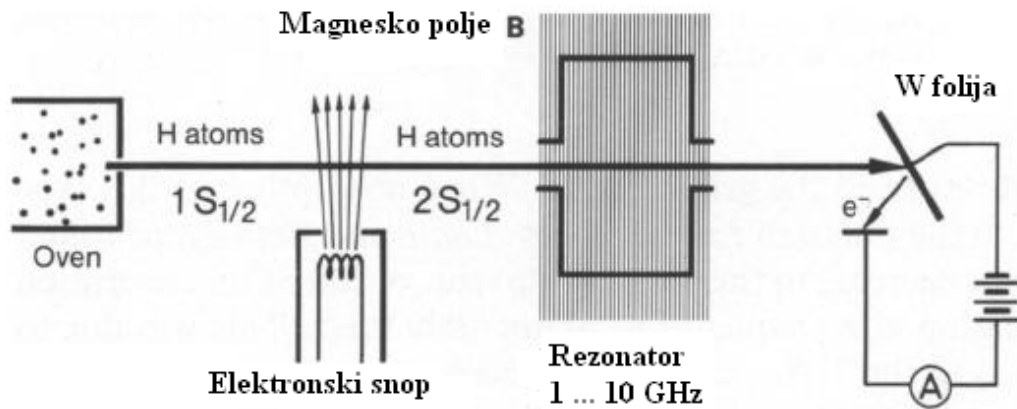


Slika 12.21. Lambov pomeraj: fina struktura  $n=2$  nivoa u H atomu prema Bohr-u, Dirac-u i kvantnoj elektrodinamici, uzimajući u obzir Lambov pomeraj. Ukinuta je degeneracija po  $l$ .

Oni su postigli preciznost od 2 MHz. Slika 12.21 pokazuje odgovarajući energetski dijagram.

Slično finoj strukturi, ovaj mali pomeraj energije se ne može opaziti sredstvima optičke spektroskopije kao cepanje  $H_{\alpha}$  linije vodonika, jer Doplerovo širenje spektralnih linija koje potiče od kretanja atoma prevazilazi veličinu cepanja.

*Lamb-Retherford* ov rezultat se može generalizirati: nivoi sa istim kvantim brojevima  $n$  i  $j$ , ali sa različitim  $l$  nisu tačno jednaki. Svi  $S_{1/2}$  termovi su viši od  $P_{1/2}$  termova za iznos koji je jednak oko 10 % od razlike energije  $P_{3/2}-P_{1/2}$ , i termovi  $P_{3/2}$  su viši od  $D_{3/2}$  za oko 0.2 % od  $D_{5/2}-D_{3/2}$ .



Slika 12.22. Uredjaj za merenje Lambovog pomeraja. Snop atoma  $H$  se eksцитuje u metastabilno stanje  $2S_{1/2}$  bombardovanjem sa elektronima. Snop prolazi kroz rezonator. Ako su ovde izazvani elektromagnetski prelazi, broj eksцитovanih atoma koji dostiže tungsten ovu foliju je manji, i merena struja elektrona opada. Magnetsko polje  $B$  služi da stvori dodatno energetsko razdvajanje izmedju  $S_{1/2}$  i  $P_{1/2}$  stanja. Ovo sprečava mešanje ovih stanja i time se izbegava raspad preko  $2P_{1/2}$  stanja.

*Lamb-Retherford*-ov eksperiment je prikazan na Slici 12.22. Snop vodonikovih atoma se generiše iz  $H_2$  molekula termalnom disocijacijom na  $2500^{\circ}C$ . Mali broj ovih atoma se eksцитuje u metastabilno stanje  $2^2S_{1/2}$  bombardovanjem pomoću elektrona. Optički prelaz izmedju ovog stanja i osnovnog stanja  $1^2S_{1/2}$  je zabranjen. Atomi zatim prolaze kroz rezonator sa promenljivim visoko frekventnim ili mikrotalasnim zračenjem do tungstenove folije. Ovde metastabilni atomi mogu da predaju svoju eksцитacionu energiju oslobadajući elektrone sa površine ovih metala. Struja elektrona, koja može da se izmeri, služi kao indikator brzine sa kojom atomi u stanju  $2^2S_{1/2}$  stižu u detektor. Oni atomi koji su eksцитovani u  $2^2P_{3/2}$  apsorpcijom mikrotalasnog zračenja u rezonatoru u opsegu 10 000 MHz (uporedi šemu termova na slici 12.21) mogu da emituju svetlost talasne dužine  $H_{\alpha}$  (ili tačnije jednu komponentu ove linije) i da se vrate u osnovno stanje. Kada se apsorpcija ovog tipa dogodi, struja elektrona na tungstenovoj foliji opada. *Lamb* i *Retherford* su našli 1947. da se isti efekat, opadanje elektronske struje događa na apsorpciji ili indukovanoj emisiji zračenja na frekvenciji oko 1000 MHz. Ovo potiče od

prelaza sa  $2^2S_{1/2}$  na  $2^2P_{1/2}$  stanje. Radijacioni transport na osnovno stanje iz poslednjeg stanja je takodje zabranjen. Tako je pokazano da su čak i stanja sa istim ukupnim ugaonim momentom  $j$  energetske različite.

Šema termova atoma se takodje može ufiniti i za optičke prelaze. Slika 12.23 pokazuje kompletnu šemu termova za  $H_{\alpha}$  liniju vodonikovog atoma. Ova linija se sastoji od 7 komponenti sa različitim intenzitetima u oblasti energije oko  $0.4 \text{ cm}^{-1}$ . Gornji deo slike 12.24 pokazuje strukturu  $H_{\alpha}$  linije onako kako se može zapaziti u prisustvu Doplerovog širenja. Donji deo pokazuje krivu dobijenu modernim metodama bez Doplerovog efekta (*Dopler free spektroskopija*) (Seksija 22.3). Ovim metodom, *Lambov* pomeraj se može videti i u optičkim spektrima. Cepanje fine strukture i *Lambov* pomeraj su veći u težem helijumovom atomu, tako da je direktno opažanje optičkog cepanja lakše nego sa H atomom. Čak i bez uklanjanja Doplerovog širenja fina struktura se može odvojiti kao što pokazuje slika 12.25.

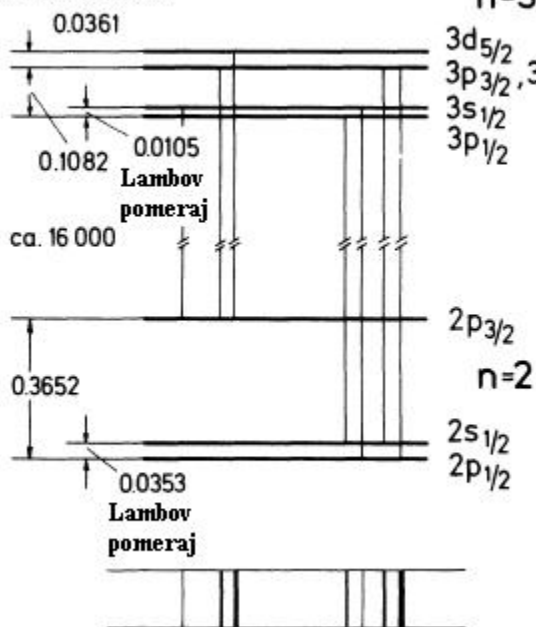
*Lambov* pomeraj je važan za razvoj kvantne elektrodinamike. Pre toga, ova teorija je tretirala samo emisiju i apsorpciju svetlosnih kvantata u atomskim prelazima. Da bi se objasnio *Lambov* pomeraj, bilo je nužno otići jedan korak dalje. Bilo je potrebno pretpostaviti da elektroni u atomu kontinualno emituju i reapsorbuju kvantne svetlosti; u ovim procesima se narušava zakon očuvanja energije.

Ova povreda zakona očuvanja energije se ne treba uzeti previše trivijalno. Prema relaciji neodređenosti između energije i vremena (7.29) energija je oštro definisana samo ako se merenje obavlja dovoljno dugo vremena. Tako, potpuno je konzistentno sa zakonom očuvanja energije da elektron može da emituje kvant energije sa većom energijom nego što elektron ima, sve dok se taj kvant reapsorbuje dovoljno brzo.

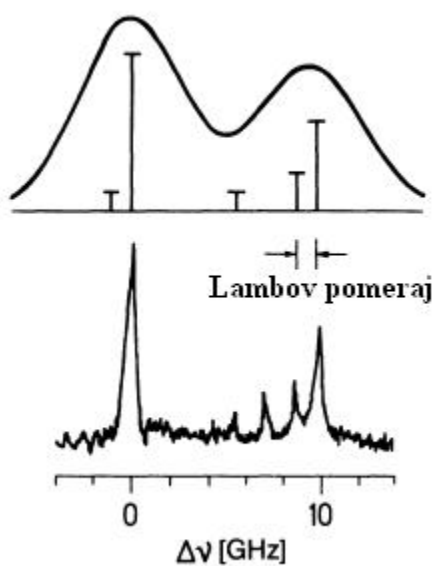
Za teoretičare je mnogo značajnija spoznaja da je ovaj energetske pomeraj atomskih nivoa (na negativnoj energetske skali) proizveden virtualnim procesima beskonačno veliki. Slobodan elektron može kontinualno da emituje i apsorbuje virtualne kvante; njegova energija opada beskonačno u ovom procesu. Energetske pomeraj (šift) izazvan virtualnim procesima je nazvan “self energy”. Eksperimentalno, slobodni elektron, kao i vezani elektron, ima dobro definisanu konačnu energiju. Osnovna ideja za rešavanje “problema beskonačnosti” energetske pomeraja je spoznaja da je samo razlika između energija vezanih i slobodnih elektrona fizički interesantna. Ili, drugim rečima: da bi se izračunao energetske pomeraj vezanih elektrona, mora se oduzeti self – energija slobodnog elektrona od energije vezanog elektrona u nekom atomskom stanju. Ovaj proces se naziva “renormalizacija”. Kako mase postaju beskonačne usled virtualnih procesa, one se takodje moraju ‘renormalizovati’. Prirodno, na prvi pogled se čini avanturistički da se oduzmu dve beskonačne veličine i da se dobije dobro definisan konačan rezultat. U okviru kvantne elektrodinamike, moguće je dobiti dobro definisano pravilo za procedure renormalizacije, i *Lambov* pomeraj se danas može izračunati sa velikom preziznošću. Važan je rezultat da se validnost kvantne elektrodinamike može testirati i verifikovati na odličan način.

Sažetak teorijskih tretmana je dat u poglavlju 15.5.2. U pripremi ovog tretmana, u poglavlju 15.5.1 uveli smo kvantizaciju elektromagnetskog polja, koje neposredno sledi iz kvantizacije harmonijskog oscilatora. Kao što je pokazano u jednom od problema poglavlja 15.5.1, teorija *Lambov* pomeraj ima iznenadjujuće jednostavno fizičko objašnjenje: kvanto mehaničke fluktuacije elektromagnetskog polja deluju statistički na elektrone i tako izazivaju pomeraj njihove potencijalne energije.

**Fina struktura**

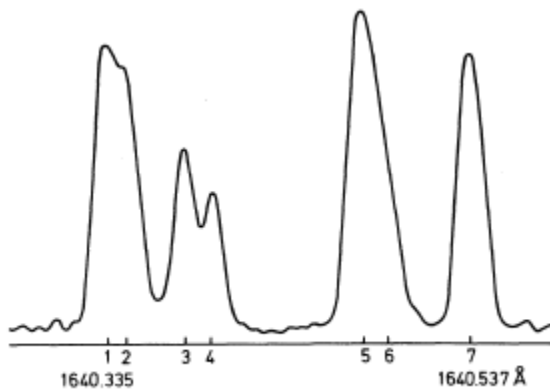


Slika 12.23. Struktura  $H_\alpha$  linije vodonika i šema termova uključujući i finu strukturu. Očekivani optički spektar (ignorirajući širinu linija) prikazan dole (ignorišući širinu linija). Tamnije linije označavaju intenzivnije prelaze. Talasni brojevi su u  $\text{cm}^{-1}$ .



Slika 12.24. Gore: struktura  $H_\alpha$  linije atoma vodonika na sobnoj temperaturi. Širina linije i spektralna rezolucija su određene Doplerovom širinom. Dole: Metod spektroskopije bez Doplerovog efekta (zasićenja absorpcija korišćenjem obojenog lasera, Sekcija 22.3) omogućava rezoluciju pojedinih komponenti  $H_\alpha$  linije (Hansch et al). Dve vrlo slabe linije pokazane na slici 12.23 su ispuštene na slici 12.24.





Slika 12.25. Lambov pomeraj i fina struktura He atoma: fina struktura na 1640 Å. Opaža se sedam komponenti. Linije 1,2 i 3 i 4 bi bile nerazdvojene bez Lambovog pomeraja. (Iz G. Herzberg: *Trans.Roy. Soc.Can.* 5, (1967), Slika 5).

### Problemi

12.1. Izračunati frekvenciju precesije elektrona i protona ( $I=1/2$ , magnetski momenat  $=2.790/1836 \mu_B$ ) u magnetskom polju zemlje ( $\approx 2 \cdot 10^{-5}$  T).

12.2. U Stern Gerlachovom eksperimentu, snop atoma srebra u osnovnom stanju ( $5^2S_{1/2}$ ) upada normalno na jako nehomogeno magnetsko polje. Gradijent polja je  $dB/dz=10^2$  T/m. Magnetsko polje se pruža  $l_1=4$  cm duž pravca snopa atoma, a ekran je na rastojanju  $l_2=10$  cm od magneta. Izračunati komponente magnetskog momenta u pravcu magnetskog polja, ako je opaženo cepanje snopa  $d=2$  mm na ekranu i ako je brzina atoma  $v=500$  m/s. Srednja masa atoma srebra je  $M=1.79 \cdot 10^{-25}$  kg. Zašto nuklearni spin ne utiče na ovaj eksperiment.

12.3. Koliko je magnetsko polje koje stvara elektron u osnovnom stanju atoma vodonika na mestu gde se nalazi proton, ako kruži po Borovom modelu na ljusci sa  $n=1$ .

12.4. Koliki je magnetski momenat orbitalnog kretanja mionijumskog atoma, u kome je elektron u osnovnom stanju vodonika zamenjen mionom? Koliki je momenat pozitronijuma (tj elektron i pozitron, čestice sa istom masom i jednakim ali suprotnim naelektrisanjima) se kreću oko zajedničkog centra masa)?

12.5. Izračunati spin orbitalno cepanje stanja atoma vodonika sa  $n=2$  i  $n=3$  koristeći sledeće relacije

$$V_{l,s} = \frac{1}{\pi} \frac{Ze^2 \mu_0}{8\pi m_0^2 r^3} (\vec{s} \cdot \vec{l}) \quad \text{ i } \quad r^{-3} = \frac{Z^3}{a_0^3 n^3 l(l+1/2)(l+1)}$$

Koje su vrednosti za Ridbergovo stanje sa  $n=30$  za najveće ( $l=1$ ) i najmanje ( $l=29$ ) cepanje?  $a_0$  je radijus najniže Bohrove orbite.

12.6. U atomu cezijuma, spin orbit cepanje izmedju stanja  $6P_{1/2}$  i  $6P_{3/2}$  dovodi do razlike u talasnim dužinama od  $\Delta\lambda=42.2$  nm za prvi par linija primarne serije sa  $\lambda=852.1$  nm za linije sa krajom talasnom dužinom. Izračunati iz ovih podataka konstantu fine strukture  $a$ , i jačinu polja jezgra  $B_1$  (Koristi 12.27).

12.7. Skiciraj energetske nivoe atoma vodonika uključujući finu strukturu do  $n=3$ . Pokaži moguće prelaze. Koliko ima raznih linija?

12.8. Fina struktura vodoniku sličnih jona (joni sa samo jednim elektronom) je opisana sa 12.33.

- a) Pokazati da korekcija terma ne nestaje za bilo koju kombinaciju kvantnih brojeva  $n$  i  $j$ , ali se uvek svodi na vrednost nekorrigovane energije.

- b) U koliko se energetskih podnivoa cepa term jednostruko naelektrisanog jona helijuma sa glavnim kvantnim brojevima  $n=3$  i  $n=4$  usled fine interakcije.
- c) Nacrtati položaj ovih nivoa u odnosu na nepomerene termove i daj iznos pomeraja.
- d) Odrediti koji su prelazi dozvoljeni, koristeći selekciona pravila  $\Delta l = \pm 1$  i  $\Delta j = 0, \pm 1$ .

12.9. Dati relativno cepanje raznih nivoa LSJ multipleta koje potiče od spin orbit interakcije za  $^3F$  i  $^3D$  multiplete. Skiciraj energetske nivoe ovih multipleta i naznači strelicama dozvoljene prelaze  $^3F \rightarrow ^3D$ . Ponovi gornji zadatak za  $^4D \rightarrow ^4P$  i za  $^4P \rightarrow ^4S$  prelaze.

12.10 Energija interakcije između dva magnetska momenta  $\vec{\mu}_1$  i  $\vec{\mu}_2$  ( $\vec{r}$  je radijus vektor između  $\vec{\mu}_1$  i  $\vec{\mu}_2$ ) je

$$E = + \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2}{r^3} - 3 \frac{(\vec{\mu}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\mu}_2 \cdot \vec{r})}{r^5} \right)$$

- a) Pod kojim uslovom je  $E=0$  za dato  $|\vec{r}|$ .
- b) Za paralelne momente, kada se dobija ekstremna vrednost za  $E$ ?
- c) Za slučaj b) sa  $|\vec{r}|=0.2$  nm, izračunati energiju elektron-elektron i proton-proton interakcije. U svakom slučaju koliko je magnetsko polje u  $\mu_2$  koje potiče od  $\mu_1$ . ( $\mu_{\text{protona}}=1.4 \cdot 10^{-26} \text{ Am}^2$ )?