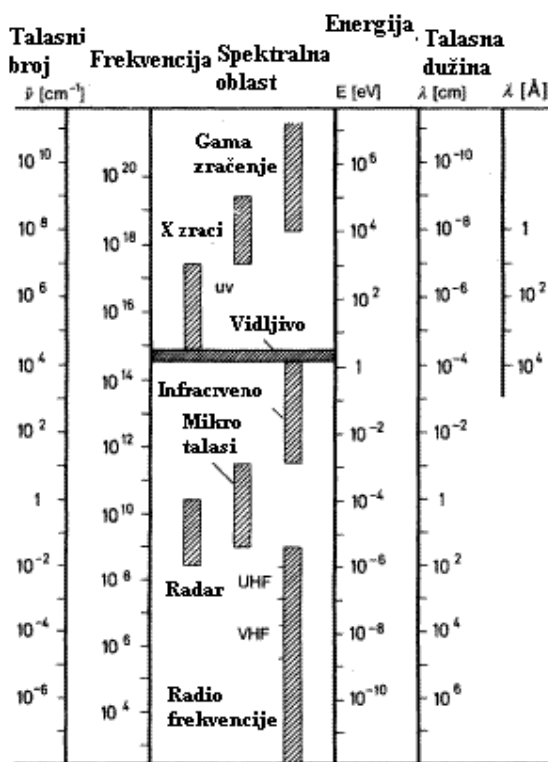


8. Bohrov model vodikovog atoma

8.1. Osnovni principi spektroskopije

U sledećim poglavljima ćemo detaljno analizirati spektre atoma u svim oblastima talasnih dužina. Najvažniji izvori informacija o elektronskoj strukturi i gradnji atoma su spektri u vidljivoj, infracrvenoj, ultraljubičastoj, x- zračnoj, mikrotalasnoj i radiofrekventnoj oblasti. Slika 8.1 sumira i daje pregled ovih spektralnih oblasti.

Optički spektri se dalje kategorizuju kao linijski, trakasti i kontinualni. Kontinualne spektre emituju čvrsta tela ili vrlo guste plazme. Trakasti spektri se sastoje od grupa vrlo velikog broja spektralnih linija koje su blizu jedna druge. Oni su tipični za molekule. Linijski spektri su sa druge strane tipični za atome. Oni se sastoje od linija, koje se mogu svrstati u karakteristične serije.



Slika 8.1. Spektar elektromagnetskog zračenja. Region i jedinice.

Optički spektri se mogu opaziti na dva načina, bilo pri emisiji, bilo pri apsorpciji. Pri prvom načinu, supstanca koja se ispituje emituje svetlost; ovo se može postići prenosom energije atomima pomoću svetlosti, sudarima sa elektronima, x- zračnom ekscitacijom ili nekim drugim procesima. Ako supstanca re-emituje svetlost koju je apsorbovala, taj proces se naziva rezonantna fluorescencija. Najpoznatiji primer ovoga je rezonantna fluorescencija natrijumove pare (Sl.8.2). Detalji aparature će biti diskutovani u sledećim sekcijama u vezi sa pojedinačnim problemima.

Spektri se tradicionalno mere (izražavaju) u nekoliko različitih jedinica, što potiče od aparature koja je korišćena pri merenju ili iz praktičnih razloga;

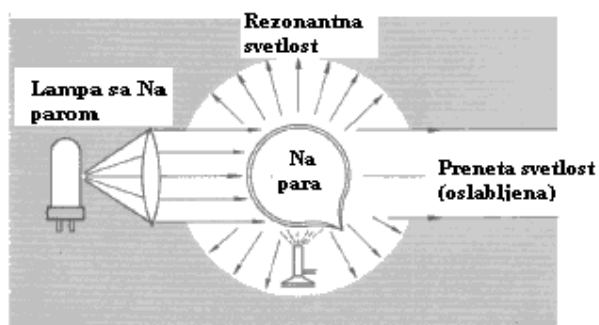
-U jedinicama talasne dužine. Mogu se odrediti apsolutno pomoću difrakcione rešetke. Često, međutim, koriste se kalibracioni spektri koji omogućuju veću tačnost.

Jedan od standarda talasne dužine je žuta ^{86}Kr linija, to je žuta linija u spektru ^{86}Kr . Za ovu liniju je

$$\lambda_{\text{vac}} = 6057.80211 \text{ \AA}, \text{ tj } \nu = 16507.6373 \text{ cm}^{-1} \text{ (vidi dole)}$$

Generalno, talasna dužina se daje za vakuum. Odgovarajuća talasna dužina u vazduhu je nešto manja, jer je indeks prelamanja vazduha nešto veći od 1, te je brzina svetlosti u vazduhu nešto manja nego u vakuumu. Konvertovanje talasne dužine merene u vazduhu na vakuum ("normalni vazduh je $t=15 \text{ }^{\circ}\text{C}$ i $p=760 \text{ Torr}$) se obavlja preko formule

$$\lambda_{\text{vaz}} = \lambda_{\text{vac}} / n$$



Slika 8.2. Rezonantna fluorescencija natrijumove pare. Metalni Na se greje u evakuisanoj staklenoj sferi. Proizvedena Na para absorbuje svetlost Na lampe i emituje istu svetlost kao rezonantnu fluorescenciju u svim pravcima.

Indeks prelamanja vazduha je funkcija talasne dužine. Na 6000 \AA , $n=1.0002762$. Za žutu ^{86}Kr liniju u normalnom vazduhu imamo

$$\lambda_{\text{vaz}} = 6056.12941 \text{ \AA}.$$

-Specificiranje frekvencije je opštije, pošto ne zavisi od medijuma. Imamo

$$\nu = c / \lambda_{\text{vac}} = c / (n \lambda_{\text{vaz}}).$$

-Često se navodi i talasni broj

$$\bar{\nu} = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda_{\text{vac}}} = \frac{1}{n \lambda_{\text{vaz}}}$$

Talasni broj je, kao i frekvencija, veličina proporcionalna energiji; konverzija se može učiniti preko jednačine

$$E = \bar{\nu} h c$$

- Na kraju, jedinica elektron volt (eV) se često koristi za merenje energije.

Nekoliko jedinica koje su važne za praktičnu atomsku fiziku kao i konverzioni faktori su dati u tabeli 8.1 i na Slici 8.1.

Tabela 8.1. Često korišćene jedinice i konverzioni faktori

Velicina	Jedinice i konverzioni faktor	
Talasna dužina λ		1 Å = 10^{-10} m = 0.1 nm
Talasni broj $\bar{\nu}$		1 cm ⁻¹ (= 1 kayser)
$\bar{\nu} = 1/\lambda$		$\bar{\nu} = 8066 E(\text{eV}) \text{ cm}^{-1}$
		1 cm ⁻¹ = 29.979 GHz
Energija E		1 electron volt = $1.602 \cdot 10^{-19}$ J = $1.96 \cdot 10^{-6} m_0 c^2$
		$E = h\nu = hc/\lambda = hc\bar{\nu}$
		1 eV $\cong 2.418 \cdot 10^{14}$ Hz $\cong 8066 \text{ cm}^{-1}$
		$E(\text{eV}) = 1.24 \cdot 10^{-4} \frac{\bar{\nu}}{\text{cm}}$
Masa m_0		1 masa elektrona : $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg = 511 keV/c ²
Naelektrisanje e		1 Elementarno naelektrisanje = $1.6 \cdot 10^{-19}$ C
Planckova konstanta h		$h = 4.14 \cdot 10^{-15}$ eV s
		$\hbar = h/2\pi = 6.58 \cdot 10^{-16}$ eV s

8.2. Optički spektar vodonikovog atoma

Kirchhoff i *Bunsen*, pronalazači spektroskopske analize, su prvi koji su sredinom 19-tog veka našli da svaki element poseduje svoj karakteristični spektar. Vodonik je najlakši element, i vodonikov atom je najjednostavniji atom koji se sastoji samo od jednog protona i jednog elektrona. Spektri vodonika su igrali značajnu ulogu u poslednjih 90 godina u razvoju i našem razumevanju zakona atomske strukture i strukture materije.

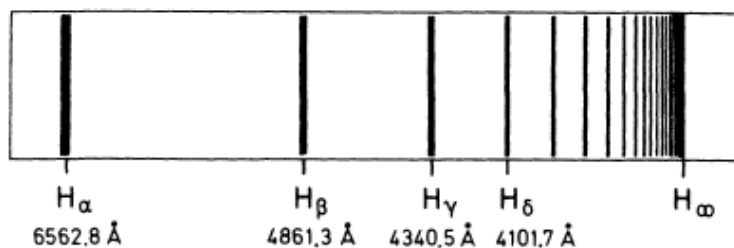
Emisioni spektar atoma vodonika pokazuje tri karakteristične linije u vidljivoj oblasti na 6563, 4861 i 4340 Å ($H_{\alpha, \beta, \gamma}$). Najintenzivniju od ovih linija je 1853. god. otkrio *Angstrom* i nazvana je H_{α} linija. U bliskoj ultraljubičastoj oblasti, ove tri linije su praćene celim nizom drugih linija, koje su sve bliže i bliže jedna drugoj u nekom regularnom rasporedu, kako se prilazi kratko talasnoj granici (H_{∞}) (Sl. 8.3)

Balmer je 1885 godine našao da se talasne dužine ovih linija mogu izuzetno dobro reprodukovati relacijom u obliku

$$\lambda = \frac{n_1^2}{n_1^2 - 4} G \quad (8.1)$$

Ovde je $n_1=3,4, \dots$ ceo broj, i G je empirijska konstanta. Danas se Balmerova formula piše nešto drugačije. Za talasni broj linije piše se

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > 2, \quad n \text{ celobrojno.} \quad (8.2)$$



Slika 8.3. Balmerova serija emisionog spektra vodonika. Vidljiva je konvergencija linija serije ka granici serije H_∞ .

Veličina $R_H (=4/G)$ se naziva Rydberg-ova konstanta i ima numeričku vrednost od $R_H = 109677.5810 \text{ cm}^{-1}$

Granica serije se nalazi kada $n \rightarrow \infty$, to jest,

$$\bar{\nu}_\infty = \frac{R_H}{4}$$

U daljem proučavanju vodonikovog spektra, opažanja u astrofizi su igrala značajnu ulogu. U spektrima zvezda, fotografisanim vrlo rano, još 1881 od *Hugginsa*, može se videti veliki broj linija vodonikovog spektra.

Korišćenjem modernih radio astronomskih tehnika, mogu se naći prelazi između stanja sa ekstremno velikim n ; mogu se identifikovati nivoi sa n između 90 i 350.

Razlog što je mnogo linija prvo otkriveno u astrofizičkim posmatranjima, a ne u eksperimentima na zemlji, je u vezi sa teškoćama pripreme čistog atomarnog vodonika u laboratorijama. U cevima za gasna pražnjenja, u kojima H_2 gas disosuje u atomski vodonik uvek se nalaze vodonikovi molekuli čiji se spektar preklapa sa spektrom atomskog vodonika.

Iznad granica serija, opaža se takozvani kontinuum, oblast u kome se spektri ne sastoje od linija već su kontinualni.

Poredjenje izračunatih spektralnih linija dobijenih iz *Balmerove* formula (8.2) sa izmerenim linijama (Tabela 8.2) pokazuje da formula nije tek dobra aproksimacija; serije su takodje opisane sa velikom preciznošću. Celokupni spektar H atoma se predstavlja jednačinom oblika

$$\bar{\nu} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n' < n; \quad \text{oba celobrojna} \quad (8.3)$$

Brojevi n i n' su nazvani glavni kvantni brojevi. Tabela 8.3 sadrži neke linije iz prvih 4 serija.

Tabela 8.2. Prvih 20 linija Balmerove serije vodonika. Navedeni brojevi su talasne dužine u vazduhu $\lambda(\text{\AA})$, talasni brojevi u vakumu $\bar{\nu} (\text{cm}^{-1})$, i vrednosti izračunate iz Balmerove formule $R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$.

n	$\lambda_{\text{vaz}} [\text{\AA}]$	$\bar{\nu}_{\text{vac}} [\text{cm}^{-1}]$	$R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
H $_{\alpha}$ 3	6562.79	15233.21	15233.00
H $_{\beta}$ 4	4861.33	20564.77	20564.55
H $_{\gamma}$ 5	4340.46	23032.54	23032.29
H $_{\delta}$ 6	4101.73	24373.07	24372.80
H $_{\epsilon}$ 7	3970.07	25181.33	25181.08
H $_{\zeta}$ 8	3889.06	25705.84	25705.68
H $_{\eta}$ 9	3835.40	26065.53	26065.35
H $_{\theta}$ 10	3797.91	26322.80	26322.62
H $_{\iota}$ 11	3770.63	26513.21	26512.97
H $_{\kappa}$ 12	3750.15	26658.01	26657.75
H $_{\lambda}$ 13	3734.37	26770.65	26770.42
H $_{\mu}$ 14	3721.95	26860.01	26859.82
H $_{\nu}$ 15	3711.98	26932.14	26931.94
H $_{\xi}$ 16	3703.86	26991.18	26990.97
H $_{\omicron}$ 17	3697.15	27040.17	27039.89
H $_{\pi}$ 18	3691.55	27081.18	27080.88
H $_{\rho}$ 19	3686.83	27115.85	27115.58
H $_{\sigma}$ 20	3682.82	27145.37	27145.20

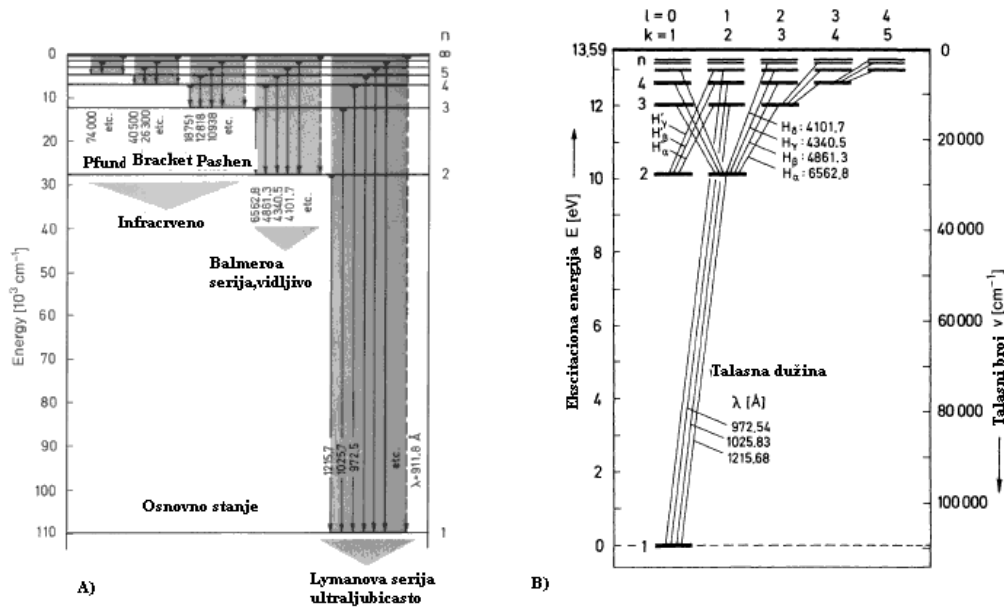
Table 8.3. Talasne dužine nekih linija spektralnih serija vodonika. Serije sa $n'=5$ je opažena 1924. od strane Pfund-a; počinje sa linijom $\lambda=74000 \text{\AA}$, ali nije pokazana u tabeli.

$n' \rightarrow$	1 Lyman	2 Balmer	3 Paschen	4 Bracket
$n \downarrow$				
2	1216 \AA =82257 1/cm			
3	1026 \AA =97466 1/cm	6563 \AA =15233 1/cm		
4	973 \AA =102807 1/cm	4861 \AA =20565 1/cm	18751 \AA =5333 1/cm	
5	950 \AA =105263 1/cm	4340 \AA =23033 1/cm	12818 \AA 1/cm	=7801 40500 \AA =2467 1/cm
God Otkrica	1906	1885	1908	1922

Relacija (8.3) je formulisana 1889 od strane *Rydberg*-a. On je našao, “na svoju veliku sreću” da je *Balmerova* formula (8.1) specijalni slučaj *Rydberg* ove formule (8.3). Tabela 8.3. takodje ilustruje *Ritz*-ov kombinacini princip, koji je on našao empirijski 1889. god. Ovaj princip glasi: razlika frekvencija dve linije u spektralnoj seriji je jednaka frekvenciji spektralne linije koja se pojavljuje u drugoj seriji istog atomskog spektra. Na primer razlika frekvencija prva dva terma u *Lyman*

ovoj seriji je jednaka frekvencii prve linije *Balmer* ove serije, kao što se može videti iz talasnih brojeva u Tabeli 8.3.

Možemo da zaključimo iz opažanja i induktivnih razloga, da se frekvencije (i talasni brojevi) svih spektralnih linija mogu predstaviti kao razlika dva terma oblika R/n^2 . Kao što ćemo da vidimo na dalje, ovo su upravo energetske nivoe elektrona u atomu vodonika. Spektralne linije vodonikovog atoma se mogu grafički predstaviti kao prelazi izmedju energetski nivoa (termova) što dovodi do dijagrama energetskih nivoa.



Slika 8.4 a). Dijagram termova linija spektra vodonika i klasifikacija serija. Talasne dužine prelaza su date u angstromima Å. Energije mogu biti date kao (negativne) vezivne energije sa nulom na jonizacionom limitu, ili mogu biti date kao ekscitacione energije, počev od osnovnog stanja tako da je energetski term n_∞ jednak jonizacionoj energiji.

(b). Ovo predstavlja linije spektra vodonika u šemi dijagrama Grotriana (Struktur der Materie VII Springer Berlin 1928). Simboli l i k na gornjem delu margine slike će biti objašnjeni kasnije.

8.3. Bohr-ovi postulati

Prvih godina prošloga veka, predlagani su različiti modeli za objašnjenje veze izmedju atomske strukture i spektralnih linija. Najuspešniji od ovih modela je Bohr-ov (1913). Sledeći Rutherford-ov model, on je pretpostavio da se elektroni kreću oko jezgra po kružnim orbitama radijusa r sa brzinom v , isto kao što se planete kreću oko

sunca u Solarnom Sistemu. Dinamička ravnoteža između centrifugalne sile i Kulonovog privlačenja elektrona jezgrom postoji u atomu i izražava se formulom

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m_0 r \omega^2 \quad (8.4)$$

Odgovarajuća energija je suma kinetičke i potencijalne energije elektrona

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$$

gde je kinetička energija, kao i obično data sa $m_0 v^2/2$ ili $m_0 r^2 \omega^2/2$. Potencijalna energija se definiše kao rad, koji se dobije ako elektron iz beskonačnosti prebaci na rastojanje r u dometu Kulonove sile. Pošto se rad definiše kao proizvod sile i rastojanja, i Kulonova sila se menja kontinualno sa rastojanjem od jezgra, moramo da integralimo doprinose radu duž putanja dr , što daje

$$E_{\text{pot}} = \int_{-\infty}^r \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (8.5)$$

E_{pot} je negativna i to se može shvatiti jer je to vezivna energija, nula je stanje potpune ionizacije. Ukupna energija se nalazi sada kao

$$E = \frac{1}{2} m_0 r^2 \omega^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (8.6)$$

Do sada model odgovara *Rutherford* ovom modelu. Možemo (8.6) da prepisemo koristeći (8.4)

$$E = -\frac{e^2}{2 \cdot 4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2(4\pi\epsilon_0)^{2/3}} (e^4 m_0 \omega^2)^{1/3} \quad (8.7)$$

Ako se pokuša da se razume emisija i apsorpcija svetlosti korišćenjem ovog modela i zakone klasične elektrodinamike, nailaze se na fundamentalne teškoće. Klasično, orbite su proizvoljnog radijusa, i onda bi trebalo da su energetske vrednosti elektrona u polju jezgra kontinualne. Ali identifikovanje energetskih nivoa, koji su izvedeni iz spektralnih serija sa dosta dobro definisanim energijama elektrona, prisiljava nas da pretpostavimo da su moguće samo diskretne energetske vrednosti u atomima. Štaviše, elektroni koji se kreću po kružnoj orbiti jesu naelektrisanje koje se ubrzava, i, kao takvo, treba da zrači elektromagnetne talase sa frekvencijom, koja je jednaka orbitalnoj frekvenciji $\nu = \omega/2\pi$. Oni bi zato trebalo da gube energiju kontinualno, tj. njihove orbite su nestabilne i oni bi trebalo po spirali da padnu u jezgro. Njihove orbitalne frekvencije bi trebalo da se menjaju kontinualno za vreme ovog procesa. Zato, zračenje koje se emituje bi trebalo da bude kontinualno.

Da bi se izbegla ova neslaganja sa zakonima klasične fizike, *Bohr* je formulisao tri postulata koji opisuju devijaciju ponašanja elektrona u atomu od

klasične fizike. Ovi postulati su izuzetno važan korak ka kvantnoj mehanici. Oni su definisani kao:

-Klasične jednačine kretanja su validne za kretanje elektrona u atomima. Međutim, dozvoljene su samo izvesne diskretne orbite sa energijama E_n . Ovo su energetske nivou atoma.

-Kretanje elektrona na ovim kvantiziranim orbitama je bez zračenja. Elektron se može prebaciti iz jedne orbite sa manjom (negativnom) vezivnom energijom E_n (tj. sa većim r) u orbitu sa većom (negativnom) vezivnom energijom $E_{n'}$ (manje r) emitujući zračenje u tom procesu. Frekvencija emitovanog zračenja je data sa

$$E_n - E_{n'} = h\nu \quad (8.8)$$

Apsorpcija svetlosti je obrnut proces.

Poredjenjem (8.8) i (8.3) Bohr je identifikovao energetske termove E_n i $E_{n'}$ kao

$$E_n = -\frac{Rhc}{n^2}, \quad E_{n'} = -\frac{Rhc}{n'^2} \quad (8.9)$$

gde znak minus opet implicira da se radi o vezivnim energijama.

-Konačno, za računanje *Rydberg* ove konstante u (8.9) iz atomskih veličina, Bohr je koristio poredjenje orbitalnih frekvencija elektrona sa frekvencijom emitovanog ili absorbovanog zračenja. U klasičnoj fizici, ove frekvencije bi trebalo da su jednake, kao što je pomenuto ranije. Međutim, koristeći (8.4) može se lako izračunati da ovo uopšte nije slučaj u vodonikovom atomu za male orbite radijusa r .

Bohr ova odlučujuća ideja je bila da postulira da sa porastom radijusa orbite r , zakoni kvantne atomske fizike postaju identični sa zakonima klasične fizike. Primena ovog "*Principa korespondencije*" na vodonikov atom omogućuje određivanje diskretnih stabilnih orbita.

Razmotrimo emisiju svetlosti prema prvim dvama postulatima, za prelaze između susednih orbita, i.e. $(n-n')=1$, i za veliko n . Iz (8.3) imamo frekvenciju ν , sa $n-n'=\tau$

$$\nu = Rc\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) = Rc\left(\frac{1}{(n-\tau)^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (8.10)$$

$$Rc\frac{1}{n^2}\left(\frac{1}{(1-\tau/n)^2} - 1\right) \cong Rc\frac{2\tau}{n^3}$$

ili za $\tau=1$

$$\nu = \frac{2Rc}{n^3} \quad (8.11)$$

Sada se uzima da je ova frekvencija jednaka klasičnoj kružnoj učestanošću $\omega/2\pi$ u (8.7), što uz kombinovanje sa (8.11) daje jednačinu za R

$$\frac{Rhc}{n^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^{2/3}} \left[e^4 m_0 \left(\frac{2\pi 2Rc}{n^3} \right)^2 \right]^{1/3}$$

i

$$R = \frac{m_0 e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \quad (8.12)$$

Iz (8.12) prvo nalazimo Rydbergovu konstantu R (koju označavamo sa R_∞ iz razloga koji će postati jasniji kasnije)

$$R_\infty = (109\,7373.318 \pm 0.021) \text{ cm}^{-1} \quad (8.13)$$

Ovo se može uporediti sa empirijskom vrednošću u (8.2). U Bohr ovom modelu R je upravo jonizaciona energija osnovnog stanja atoma, sa $n=1$.

Kombinujući (8.12) sa (8.7) i (8.9) nalazi se radijus r_n , n-te orbite

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_0 e^2} \quad (8.14)$$

Kvantni broj koji se pojavljuje u ovim izrazima se naziva glavni kvantni broj.

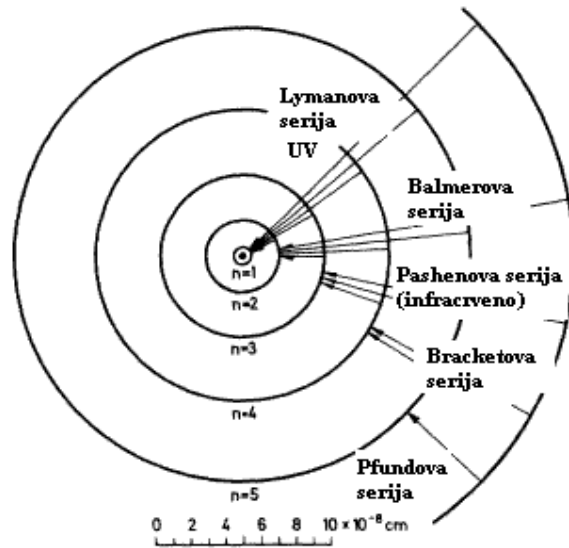
Pored ovoga, može se izračunati i orbitalni moment impulsa $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ koji elektron ima pri brzini v_n na orbitalnoj frekvenciji ω_n i na orbiti sa radijusom r_n ; koristeći (8.11) i (8.14) nalazimo sledeće pravilo kvantovanja

$$|l| = m_0 v_n r_n = m_0 r_n^2 \omega_n = n\hbar \quad \text{sa } n=1,2,3,.. \quad (8.15)$$

Ovo pravilo kvantovanja se često (pogrešno) uzima kao jedan od Bohr ovih postulata.

Bitna karakteristika Bohrovih postulata je da ne govore ništa o procesima, već samo o stanjima. Klasični koncept orbite je napušten. Ponašanje elektrona u funkciji vremena se ne razmatra, već samo stacionarno inicijalno i finalno stanje. Slika 8.5 ilustruje model.

Da li će neka spektralna linija da bude opažena ili ne, bilo pri apsorpciji ili emisiji, zavisi od zauzetosti energetskih termova (ili energetskih stanja). Apsorpcija iz stanja pretpostavlja da je to stanje zauzeto jednim elektronom. U emisionim prelazima elektron pada sa višeg stanja na nezauzeto donje stanje; elektron je morao da je prethodno prebačen u više ekscitaciono stanje nekim procesom ekscitacije, tj. dodavanjem energije. Na normalnim temperaturama samo Lyman ova serija vodonikovog atoma se može opaziti pri apsorpciji, jer je onda samo najniži energetski term ($n=1$) zauzet. Kada je Balmerova linija opažena u spektrima zvezda kao Fraunhofer-ova linija (to su one linije koje nedostaju u kontinualnom spektru zbog apsorpcije svetlosti na putu kroz atmosferu zvezde), moglo je da se zaključi da je temperatura atmosfere toliko visoka da je prvo eksitovano stanje H atoma ($n=2$) takodje zauzeto. Ovo je osnova spektroskopskog određivanja temperature koristeći Boltzman-ovu raspodelu (2.8). Na primer, na Suncu, sa površinskom temperaturom od 6000^0K , samo 10^{-8} vodonikovih atoma u solarnoj atmosferi je u $n=2$ stanju.



Slika 8.5. Šematski prikaz Borovog modela atoma koje pokazuje prvih pet spektralnih serija

8.4 Neki kvantitativni zaključci

Sada ćemo tretirati Bohr-ov model sa arbitrarnim naelektrisanjem jezgra, za “vodoniku – slične” atomske sisteme kao što su He^+ , Li^{++} , kvantitativno. Jezgro sa naelektrisanjem, Z , je okruženo elektronom u kružnoj orbiti n na rastojanju r_n i brzinom v_n . Postoji ravnoteža između Kulonove sile i centrifugalne sile

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{m_0 v^2}{r_n} = m_0 r_n \omega_n^2 \quad (8.16)$$

gde $\omega_n = v_n / r_n$ jeste kružna frekvencija elektrona na orbiti n , i m_0 je njegova masa. Za moguće poluprečnike, vidi (8.14)

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2 4\pi\epsilon_0}{Ze^2 m_0} \quad (8.17)$$

Za $Z=1$ i $n=1$ nalazimo najmanji poluprečnik orbite r_1 u vodonikovom atomu $r_1(\text{H})=0.529 \text{ \AA}$, što je istog reda veličine kao što je neutralni vodonikov atom. $r_1(\text{H})$ se naziva prvi Bohr-ov radijus atoma vodonika u osnovnom stanju, skraćeno se označava sa a_0 .

Za moguće kružne frekvencije elektronskog kretanja dobija se

$$\omega_n = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{Z^2 e^4 m_0}{n^3 \hbar^3} \quad (8.18)$$

Za $Z=1$, $n=1$ najveća moguća kružna frekvencija je

$$\omega_1(\text{H}) \approx 10^{16} \text{ Hz}$$

ω_n bi bila klasična frekvencija emitovane svetlosti, ako bi se elektron ponašao kao klasični dipol u atomu. Ovo međjutim, nije slučaj (videti sekciju 8.3). Emitovana frekvencija odgovara razlici energetske stanja dve orbite n i n' prema (8.9). Ukupna energija je prema (8.6) jednaka

$$E_n = \frac{m_0 v_n^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} \quad (8.19)$$

Zamenjujući r_n iz (8.17) i v_n koje se može dobiti iz (8.15) dobija se da su moguća energetska stanja:

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m_0}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (8.20)$$

Za $Z=1$, $n=1$ nalazimo najniže energetske stanje atoma vodonika:

$$E_1(\text{H}) = -13.59 \text{ eV.}$$

Ovo je jonizaciona energija H atoma.
Za proizvoljno Z i $n=1$, dobija se

$$E_1(Z) = -Z^2 \cdot 13.59 \text{ eV.}$$

Za talasni broj spektralne linije nalazi se prema (8.3) i (8.9)

$$\bar{\nu} = \frac{1}{hc} (E_n - E_{n'}) = \frac{e^4 m_0 Z^2}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 c} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (8.21)$$

Poredjenje ovog faktora sa Balmerovom formulom, koja je određena empirijski, pokazuje kompletno slaganje u odnosu na kvante brojeve n i n' . Kvantni broj n koji je uveo Bohr je tako identičan sa indeksom n u Balmerovoj formuli.

8.5. Kretanje jezgra

Spektroskopska merenja veličine R_H (Seksija 8.2) se ne slažu u potpunosti sa teorijskom vrednošću R_∞ (8.13). Razlika je oko 80 cm^{-1} . Razlog za ovo je kretanje jezgra za vreme okretanja elektrona koje je zanemareno u prethodnom računu. Prethodni račun je obavljen na osnovu beskonačno masivnog jezgra; sada moramo da uzmemo u obzir konačnost mase jezgra.

U mehanici je pokazano da se kretanje dve čestice masa m_1 i m_2 na rastojanju, r , jedne od druge, odigrava tako da se obe čestice kreću oko zajedničkog centra masa. Ako je centar masa u miru, ukupna energija obe čestice je jednaka energiji fiktivnog tela koje se oko centra mase kreće na rastojanju, r , i ima masu

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (8.22)$$

koja se naziva i redukovana masa. U svim računanjima u Sekciji 8.4 masa elektrona m_0 se mora zameniti sa μ , i dobija se formula koja je u saglasnosti sa eksperimentom

$$R = R_\infty \frac{1}{1 + m_0 / M} \quad (8.23)$$

Ovde je $m_0 \equiv m_1$ masa elektrona i $M \equiv m_2$ je masa jezgra. Korekcija energije usled kretanja jezgra rapidno opada sa povećanjem mase jezgra (Tabela 8.4).

Tabela 8.4. Korekcija energije usled kretanja jezgra za nekoliko jedno elektronskih atoma

Atom	H(¹ H)	D(² H)	T(³ H)	He ⁺	Li ²⁺
A	1	2	3	4	7
$-(\Delta E/E) \cdot 10^4$	5.45	2.75	1.82	1.36	0.78
$-(\Delta E/E)\%$	0.0545	0.0275	0.0182	0.0136	0.0078

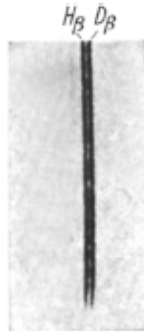
Ova opažanja omogućuju spektroskopsko određivanje količnika masa M/m_0 , tj

$$M_{\text{protona}}/m_{\text{elektrona}} = 1836.15.$$

Usled kretanja jezgra, razni izotopi istog elementa imaju po malo različite spektralne linije. Ova pojava, nazvana izotopski pomeraj, dovela je do otkrića teškog vodonika sa masenim brojem $A=2$ (deuterijum). Nadjeno je da je svaka linija u spektru vodonika u stvari dublet, tj. pojavljuje se kao skup od dve linije. Intenzitet druge linije svakog para je proporcionalan sadržaju deuterijuma. Slika 8.6 pokazuje H_β liniju sa pratećom D_β linijom na rastojanju od oko 1 \AA u smeši 1:1 ova dva gasa. Jezgro deuterijuma sadrži dodatni neutron i proton. Postoji lako merljiva razlika u odgovarajućim linijama vodonika i deuterijuma u Limanovoj seriji, naime

$$R_H = R_\infty \frac{1}{1 + m_0 / M_H} = 109677.584 \text{ cm}^{-1} \quad (8.24)$$

$$R_D = R_\infty \frac{1}{1 + m_0 / M_D} = 109707.419 \text{ cm}^{-1} \quad (8.25)$$



Slika 8.6. β linije Balmerove serije u smeši vodonika ^1H i deuterijuma ^2H sa jednakim koncentracijama. Vidi se izotopski efekat, koji se objašnjava kretanjem jezgra. Linije su za oko 1 \AA udaljene i imaju isti intenzitet, jer su dva izotopa prisutna u jednakim iznosima. (iz K.H. Hellwege, *Einführung in die Physik der Atome, Heidelberger Taschenbücher, Vol 2 4th izdanje, Springer, 1974, Slika 40 a*).

Razlika talasnih dužina $\Delta\lambda$ odgovarajućih linija u spektrima lakog i teškog vodonika je

$$\Delta\lambda = \lambda_H - \lambda_D = \lambda_H \left(1 - \frac{\lambda_D}{\lambda_H}\right) = \lambda_H \left(1 - \frac{R_H}{R_D}\right) \quad (8.26)$$

Tabela 8.5 daje merene vrednosti. Slaganje izmedju izračunatih i merenih vrednosti je izvanredno.

Istorijska napomena: nadjena je razlika od oko 0.2 % izmedju vrednosti molekularne težine vodonika određenog hemijski i masene spektroskopije jer je D prisutan u prirodnoj izotopskoj smeši vodonika. Njegova masa je uključena u rezultate dobijene hemijskim putem, ali ne i u masi određenoj spektroskopski. God. 1931 Urey je otkrio spektralne linije, koje prema Rydbergovom broju pripadaju deuterijumu, posmatranjem gasnog pražnjenja kroz paru od 3 litra tečnog vodonika isparenog u 1 cm^3 zapremine (Slika 8.6).

Tabela 8.5. Poredjenje talasnih dužina spektralnih linija u vodoniku i deuterijumu. Linije pripadaju Lymanovoj seriji.

$\lambda_D (\text{\AA})$	$\lambda_H (\text{\AA})$
1215.31	1215.66
1025.42	1025.72
972.25	972.53

8.6 Spektri vodoniku sličnih atoma

Prema Bohr-u, spektri svih atoma ili jona sa samo jednim elektronom (jednoelektronski sistemi) trebali bi da imaju isti Ridbergov broj (sa tačnošću do Z^2). Spektar vodonika bi trebao da objasni spektre He^+ , Li^{2+} , Be^{3+} ili bilo kog drugog jona sa samo jednim elektronom. Ovo je potpuno verifikovano eksperimentalno (vidi Tabelu 8.6 i energetske dijagram na Sl. 8.7).

Za He^+ astronomi su našli Fowler-ovu seriju

$$\bar{\nu} = 4R_{\text{He}} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (8.27)$$

Tabela 8.6. Talasne dužine λ_{12} prvih Lyman-ovih linija, tj. spektralne linije sa $n'=1$, $n=2$ vodonika, i vodoniku sličnih atoma. Korekcija na masu (prva kolona) je korišćena za računanje Rydberg ovog broja (druga kolona) i λ_{12} (treća kolona). Izračunate vrednosti su u dobrom slaganju sa merenim vrednostima (četvrta kolona).

	$1+m_0/m_j$	R_{jezgra}	λ_{12} rač (Å)	λ_{12} exp (Å)
^1H	1.00054447	109677.6	1215.66	1215.66
^2H	1.00027148	109707.4	1215.33	1215.33
$^4\text{He}^+$	1.00013704	109723.3	303.8	303.6
$^7\text{Li}^{2+}$	1.00007817	109728.7	135	135
$^9\text{Be}^{3+}$	1.00006086	109730.6	75.8	75.9
$^{10}\text{B}^{4+}$	1.00005477	109731.3	48.6	48.6
$^{11}\text{B}^{4+}$	1.00004982	109731.8	48.6	48.6
$^{12}\text{C}^{5+}$	1.00004571	109732.3	33.7	33.7

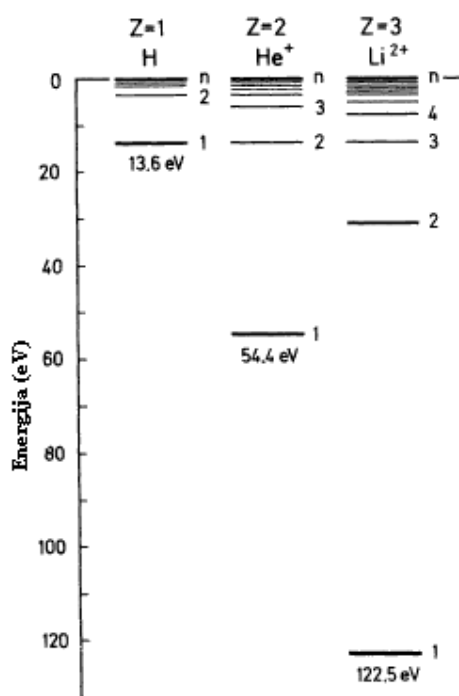


Tabela 8.7. Poredjenje spektralnih linija Balmerove serije u vodoniku, i Pickeringove serije u jonu helijuma

He^+	H
6560.1	6562.8 (H_α)
5411.6	
4859.3	4861.3 (H_β)
4561.6	
4338.7	4340.5 (H_γ)
4199.9	
4100.0	4101.7 (H_δ)

Slika 8.7. Neki energetske nivou H , He^+ , i Li^{2+}

I Pickering ova serija

$$\bar{\nu}_p = 4R_{\text{He}} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (8.28)$$

koja se takodje može predstaviti kao

$$\bar{\nu}_p = R_{He} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{(n/2)^2} \right) \quad n=5,6,.. \quad (8.29)$$

Sve ostale linije Pickering-ove serije skoro potpuno ogovaraju nekoj od Balmerovih linija u vodoniku. Ovo je prikazano u Tabeli 8.7.

Kasnije su nadjene druge He^+ serije kao na primer

$$\text{Prva Lyman ova serija } \bar{\nu}_{L1} = R_{He} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (8.30)$$

$$\text{Druga Lyman ova serija } \bar{\nu}_{L2} = 4R_{He} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (8.31)$$

Za Li^{2+} , Be^{3+} i još teže visoko jonizovane atome, spektralne linije su opažene i mogu se izračunati množenjem linija H atoma sa Z^2 i umetanjem odgovarajuće Rydbergove konstante. Porastom naelektrisanja jezgra Z , brzo se dolazi u oblast talasnih dužina x-zračenja.

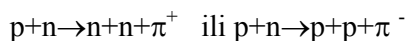
Sakupljeni eksperimentalni materijal o vodoniku sličnih atoma je 1916. generalizovan u *Sommerfeld - Kossel ovoj "teoremi pomeranja"* koja tvrdi: *Spektar bilo kog atoma je sličan spektru jedanput pozitivno jonizovanom atomu koji ga sledi u periodnom sistemu elemenata.*

Vodoniku slični teški atomi, tj. teški atomi koji su izgubili sve elektrone osim jednog, se mogu napraviti ubrzanjem jednom jonizovanih atoma na visoke energije i propuštanjem kroz tanke folije; njihovi elektroni se otkidaju pri prolasku kroz foliju. Na primer, da bi se otkinuli svi elektroni sa uranovog atoma i proizveo U^{92+} jon, moraju se ubrzati do energije od 10 GeV. Ako se zatim omogući da U^{92+} zahvati samo jedan elektron onda se dobija vodoniku sličan U^{91+} jon. Pri zahvatu elektrona emituju se odgovarajuće spektralne linije, jer se odigravaju prelazi na niže elektronske orbite. Za U^{91+} Lyman ova serija je u oblasti oko 100 keV i Balmer ova serija je između 15 i 35 keV.

8.7. Mionski atomi

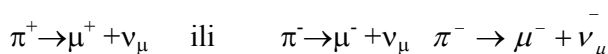
Prvi mionski atomi su opaženi 1952. godine, i mogu se opisati pomoću prostog Bohr ovog modela. Oni, umesto jednog elektrona imaju 207 puta teži μ mezon, ili mion, i kao takvi su, suprotno Rydberg-ovom atomu, krajnje mali; u ekstremnim slučajevima teško da su nešto veći od tipičnog dijametra atomskog jezgra.

Da bi se oni proizveli, materija se bombarduje visoko energetskim protonima (oko 440 MeV), što omogućuje kreiranje drugih elementarnih čestica, piona, prema sledećim šemama



Ovde p označava proton, a n neutron i π je pion (π mezon).

Pioni imaju naelektrisanje $+e$ ili $-e$ i masu $m_\pi=273 m_0$. Oni se raspadaju u druge čestice, mione, prema reakcijama:



Ovde, simbol ν ili $\bar{\nu}$ označavaju neutrino ili antineutrino, a index μ znači mionski neutrino (neutretto) i elektronski neutrino nosi indeks e da bi se razlikovali. Neutrini su prikazani jedino radi kompletnosti reakcija.

Vreme poluživota za ove raspade je $T_{1/2}=1.5 \cdot 10^{-8}$ s. Mioni se mogu okarakterisati kao “teški elektroni”; oni imaju naelektrisanje e , a masa je jednaka $206.8 m_0$, i vreme poluživota je $T_{1/2}=2.2 \cdot 10^{-6}$ s.

Mioni se raspadaju na elektrone e^- ili pozitrone e^+ prema relacijama

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad \text{ili} \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

Pre nego što se raspadnu mogu da budu zahvaćeni u jednu od spoljašnjih elektronski orbita i da tako zauzmu mesto elektrona. Pri prelazu sa spoljašnjih ka unutrašnjim orbitalama, mioni zrače svetlost odgovarajućih frekvencija; ova svetlost je u x-zračnoj oblasti spektra. Kako se mioni ponašaju kao teški elektroni, možemo jednostavno primeniti rezultate Bohr-ovog modela. Za radijus orbite imamo, vidi (8.17)

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Ze^2 m_\mu} n^2 \quad (8.32)$$

r_n je tako manje od radijusa odgovarajuće orbite koja je popunjena elektronom za količnik masa elektrona i miona.

Numerički primer: za magnezijumov atom ^{12}Mg nalazimo

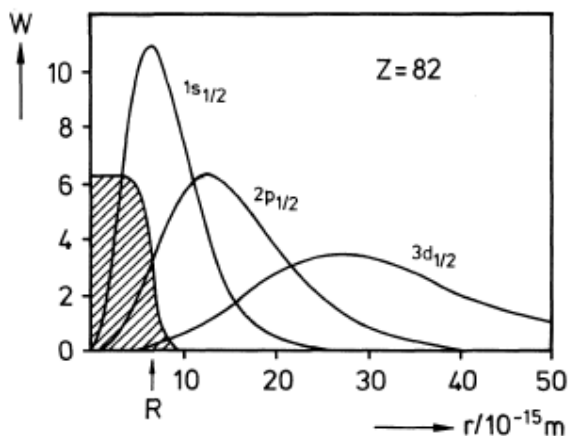
$$\text{Elektron } r_1(e^-) = 0.53/12 \text{ \AA} = 4.5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\text{Mion } r_1(\mu^-) = r_1(e^-)/207 = 2,2 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Mion je, tako, mnogo bliži jezgru nego elektron. Za zračenje pri prelasku između nivoa sa glavnim kvantnim brojevima 1 i 2 važi sledeći izraz

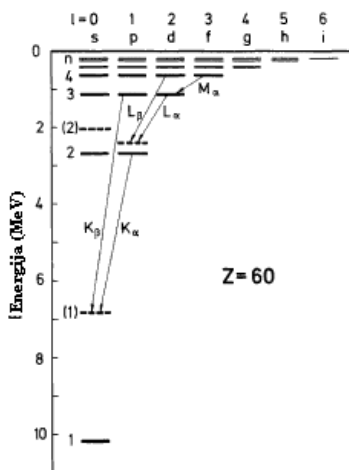
$$h\nu = \frac{Z^2 e^4 m_\mu}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (8.33)$$

i taj je kvant energije veći za količnik masa od energije odgovarajućeg prelaska u elektronskom atomu. Na kraju mion se raspada kao što je opisano gore, ili još može da bude zahvaćen od strane jezgra, koje se nakon toga opet raspada na neki način.

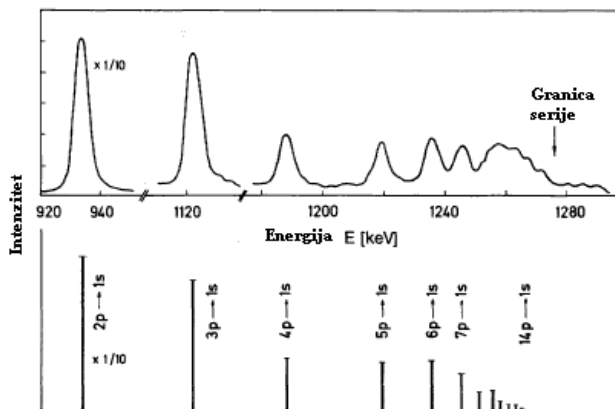


Slika 8.8. Verovatnoća W nalaženja miona na rastojanju r od centra jezgra u mionskom atomu u arbitrarnim jedinicama, za razne ljuske; takodje je pokazana raspodela nuklearnog naelektrisanja (osćena oblast). Grafik je za jezgro olova, sa $Z=82$ i nuklearni radijus $R=6.687 \cdot 10^{-15}$ m (fm). Simboli korišćeni da indiciraju ljuske će biti objašnjeni kasnije. Iz E.Boric i G.A. Rinker: Phys. Rev. 54, 68 1982.

Mionski atomi su najviše opažani preko x-zraćenja koje oni emituju; ovo zraćenje opada po intenzitetu sa vremenom poluživota karakterističnom za mione. Mionski atomi su interesantni objekti u istraživanjima u nuklearnoj fizici. Pošto mioni prilaze vrlo blizu jezgru, mnogo bliže nego elektroni u elektronskim atomima, oni se mogu koristiti za studiranje detalja gustine naelektrisanja u jezgru, raspodele nuklearnog magnetnog momenta unutar zapremine jezgra i kvadripolne deformacije jezgra.



Slika 8.9. Mionski termovi sa $Z=60$. Nепrekidne linije odgovaraju pretpostavi o tačkastom jezgru; isprekidane linije uzimaju u obzir konačnu veličinu jezgra. Notacija korišćena ovde je ista kao i kod x-zračnih linija (Glava -18). Obrati pažnju na energetska skalu.



Slika 8.10. Limanova serija ($np \rightarrow 1s$) mionskih prelaza u titanijumovom atomu. Obrati pažnju na energetska skalu.

Slika 8.8 pokazuje prostornu raspodelu miona u nekoliko orbita u atomu olova. Može se videti da mioni provode znatan deo svog vremena u jezgru ili u

njegovom neposrednom susedstvu. Kako mion prilazi nuklearnom naelektrisanju Z vrlo blizu, vezivne i ekscitacione energije postaju krajnje velike.

Slika 8.9 pokazuje term dijagram nivoa mionskog atoma za $Z=60$. Analogija sa vodonikovim atomom je evidentna; međutim prelazi su ovde u energetske oblasti MeV, tj u oblasti tvrdog x-zračenja ili u gama zračnoj oblasti. Za istraživanja mionskih atoma su zato potrebna sredstva nuklearne fizike. Detekcija zračenja se obavlja scintilatorima ili čvrstim detektorima.

Konačno Sl. 8. 10 pokazuje primer merenja zračenja iz mionskih atoma, Lyman ovu seriju u mionskom spektru titanijuma. Notacija je s,p,d,f i dr. na slikama 8.8-8.10 daje orbitalni moment impulsa elektrona (miona). Ovo će biti dalje opisano u sekciji 8.9.

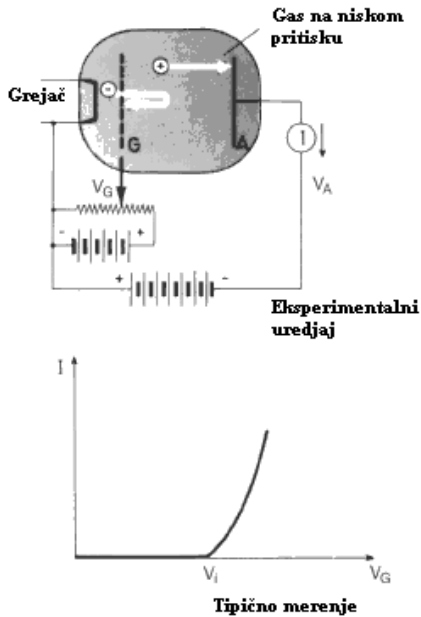
8.8. Ekscitacija kvantih skokova sudarima

Lenard je proučavao jonizaciju atoma još davne 1902. godine koristeći elektronske sudare. On je za svoja merenja, koristio eksperimentalnu šemu prikazanu na Sl 8.11. Slobodni elektroni proizvedeni termojonskom emisijom se ubrzavaju pozitivnom rešetkastom elektrodom, na naponu V_G i prolaze kroz rešetku u eksperimentalnu oblast. Između rešetke i ploče A, u desnom delu crteža, koja služi kao treća elektroda, primenjen je napon V_A . Ploča je negativnije naelektrisana od rešetke. Napon je izabran tako da elektroni ne mogu da dostignu ploču; oni prodju kroz rešetku i vrate se na nju. Kada elektron u sudaru jonizuje atom gasa u eksperimentalnoj oblasti, jon se ubrzava ka ploči A. Jonizacija se tako detektuje kao struja na ploči.

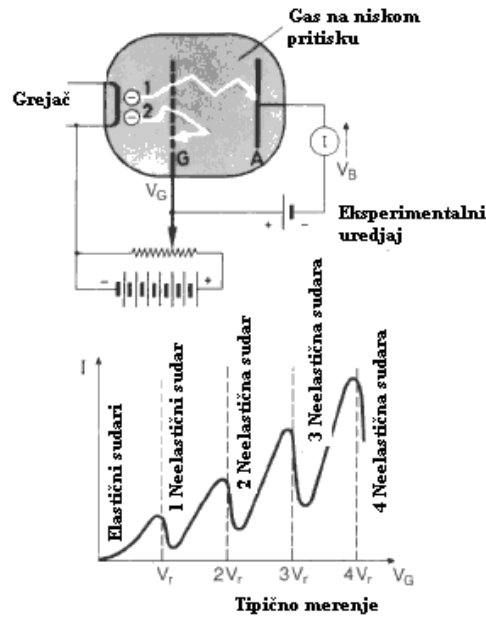
Struja je predstavljena kao funkcija napona rešetke V_G na donjem delu slike 8.11. Tek kada elektroni imaju izvesnu minimalnu energiju, eV_i pojavljuje se neka struja. Odgovarajući potencijal V_i je jonizacioni potencijal atoma.

Franck i *Hertz* su 1913. prvi pokazali da se postojanje diskretnih energetskih nivoa u atomu može demonstrirati pomoću procesa elektronskih sudara nezavisno od rezultata optičke spektroskopije. Neelastični sudari elektrona sa atomima mogu da rezultiraju u transferu izvesne energije atomu, koja je manja od jonizacione energije i služi da ekscituje atom bez jonizacije.

Eksperimentalni uredjaj je prikazan na slici 8.12. Elektroni iz zagrejane katode se ubrzavaju promenljivim naponom V_G koji je primenjen na rešetki. Oni prolaze kroz rešetku i usled inercije prolaze u prostor ispunjen Hg parom ka anodi A. Između anode i rešetke je zakočni napon od 0.5 V. Elektron koji izgubi najveći deo svoje kinetičke energije u neelastičnim sudarima sa gasom koji ispunjava prostor, ne mogu da savladaju zakočni napon i vraćaju se natrag na rešetku. Anodna struja se meri u funkciji napona V_G pri konstantnom zadržavajućem potencijalu V_B . Rezultati su prikazani u donjem delu slike 8.12. Sve dok je V_G veće od V_B struja se povećava sa povećanjem napona. Na naponu od $V_G=5$ V (u živinoj pari) struja naglo opadne da bi posle opet rasla do $V_G \approx 10$ V kada se pad ponovi. Ovi rezultati su objašnjeni uz sledeće pretpostavke; kada elektroni dostignu energiju od oko 5 eV, oni mogu da predaju svoju energiju diskretnom nivou atoma žive. Onda oni izgube svoju energiju i više ne mogu da savladaju zakočni napon. Ako je energija 10 eV, ovaj proces transfera energije se dogodi dva puta i td. I zaista, nadjena je intenzivna linija u emisionom i apsorpcionom spektrima žive na $E=4.85$ eV koja odgovara talasnoj dužini od 2537 Å. Ova linija je takodje opažena od strane *Franck*-a i *Hertza*-a u optičkom emisionom spektru Hg pare posle ekscitacije elektronskim sudarima. Ekscitacioni ili rezonantni naponi su označeni na slikama 8.12 i 13 sa V_r .



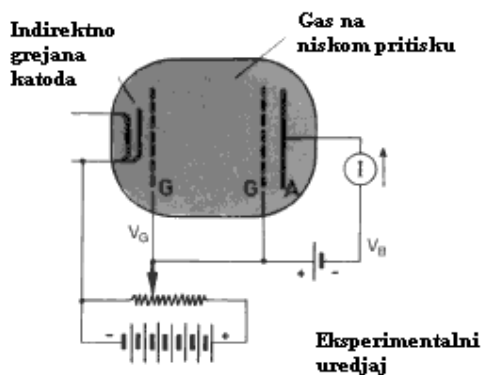
Slika 8.11. Eksperimentalni uređaj za detekciju jonizacionih procesa u gasu. Jedino pozitivni joni koji se formiraju u sudarima sa elektronima mogu da dostignu ploču A. u donjem delu slike, struja na ploči je predstavljena u funkciji napona V_G . V_i je napon sa kojim se elektroni moraju ubrzati da bi jonizovali atome.



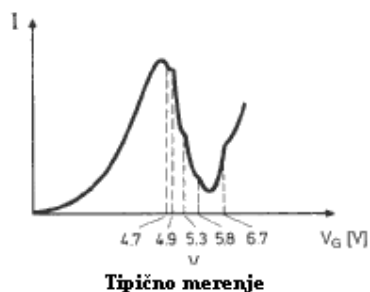
Slika 8.12. Eksperimentalni uređaj Frank i Hertz a za proučavanje neelastičnih sudara između elektrona i atoma. Elektroni na putu od rešetke do anoda mogu da prenesu svoju kinetičku energiju delimično (čestica 1) ili potpuno (čestica 2) atomima gasa. Struja anode kao funkcija napona rešetke je nacrtana u donjem delu slike. Pri visokim naponima rešetke, mogu se, jedan za drugim, odigrati nekoliko procesa transfera energije.

Moć razlaganja energetske gubitaka elektrona se može poboljšati korišćenjem indirektno grejane katode i korišćenjem regiona bez sudara. Na ovaj način, dobija se bolja uniformnost energije elektrona. Sa poboljšanim eksperimentalnim uređajem (Sl. 8.13) mogu se videti brojne strukture u volt amperskoj karakteristici (kriva napon-struja); ovo odgovara daljim pobudjivanjima atoma. Step na 6.73 eV, na primer, odgovara sledećoj intenzivnoj liniji Hg spektra; $6.37 \text{ eV} \approx 1850 \text{ \AA}$.

Ne mogu se svi maksimumi u volt amperskoj krivi korelisati sa opaženim spektralnim linijama. Da bi se objasnila ova činjenica potrebno je da pretpostavimo da se pobudjuju optički zabranjeni prelazi. Kasnije ćemo videti da postoje pravila za optičke prelaze između energetske termova atoma, prema kojima nisu sve kombinacije između termova dozvoljene. Selekciona pravila za sudarne ekscitacije atoma, jasno, nisu identična sa pravilima za optičke ekscitacije (ili de-ekscitacije).



Slika 8.13. Poboľšani eksperimentalni uređaj za određivanje ekscitacionih energija u elektronskim sudarima. Sudari se odigravaju u delu bez polja izmedju dve rešetke G. Na ovaj naćin dostiže se visoka rezolucija. U donjem delu slike prikazan je rezultat dobijen sa živinom (Hg) parom.



U vezi sa ovim, sledeći eksperiment je interesantan. Natrijumova para na niskom pritisku se može ekscitovati da svetluca (fluorescencija) osvetljavanjem sa žutom Na linijom (kvant energije 2.11 eV). Ekscitacija se događja samo kada svetlost kojom se osvetljava ima taćno 2.11 eV. Veće ili manje energije su neefikasne u stvaranju ekscitacije.

Ekscitacija pomoću elektronskih sudara je u ovom smislu potpuno različita; u ovom tipu ekscitacije, žuta linija se emituje kad god je energija elektrona jednaka ili veća od 2.11 eV. Ovo se može objasniti na sledeći naćin: kinetićka energija slobodnih elektrona nije kvantovana. Posle ekscitacije atoma na neki diskretni energetski nivo u elektronskom sudaru, elektron može da zadrži proizvoljni iznos energije, koji zavisi od inicijalne vrednosti. Ova energija može, ako je dovoljno velika, da ekscituje drugi atom u zapremini gasa.

Sve u svemu, ovi ekseperimenti sa elektronskim sudarima su dokazali postojanje ekscitacionih stanja u atomima, i tako ponudili odlićnu potvrdu osnovnih pretpostavki Bohr-ove teorije. U modernoj atomskoj fizici, i fizici ćvrstog stanja, “energy loss spectra” spektar energetskih gubitaka elektrona predstavlja znaćajnu pomoć u proućavanju mogućih ekscitacionih stanja atoma i struktura površina ćvrstih tela.

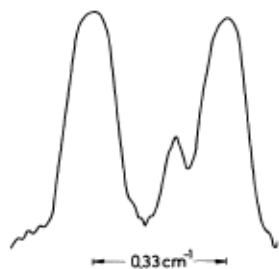
8.9. Sommerfeld ovo proširenje Bohr ovog modela i eksperimentalna verifikacija drugog kvantnog broja

Konaćna slika Bohr ovog modela sadrži još jedan sitan detalj: taćna spektrometrijska merenja na visokoj rezoluciji pokazala su da linije Balmerove serije u atomu vodonika nisu jednostruke linije. Svaka od njih sastoji se od nekoliko komponenti; koliko mnogo komponenti se može razdvojiti zavisi od korišćenog spektrometra (i od broja postojećih komponenti).

H α linija vodonika sa $\nu=15233 \text{ cm}^{-1}$ sastoji se od multipleta sa rascepom talasnog broja od $\Delta\bar{\nu} = 0.33 \text{ cm}^{-1}$ izmedju najjačih komponenti (Slika 8.14). Da bi se opazila ova struktura, potrebna je spektralna rezolucija od skoro

$\bar{\nu}/\Delta\bar{\nu} = 100000$. U spektru jednoelektronskog jona He $^+$ ovaj multiplet je jače odvojen i lakše ga je zapaziti. Videćemo u Glavi 12 da rascep raste sa 4 stepenom naelektrisanja jezgra.

Iz zapažanja ovog tipa *Sommerfeld* je izveo proširenje Bohrovog modela. Poznato je iz klasične mehanike da su prema Keplerovim zakonima, dozvoljene, ne samo kružne već i eliptične orbite, i to sa istim energijama.



Slika 8.14. H α spektralna linija Balmerove serije pri visokoj spektralnoj rezoluciji. Mogu se razlikovati tri komponente. Još veća rezolucija je prikazana na Slici 12.24. Rezolucija dobijena u spektru je ograničena Doplerovim širenjem.

Odavde je *Sommerfeld* izveo zaključak da je isto važeće i za atome. Da bi razdvojili eliptične orbite od kružnih, potreban je nov, drugi kvantni broj. Kako je *Sommerfeldova* linija razmišljanja, sa jedne strane od velike istorijske važnosti zbog uvođenja drugog kvantnog broja, a sa druge strane je previše zastarela i prevaziđena kasnijim kvantno mehaničkim tretmanom, ona je ovde samo ukratko opisana.

Glavni kvantni broj važi i dalje; on nastavlja da određuje energiju terma prema (8.20), tj.

$$E_n = -\frac{RhcZ^2}{n^2} \quad (8.34)$$

Prema *Sommerfeldu*, n takodje određuje glavnu poluosu elipse. Manja –sporedna poluosa je određena drugim kvantnim brojem na takav način da apsolutna vrednost momenta impulsa ostaje celobrojni umnožak k od \hbar , sa $k \leq n$. Dužina sporedne poluose, koja određuje ekscentricitet elipse u modelu, nema uticaja na ukupnu energiju. Svakom glavnom kvantnom broju n odgovara jedna glavna poluosa a_n , ali sa raznim oblicima orbite, koji su okarakterisani sporednom poluosom $b_{n,k}$. Kaže se da je energetski term n puta *degenerisan*, pod čime se podrazumeva da razne orbite sa kvantnim brojevima n i k pripadaju jednoj istoj vrednosti energije.

Pomenućemo na ovom mestu da u kvantnoj teoriji, *Sommerfeld-ov* drugi kvantni broj k , postaje kvantni broj orbitalnog momenta impulsa, l , ($l = k - 1$). Orbitalni momenat impulsa elektrona je dat (što će se pokazati u Glavi 10) sa

$$|\vec{l}| = \hbar\sqrt{l(l+1)} \quad \text{sa } l = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (8.35)$$

Da bi smo razdvojili orbitalni moment impulsa, \vec{l} , od njegovog kvantnog broja, l ovde će se koristiti simbol $|\vec{l}|$ za njegovu apsolutnu vrednost.

Raznim numeričkim vrednostima kvantnog broja orbitalnog momenta impulsa pridruženi su simboli s, p, d, f, g, h i dr; oni su nabrojani u sledećoj Tabeli

Kvantni broj	l=0	1	2	3	4	5	
Moment impulsa $ \vec{l} $	=0	$\hbar\sqrt{2}$	$\hbar\sqrt{6}$	$\hbar\sqrt{12}$	$\hbar\sqrt{20}$	$\hbar\sqrt{30}$	
Naziv (simbol)	s	p	d	f	g	h	elektron ili stanje

šta ovo znači po pitanju prostorne forme elektronskih orbitala biće objašnjeno kasnije, zajedno sa rešenjima Schrodinger ove jednačine (Glava 10).

8.10. Ukidanje orbitalne degeneracije usled relativističke promene mase

Mi još uvek nemamo objašnjenje dubletne ili multipletne strukture spektralnih linija pomenutih na početku prethodnog poglavlja. Medjutim, znamo da se svaki nivo degeneriše n puta; pod ovim podrazumevamo činjenicu da svaki energetski nivo ima više mogućnosti za prostornu raspodelu elektrona koji ga naseljavaju. Broj nivoa sa različitim energijama, i tako, broj opaženih spektralnih linija, medjutim, još uvek ostaje isti.

Ukidanje degeneracije se događa, prema *Sommerfeld-u* (1916) preko efekta relativističke promene mase $m=m(v)$, koji je bio zanemaren do sada. Ovo se može kvalitativno razumeti na sledeći način: tačno kao i u planetarnom kretanju prema Keplerovim zakonima, elektron se ubrzava kada prilazi bliže jezgru. Ovo je rezultat Keplerovog zakona površina, koji zahteva da radijus vektor elektrona koji se kreće prebriše jednake površine u jednakim vremenskim intervalima. Bliže jezgru, elektron se kreće brže, i prema specijalnoj teoriji relativnosti ima veću masu. Ovo dovodi do opadanja energije; povećanje mase prema Bohr-u znači manji radijus i tako dovodi do veće (negativnije) vezivne energije, tj. do opadanja totalne energije. Za manju sporednu poluosu elipse ove relativističke korekcije postaju značajnije.

Ovde nećemo da ponavljamo Sommerfeld-ov račun; dajemo samo rezultat. Promena relativističke mase dovodi do rotacije perihelne tačke orbite; u intuitivnoj slici, elektron oko jezgra ima kretanje po rozeti (Sl 8.15).

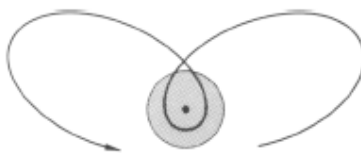
U Somerfeld ovom računu, važnu ulogu ima konstanta fine strukture

$$\alpha = \frac{\text{Brzina elektrona na prvoj Bohrovoj orbiti}}{\text{Brzina svetlosti}} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc} = \frac{1}{137} \text{ bez dimenziono}$$

Za elektron sa kvantnim brojevima n i k, rezultat Sommerfeld-vog računa efekta relativističke mase je

$$E_{n,k} = -Rhc \frac{Z^2}{n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} \left(\frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) + \text{korekcije viseg reda} \right] \quad (8.36)$$

Relativistička promena energije je tako reda $\alpha^2 \approx 10^{-5}$, tj, mala je ali se može opaziti (vidi Sl. 8.14). Primenjujući model razvijen od Sommerfeld-a struktura vodonikovog atoma pomenuta ranije se mogla opisati kvalitativno, ali i kvantitativno. Međutim, dalji eksperimenti, koji će biti opisani u Glavi 12 ukazali su na ograničenja ovih modela. Adekvatan opis relativističkog kretanja elektrona je dat Dirac ovom jednačinom (Sekcija 14.6).



Slika 8.15. Rotacija perihelne tačke u kretanju elektrona oko jezgra u višeelektronskom sistemu prema Somerfeldovoj teoriji. Osenčena oblast je elektronska ljuska atoma. Spoljašnji elektroni prate takozvanu "diving orbitu" (diving poniranje, gnjurenje) pri svom kretanju odnosno, oni poniru u elektronsku ljusku. Ovaj model daje intuiativno objašnjenje ukidanja orbitalne degeneracije usled relativističkog efekta mase (Sekcija 8.10) i efekta zaklanjanja jezgra orbitalnim naelektrisanjem.

8.11. Ograničenja Bohr-Sommerfeld ove teorije. Princip Korespondencije

Bohr-Sommerfeld ov model je teorijski nezadovoljavajući; sa jedne strane klasična mehanika je ostavljena na stranu i dozvoljene su samo izvesne orbite; na drugoj strani klasična fizika se koristi da se izračunaju orbite. To je kao na primer, ponedeljkom, sredom i petkom koristimo klasične zakone, a utorkom, četvrtkom i subotom zakone kvantne fizike (ovako se izrazio *Bragg*). Štaviše model predviđa samo frekvencije, a ne i intenzitete ili vremenski zavisnu emisiju ili apsorpciju zračenja.

Jaz koji je otvoren između klasične fizike i (rane) kvantne teorije je premošten od strane Bohr-a njegovim Principom Korespondencije.

Prema ovom principu, za velike kvantne brojeve, klasična i kvantna teorija treba da se približe jedna drugoj; ili, ponašanje atoma približava se očekivanjima klasične makroskopske fizike što je veća njegova energija u odnosu na energetske promene u procesima koji se razmatraju, tj. što su viši nivoi i što su manje razlike između nivoa.

Polazeći od ovakvih razmatranja dolazi se do generalne formulacije Principa Korespondencije:

Svaka ne klasična teorija mora, u visoko energetskom limitu i pri malim promenama energije da da' rezultat klasične teorije.

Intenziteti, polarizacije, i selekciona pravila za spektralne linije se mogu izračunati iz zakona klasične fizike. Princip Korespondencije nam dozvoljava da prevedemo ove rezultate, koristeći recept kvantizacije, u kvantnu teoriju.

Uprkos niza uspeha, primena Bohr-Sommerfeld-ove teorije dovela je do fundamentalnih teškoća. Rezultati su bili pogrešni čak i za atome sa dva elektrona. Magnetne osobine atoma nisu opisivane korektno. Otklanjanje ovih teškoća je postignuto razvojem moderne kvantne mehanike. U Glavi 10, tretiraćemo vodonikov atom egzaktno pomoću kvantne teorije; videćemo da neki od rezultata Bohr-Sommerfeld ove teorije ostaju ispravni dok se drugi moraju modifikovati.

8.12. Rydberg ovi atomi

Atomi u kojima je elektron ekscitovan na neobično visok energetski nivo dobro ilustruje logički kontinuitet između sveta klasične i kvantne mehanike.

Takvi atomi, nazvani Rydberg-ovi atomi, imaju izvanredne osobine. Oni su gigantski; poznati su Rydberg ovi atomi sa dijametrima čak do 10^{-2} mm, što je 100000 puta povećano u odnosu na dijametar atoma u osnovnom stanju. Štaviše, ova ekscitovana stanja imaju ekstremno dugo vreme života. Dok je tipično vreme života atoma pobudjenog na neko nisko ekscitovano stanje reda 10^{-8} s, Rydberg-ovi atomi mogu da imaju život reda 1 s. Razlika u energiji između dva susedna stanja n i n' postaje vrlo mala ako je n veliko. Dugoživeća stanja su delimično rezultat činjenice da verovatnoća spontanog prelaza između dva stanja n i n' je prema Einstein-u (Sekcija 5.2.3) proporcionalna sa v^3 . Pored svega, Rydberg-ovi atomi mogu biti jako polarisani relativno slabim električnim poljima, ili čak i potpuno jonizovani.

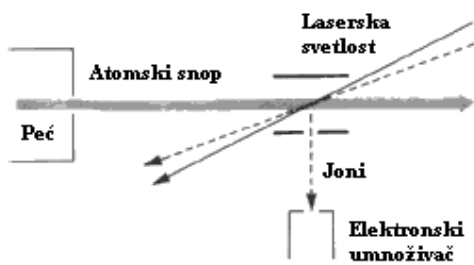
Kada je spoljašnji elektron atoma pobudjen na vrlo visok energetski nivo, on se nalazi na vrlo izduženoj orbiti - koja je daleko izvan orbita svih drugih elektrona. Ekscitovani elektron vidi atomski trup koji se sastoji od jezgra i svih unutrašnjih elektrona, koje ima naelektrisanje $+e$, isto kao i vodonikov atom. Sve dok ekscitovan elektron ne pridje blizu trupa atoma, ponaša se kao da pripada vodonikovom atomu. Rydberg-ovi atomi zato u mnogim aspektima liče na ekscitovane vodonikove atome.

U međuzvezdanom prostoru, postoje atomi čiji su spoljašnji elektroni u stanjima sa glavnim kvantnim brojevima do 350; ovo je opaženo radio astronomskim metodama. U laboratorijama postignuti su Rydberg-ovi atom sa glavnim kvantnim brojevima između 10 i 290. Nedavni primer još veće vrednosti n je prikazan na slici 8.18.

Radijus orbite elektrona u atomu je proporcionalan sa n^2 (8.17). Rastojanje između susednih nivo energije opada sa n^{-3} . Zbog ovog većeg stepena n , Rydbergovi atomi imaju tako specifične i neobične osobine.

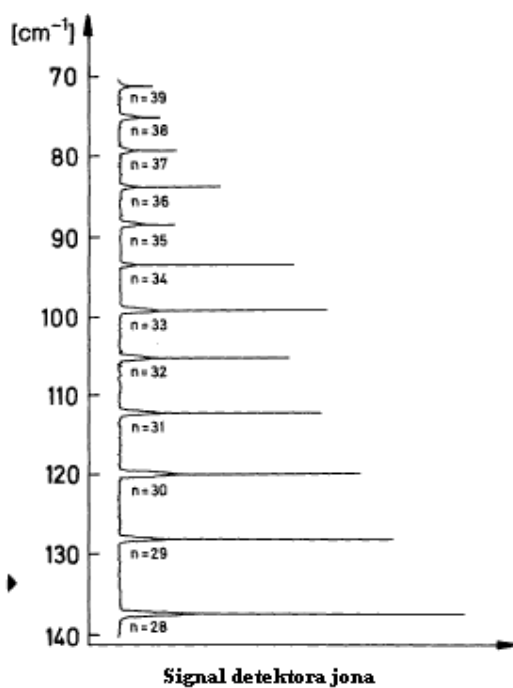
Rydberg-ovi atomi se proizvode pobudjivanjem atomskih snopova laserskom svetlošću. Da bi se detektovali visoko pobudjeni atomi, električno polje se primenjuje između ploča kondenzatora kroz koji prolazi atomski snop. Jonizacijom preko polja (električnog) atomi se konvertuju u jone, i to pomoću malog polja reda nekoliko stotina V/cm. Joni se detektuju preko njihovog naelektrisanja, na primer pomoću elektronskog umnoživača i kanalotona. Primer eksperimentalnog uređaja je prikazan na slici 8.16; Slika 8.17 pokazuje neke eksperimentalne rezultate.

Na slici 8.17 prikazan je rezultat pobudjivanja litijumovih atoma pomoću tri lasera. Prva dva pobudjuju atome na srednje pobudjena stanja, (recim $n=3$ i $l=0$) dok je treći stalno promenljiv unutar malog opsega energije i dodaje poslednju potrebnu energiju da bi se atom prebacio u Rydberg ovo stanje. Neprekidnim menjanjem frekvencije zadnjeg lasera, može se pobuditi atom do stanja $n=28$ do 30.

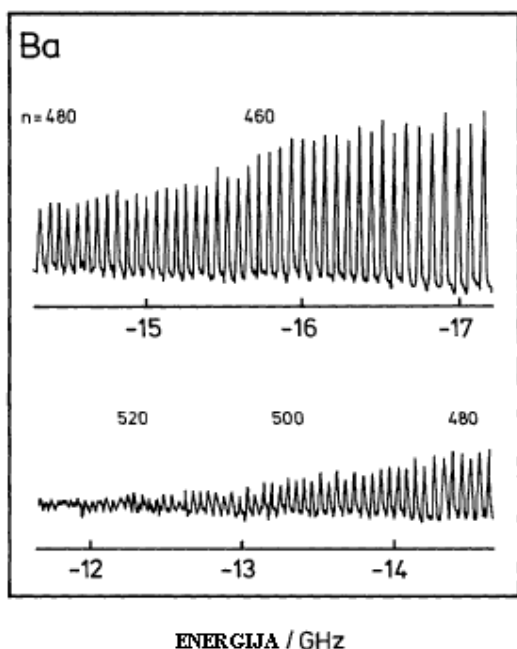


Slika 8.16. Aparatura za detekciju Rydbergovih atoma. Atomski snop se seče sa više (ovde 2) laserska snopa. Oni izazivaju ekscitaciju atoma u Rydbergovim stanjima kada suma kvantnih energija laserskih snopova odgovara ekscitacionoj energiji Rydberg-ovog stanja. Rydbergovi atomi se jonizuju u električnom polju kondenzatora i zatim se joni detektuju.

Ovo Rydberg ovo stanje je izabrano i pobudjeno sa ciljem proučavanja njegovih fizičkih karakteristika.



Slika 8.17. Primer detekcije Rydbergovih stanja u litijumovom atomu sa $n=28$ do 39, mereno aparaturom kao na slici 8.16. Rastojanje (talasni broj) je predstavljen na ordinati.



Slika 8.18. Rydbergova ekscitaciona stanja barijumovih atoma, sa glavnim kvantnim brojem n , opažene koristeći bez Doplerovsku spektroskopiju. Abscisa daje rastojanje od granice serije u jedinicama GHz. Iz J. Neukammer et al.: *Phys. Rev Lett.* 59, 2947 (1987).

Kada se Rydbergov atom vraća u stanje sa $n=1$ on emituje svetlosne kvante, svetlost je u dalekoj infracrvenoj ili mikrotalasnoj oblasti elektromagnetskog spektra. Preko ovog zračenja, Rydberg-ovi atomi su po prvi put i otkriveni 1965. u medju zvezdanom prostoru. Gustina atoma je tako mala da su sudari krajnje retki.

Tabela 8.8. Neke osobine Rydberg-ovih atoma

Osobina	Opšti	Rydbergov atom $n=30$
Veličina	$d=a_0n^3$	10^3 \AA
Veživna energija	$-En=R_\infty/n^2$	10^{-2} eV
Energija prelaza $\Delta n=1$	$\Delta E=2R/n$	$10^{-3} \text{ eV} \approx 10 \text{ 1/cm}^{-1}$
Vreme života	$\tau \propto n^3$	$30 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

Proučavanje Rydberg-ovih atoma u laboratorijama je postalo moguće pošto su pronadjeni laseri sa promenljivom frekvencijom (*tunable*) (naročito laseri u boji). Od tada, energetski nivoi, vremena života, prostorne raspodele, talasne funkcije, uticaji električnog i magnetskog polja su počeli da se proučavaju eksperimentalno i za one kvantne brojeve, koji su ranije proučavani samo teorijski. Predviđanja teorije su bila potpuno potvrđena. Tabela 8.8 sadrži pregled osobina Rydberg ovih atoma.

8.13 Pozitronijum, Mionijum i Antivodonik

Moguće je napraviti veštački atom u kojem su obe komponente atomske gradje vodonika, proton i elektron, zamenjen odgovarajućim antičesticama. Antičestica protona je antiproton, \bar{p} , dok je antičestica elektronu, pozitron e^+ . Koliko je sada poznato, razlika izmedju čestica i njihovih antičestica je samo u suprotnom znaku njihovih naelektrisanja i magnetnih momenata (poglavlje 14.6). Zato, svi zaključci iz

Bohr-ovog modela koji se odnose na atomski radijus, energetske nivoe i frekvencije prelaza, izvedeni u Sekcijama 8.4 i 8.5, bi trebalo da budu primenljivi i na atome koji sadrže antičestice. Ovde ćemo ukratko tretirati “egzotične” atome, pozitronijum, mionijum i antivodonik.

Pozitronijum je atom koji se sastoji od elektrona e^- i pozitrona e^+ , i otkrio ga je M. Deutsch 1949. Formira se kada elektron i pozitron nagrađe kratkoživeće vezano stanje (e^+,e^-), pre nego što se međusobno anihiliraju emisijom dva gama kvanta. Ako čestice nisu imale kinetičku energiju pre anihilacije, svaki γ kvant ima energiju jednaku $m_0c^2=511$ keV, gde je m_0 masa mirovanja elektrona. Vreme života takozvanog *parapozitronijuma* (Vidi Sekciju 17.3) sa celokupnim spinom $S=0$, je $1.25 \cdot 10^{-10}$ s. *Ortopozitronijum*, sa spinom $S=1$ se proizvodi sa manjom verovatnoćom ali ima veće vreme života $1.4 \cdot 10^{-7}$ s. On se raspada u 3 ili više γ kvanta.

Pozitroni se mogu dobiti iz radioaktivnog raspada jezgara, na primer ^{22}Na , i tako su relativno lako dostupni. Pozitronijumovi atomi se grade kada pozitroni prodju kroz gas ili udare u čvrstu površinu, gde pozitron može da zahvati jedan elektron. Za vreme kratkog života tog atoma, njihove vezivne energije i ekscitaciona stanja se mogu meriti i kao rezultat potvrđen je Bohr-ov model atoma. Prema (8.20) i (8.22) energetski nivoi bi trebalo da su proporcionalni redukovanoj masi, i zato su polovina od istoga u vodonikovom atomu. Poluprečnici orbita, talasne dužine emitovanog zračenja bi trebalo da su dva puta veće nego kod vodonika. Oba efekta su opažena kako je i predviđeno.

Tabela 8.9. Redukovana masa m_r , u jedinicama mase elektrona, vezivna energija E_b , razlika energija između $n=1$ i $n=2$ nivoa, i prvi Bohr-ov radijus pozitronijuma i mionijuma u poredjenju sa vodonikovim atomom

		m_r/m_0	E_b	E_2-E_1	a_0
Vodonik	p^+e^-	≈ 1	13.6	10.2	0.53 Å
Pozitronijum	e^+e^-	0.5	6.8	5.1	1.06 Å
Mionijum	μ^+e^-	≈ 1	13.6	10.2	0.53 Å

U fizici čvrstog stanja i u modernoj medicini, pozitronijumovi atomi se koriste za testiranje struktura i disfunkcija, jer je emisija njihovog anihilacionog zračenja zavisna od sredine. U medicini, pozitronska emisiona tomografija se koristi na primer da se formira slika obolelih tkiva u mozgu.

Mionijum, (μ^+,e^-) je kako se kaže najlakši mionski atom. Gradi se na sličan način kao i pozitronijum, kada pozitivni mion μ^+ dodje u vezano stanje sa elektronom, pri prolasku kroz gas ili na čvrstoj površini. Kao i negativni mion, μ^+ je nestabilan sa vremenom poluživota samo $2.2 \cdot 10^{-6}$ s. Prema (8.20) i (8.22) njegova vezivna energija je 13.5 eV vrlo malo različita u odnosu na vodonik, što potiče od skoro jednakih redukovanih masa. Orbitalni radijus se dobija iz (8.17) i najniže optičko ekscitovano stanje sa $n=1$ (1S stanje) na $n=2$ (2S stanje) se nalazi iz (8.12) da je 10.15 eV, vidi takodje Tabelu 8.7. Ovi atomi su studirani spektroskopskim metodama vrlo mnogo, ali ovde nećemo da diskutujemo dobijene rezultate. Oni su

naročito važni za ufinjavanje Bohr-ovog modela, tzv, Dirac-ovom relativističkom kvantnom mehanikom, što će biti tretirano u Glavi 12.

Posebno je interesantan atom *antivodonik* (\bar{p}, e^+), koji se sastoji od pozitrona vezanog za negativno naelektrisani antiproton. Prema postulatima kvantne mehanike, antimaterija bi trebala da se ponaša kao i obična materija. Kako antimaterija nije bila na raspolaganju do skora, eksperimentalni test ovog postulata tek treba da se obavi. Godine 1995 je prvi put saopšteno da je uspešno stvoren antivodonik. To je obavljeno na sledeći način: antiprotoni se mogu proizvesti u akceleratorima koji daju snopove dovoljno visokih energija, na primer CERN u Ženevi. Kada prodju kroz Kulonovo polje atomskog jezgra (korišćen je xenon gas) deo kinetičke energije antiprotona se konvertuje u e^+/e^- parove. Sa malom verovatnoćom usporeni antiproton može da zahvati pozitron e^+ i da se tako stvori antivodonik (\bar{p}, e^+). To je električno neutralna čestica i ona napušta akceleratori prsten po tangentnoj putanji.

Do sada su ovi antivodonikovi atomi detektovani samo preko njihovog raspada; e^+ se otkida od atoma kada oni prodju kroz Si poluprovodnički detektor. Ovaj pozitron se anihilira sa negativnim elektronom i rezultat je anihilaciono zračenje, koje se može meriti NaI scintilacionim brojačem. Preostali \bar{p} se analizira s obzirom na masu, naelektrisanje i brzinu dodatnim detektorima. U prvom izveštaju grupe (*W. Eelert* u Phys. Lett B 1996) opisana je detekcija 8 antivodonikovih atoma; oni su stvoreni snopom od 10^{10} protona za vreme od 15 sati. Vreme života je oko 40 ns.

Jedan od ciljeva takvih napora je spektroskopsko proučavanje antivodonikovog atoma kao test simetrije interakcija između materije i antimaterije. U tu svrhu, tj. za opažanje Balmerove serije antivodonika proizvedeno je svega nekoliko atoma, koji pored toga imaju visoke kinetičke energije i kratko vreme života, i to naravno nije dovoljno za dobijanje spektra.

Planirani su eksperimenti za proizvodnju antivodonikovih atoma u miru, bez kinetičke energije, korišćenjem kombinaciju jonskog trapa za pozitivan jon i negativnu laku česticu (vidi sekciju 2.4.6) i trapiranjem antiprotona i pozitrona u isto vreme. Grupa *Th. Jansch*-a je već izvestila o istovremenom trapiranju pozitivnih i negativnih čestica u tako kombinovanom trapu. Vezivna energija trapiranih čestica u antivodoniku još uvek nije izmerena.

Problemi

8.1. Izračunati energiju uzmaka i brzinu atoma vodonika nastalog pri emisiji fotona pri prelazu iz stanja sa $n=4$ u stanje $n=1$.

8.2. Pet linija Balmerove serije vodonika imaju talasne dužine 3669.42 Å, 3770.06 Å, 3835 Å, 3970.07 Å i 4340.47 Å. Nacrtati $\bar{\nu}$ kao funkciju n za seriju Balmera. Odavde odrediti vrednosti n za viši nivo svake od ovih pet linija.

8.3. Apsorpcioni spektar vodonika se dobija tako što bela svetlost prolazi kroz gas vodonika čiji su atomi u osnovnim stanjima (ne H_2). Koje se energije fotona opažaju u apsorpcionom spektru vodonika. Dati talasne dužine ovih "Fraunhoferovih linija".

8.4. a). Emisioni spektar atoma vodonika se dobija difrakcionom rešetkom (koraka $d=2 \mu\text{m}$). Linija Balmerove serije se opaža u maksimumu drugog reda na uglu $\theta=29^\circ 5'$. Koji je kvantni broj ekscitovanog stanja sa koga počinje prelaz.

b) Koji je minimalni broj linija potreban u difrakcionoj rešetki da bi se razdvojilo prvih 30 linija Balmerove serije atoma vodonika u spektru prvog reda.

Napomena: U ovom slučaju broj linija koja odgovara potrebnoj rezoluciji je $\lambda/\Delta\lambda$.

8.5. Da li je tačno da je na kružnoj Borovoj orbiti, potencijalna energija jednaka kinetičkoj? Ako ne, gde odlazi razlika energije ako pretpostavimo da su u elektron i jezgro inicijalno bili beskonačno udaljeni i u miru. Kako je velika razlika između E_{pot} u poredjenju sa E_{kin} za različite Bohrove orbite?

8.6. Privlačna sila između neutrona (mase M), i elektrona (mase m) je data sa $F = GMm/r^2$. Razmotrimo najmanju orbitu koju elektron može da ima krećući se oko neutrona prema Bohrovoj teoriji.

- Napiši formulu za centrifugalnu silu koja sadrži m , r i v ; r je radijus Bohrove orbite, i v je brzina elektrona na ovoj orbiti.
- Izrazi kinetičku energiju preko G , M , m i r .
- Izrazi potencijalnu energiju preko G , M , m i r .
- Izrazi ukupnu energiju preko G , M , m i r .
- Napiši jednačine koje odgovaraju Bohrovim postulatima za kvantizaciju orbita.
- Koliki je radijus r , orbite sa $n = 1$. Izrazi r preko \hbar , G , M i m ; izračunaj numerički vrednost za r .

8.7. Izračunaj električnu struju i magnetski dipolni moment elektrona za $n=1,2,3$ Bohrovog atoma. Napomena: Koristi (12.1-7) pri računu magnetskog dipolnog momenta.

8.8. "Pozitronijum" je vezani par elektron- pozitron. Pozitron je antičestica koja odgovara elektronu. Ima naelektrisanje $+e$ i istu masu mirovanja kao elektron. Pretpostavi da e^+ i e^- - slično vodonikovom atomu, kruže oko zajedničkog centra mase, izračunati rotacionu frekvenciju ω , radijus r i vezivnu energiju sistem u osnovnom stanju.

8.9. Mionski atom se sastoji od atomskog jezgra sa naelektrisanjem Z i zahvaćenog miona, koji je u osnovno mstanju. Mion je čestica sa masom 207 masa elektrona; njegovo naelektrisanje je jednako naelektrisanju elektrona.

- koja je vezivna energija miona koji je zahvaćen protonom?
- Koji je radijus odgovarajuće Bohrove orbite sa $n=1$.
- Izračunati energiju fotona koji se emituje kada mion prelazi sa stanja $n=2$ u osnovno stanje.

8.10. Oceniti broj okretaja (revolucija) elektrona oko jezgra u ekscitovanom atomu vodonika u toku srednjeg vremena života ekscitovanog stanja – 10^{-10} s ako

- ako je to stanje sa $n=2$ i
- ako je stanje sa $n=16$, pre povratka u stanje sa $n=1$.
- Uporedi ove brojeve sa brojem okretaja zemlje oko sunca u toku njenog vremena postojanja od $4.5 \cdot 10^{10}$ godina.

8.11. Pored zotopa ^4He , prirodni helijum sadrži mali iznos izotopa ^3He . Izračunati razliku talasnih dužina i energija prve i treće linije Pickeringove serije koja je rezultat ove razlike masa. Relativne izotopske mase su

$$^3\text{He} : 3.01603 \text{ u} \text{ i } ^4\text{He} : 4.00260 \text{ u}.$$

8.12. Koje linije spektra vodonika leže u vidljivom regionu spektra (između 400 i 700 nm). Koje linije helijuma padaju u istom regionu. Kako se može reći da li je uzorak helijuma kontaminiran vodonikom.

8.13. Proceni relativne relativističke korekcije $\Delta E_{n,k} / E_n$ za nivo 2 atoma vodonika
Napomena: Uporedi sa (8.29).

8.14. Da bi se ekscitovao atom vodonika na Ridbergovo stanje, koristi se aditivna apsorpcija svetlosti iz dva lasera. Neka prvi od njih ima fiksnu talasnu dužinu emisije λ koja odgovara 11.5 eV. Kolike treba da budu talasne dužine drugog lasera da bi se atom pumpao u stanja sa $n=20, 30, 40$ ili 50 . Koliki su poluprečnici i vezivne energije ovih stanja. Kolika mora da je maksimalna širina linije oba lasera ako se želi naseljavanje samo jednog stanja n .

- 8.15. a) Izračunati frekvenciju orbitalnog kretanja elektrona u atomu vodonika za nivo sa kvantnim brojem n .
- b) Izračunati frekvenciju zračenja emitovanog u prelazu sa stanja n u stanje $n-1$.
- d) Pokazati da se rezultati a) i b) slažu ako je n veoma veliko.
- 8.16. Oceniti veličinu korekcije koja se mora primeniti na energije stacionarnih stanja najlakših atoma, ^1H , ^2H , ^3H , He^+ i Li^{2+} ako se uračunava kretanje jezgra.
- 8.17. Ako se Frank Hertz ov eksperiment obavlja sa parom atoma vodonika, koja bi se linija vodonikovog spektra videla ako je maksimalna energija elektrona 12.5 eV?
- 8.18. Četiri linije Balmerove serije He^+ imaju talasne dužine 164.05 nm, 121,52 nm, 108.45 nm i 102.53 nm. Predstaviti grafički talasni broj $\bar{\nu}$ u funkciji od n . Da li ima boljeg načina za grafičko predstavljanje ovih podataka. Nadji vrednos n gornjeg nivoa za svaku od pomenutih linija.
- Napomena. Koje je značenje Balmerove serije? He^+ je analogon H.
- 8.19. Wannierova ekscitacija je vezano stanje između elektrona i šupljine u čvrstom etelu. Primeni Bohrov model na takav par elektron-šupljina, uračunavajući efektivne mase i dielektrične konstantne poluprovodnika (medijum u kome se par nalazi).
- a) Koje su energije ekscitovanih stanja sa $2 \leq n \leq 5$?
- b) Kako bi izgledao apsorpcioni spektar takvog sistema?

Napomena: Šupljina je nedostajući elektron, koji idealno ima iste osobine kao i elektron osim pozitivnog naelektrisanja. Kao primer, razmotri Cu_2O , sa $\epsilon_r=10$, redukovana masa $\mu=0.7 m_0$.
Literatura: C. Kittel: *Introduction to Solid State Physics*.