

## 6. ELEKTRON

### 6.1. Proizvodnja slobodnih elektrona

Ime elektron koje je izvedeno od grčke reči “žut”, uvedeno je od strane engleskog fizičara Stoney 1894.

U ranim danima atomske fizike, slobodni elektroni su se dobijali kao katodni zraci iz gasnog pražnjenja. Sada, međutim, oni se najčešće dobijaju koristeći termojonsku emisiju sa žica. Ovaj proces ima prednosti jer se onda elektroni mogu lako fokusirati i ubrzavati. Slobodni elektroni se takodje mogu dobiti korišćenjem fotoefekta (Glava 5) ili pri emisiji radioaktivnih jezgara.

### 6.2 Veličina elektrona

Elektron je nevidljiv, isto kao i atom; zaista, pošto je on deo atoma, mora biti manji. Prvo ćemo arbitrarno definisati parametar, pod imenom klasični radijus elektrona, učinivši sledeće pretpostavke:

-elektron je sfera sa radijusom  $r_{el}$  i površinskim naelektrisanjem  $-e$ .

-energija mase mirovanja  $E=m_0c^2$  je jednaka potencijalnoj elektrostatičkoj energiji površinskog naelektrisanja.

Sada koristimo formule klasične elektrostatike da bi izračunali elektrostatičku energiju. Kapacitet sferne površine poluprečnika  $r$  je

$$c=4\pi\epsilon_0r \quad (6.1)$$

Rad potreban da se doda naelektrisanje  $q$  kondenzatoru sa kapacitetom  $C$  je

$$W=(1/2)q^2/C \quad (6.2)$$

Zato je potencijalna energija sfernog kondenzatora, tj. energija njegovog elektrostatičkog polja data sa

$$E_{pot} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0r} \quad (6.3)$$

Uslov da je  $E_{pot}=m_0c^2$  ( $m_0$  je masa mirovanja elektrona i  $c$  je brzina svetlosti) određuje radijus  $r=r_{el}$ .

$$r_{el} = \frac{e^2}{2 \cdot 4\pi\epsilon_0 m_0 c^2} \quad (6.4)$$

Druge, moguće pretpostavke po pitanju raspodele naelektrisanja (kontinualna raspodela preko zapremine sfere umesto površinskog naelektrisanja) dovode do nešto različitih numeričkih vrednosti. Klasični radijus elektrona je konačno definisan kao:

$$r_{el} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2} = 2.8 \cdot 10^{-15} m \quad (6.5)$$

Iz ovog izvodjenja se vidi da je ovaj parametar čisto konceptualne prirode. Da li je moguće meriti radijus elektrona. U principu “da”. Na primer presek rasejanja se može odrediti iz rasejanja x-zračenja, isto kao i presek rasejanja atoma gasa. Rezultat takvih eksperimenata je  $\sigma = \pi r_{el}^2$  i nadjeno je da je parametar  $r_{el}$  istog reda veličine kao i klasični radijus elektrona definisan gore.

Ekperimenti rasejanja elektrona na elektronima pokazuju da nema odstupanja od Kulonovog zakona, čak i pri vrlo malim sudarnim rastojanjima. Kao zaključak izvodi se da je elektron čestica bez strukture, (point like particle) ili čestica slična tački.

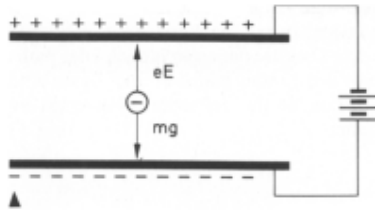
### 6.3. Naelektrisanje elektrona

Kao što je rečeno ranije, naelektrisanje elektrona  $e$  se može izvesti iz Faradejeve konstante  $F$ ;

$$e = F/N_A \quad (6.6)$$

Medjutim, kako se ova jednačina koristi za određivanje Avogadrovog broja  $N_A$  potreban nam je nezavisan metod merenja elementarnog naelektrisanja.

Ovo je obavio *Millikan* (1911) u kojem je naelektrisanje male uljane kapi određivano iz njenog kretanja u električnom polju kondenzatora. Ovo ostaje najbolji metod za određivanje  $e$ .



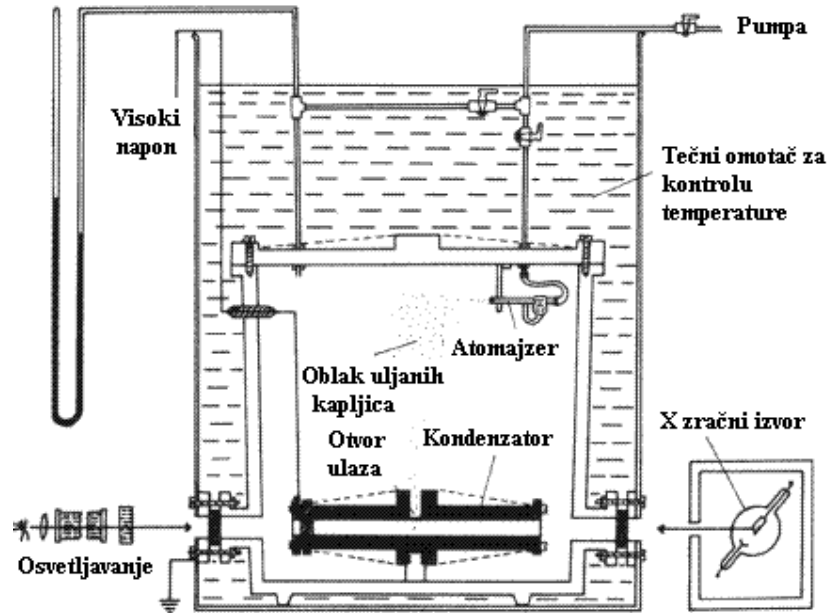
*Slika 6.1. Princip Milikenovog eksperimenta sa uljanim kapima za merenje naelektrisanja elektrona. Negativno naelektrisane uljane kapi osećaju silu  $neE$ , gde je  $n$  broj elementarnih naelektrisanja na kapi; gravitaciona sila  $mg$  deluje u suprotnom smeru.*

Princip metode je ilustrovan na slici 6.1. Slika 6.2. pokazuje celokupan eksperimentalni uredjaj. Brzina padanja ili podizanja naelektrisane uljane kapi u homogenom električnom polju kondenzatora je određena rezultatom svih sila koje deluju na kapljicu; elektrostatička sila, gravitaciona sila, trenje sa vazduhom i potisak vazduha. Preskočićemo detalje merne procedure; kao kuriozitet pomenućemo samo da je nekorektna vrednost za  $e$  korišćena više godina kao posledica greške u određivanju viskoznosti vazduha. Ova veličina je potrebna za računanje sile otpora koja deluje na kap, koja pada ili se podiže u vazduhu. Najbolja vrednost za elementarno naelektrisanje je sada  $e = (1.6021917 \pm 0.0000070) \cdot 10^{-19}$  C.

Pitanje koje se često postavlja, da li ima manjih iznosa naelektrisanja od takozvanog elementarnog naelektrisanja  $e$ . Do današnjeg dana manja naelektrisanja nisu otkrivena.

Da bi se objasnila struktura elementarnih čestica, sugerisano je postojanje elementarnijih (fundamentalnijih) čestica, *kvarkova*; oni imaju naelektrisanja  $e/3$  ili  $2e/3$ . Brojni eksperimenti u visoko energetske fizici se objašnjavaju pretpostavkom o postojanju takvih čestica, ali su one vezane jedna sa drugom ili sa njihovim antičesticama. S druge strane do sada nije bilo ubedljivog dokaza u postojanje

slobodnih kvarkova, i teoritičari su čak i razvili teoriju “zatvora“ kvarkova tzv. confinement. Prema ovoj teoriji, sile između kvarkova su tako jake da se oni nikada neće pojaviti kao pojedinačne čestice.



Slika 6.2. Milikenov eksperimentalni uređaj iz *Phys. Rev.*, 2, 109 (1913). Elementarne kapi koje su proizvedene u atomizeru se mogu naelektrirati ili neutralisati ozračivanjem sa x zračenjem.

#### 6.4. Specifično naelektrisanje elektrona e/m

Masa elektrona je određena merenjem skretanja elektrona u električnom i magnetnom polju. Kretanje je određeno količnikom naelektrisanja i mase e/m prema jednačini

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e \left[ \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right] \quad (6.7)$$

Nakon prvog merenja odnosa e/m, koje je učinio *Thomson* (1897), u sledećih 50 godina razvijene su mnoge metode za merenje ove veličine, ali su sve one varijacija istog principa, koji smo već diskutovali pri paraboličnom metodu masene spektrometrije.

*Classen*-ov metod (1907) je naročito elegantan (Sl. 6.3). Polje **E** između katode i filma predaje (daje) poznatu brzinu elektronima. Kinetička energija u nerelativističkoj aproksimaciji je

$$\frac{mv^2}{2} = eV \quad (6.8)$$

gde je  $V$  potencijal ubrzanja. Preuredimo ovu formulu

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad (6.9)$$

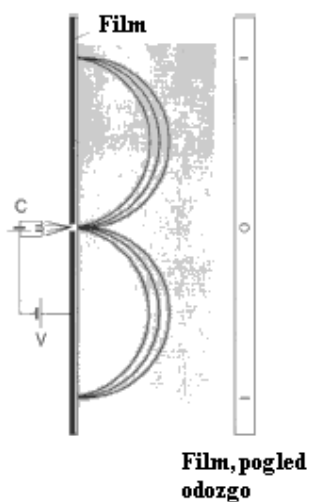
Polje  $B$  skreće elektrone u kružne putanje radijusa  $r$ . Izjednačavajući Lorentz-ovu silu i centrifugalnu silu dobija se

$$\frac{mv^2}{r} = evB \quad (6.10)$$

Željeni količnik naelektrisanje i mase iz (6.9) i (6.10) je

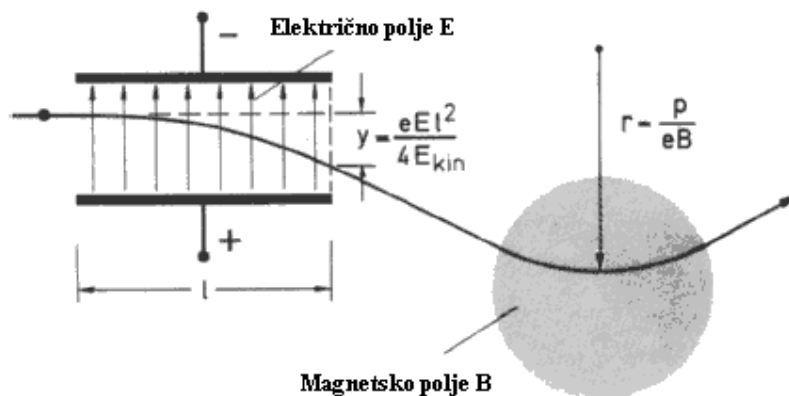
$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{r^2 B^2} \quad (6.11)$$

Tako, moguće je dobiti odnos  $e/m$  mereći napon, jačinu magnetskog polja i rastojanje. U toku godina, razni metodi su korišćeni za merenje specifične mase  $m/e$ . Oni se primarno razlikuju u relativnoj poziciji električnog i magnetskog polja. Slika 6.4 pokazuje jedan od ovih drugih eksperimentalnih uređaja, koji u principu odgovara Astonovom masenom spektrografu.



Slika 6.3. Eksperimentalni uređaj za merenje specifične mase  $m/e$  elektrona. Elektroni se generišu na katodi  $C$  i ubrzavaju naponom  $V$ . Oni se kreću po kružnoj putanji pod uticajem magnetskog polja normalnim na ravni slike i beleže se na filmu. Pravac skretanja se obrće usled promene polariteta polova magneta

Zavisnost mase od brzine je proučavana vrlo rano pomoću ovih eksperimenata. Tabela 6.1 daje neke od merenih vrednosti za  $e/m$ . Nadjeno je da granična vrednost mase elektrona, kako njegova kinetička energija pada na nulu iznosi,  $m_0=9.1 \cdot 10^{-31}$  kg ili  $(5.485930 \pm 0.000034) \pm 10^{-4}$  u. 1 u je tako  $1822.84 m_0$ .



Slika 6.4. Uredjaj za merenje količnika  $e/m$  elektrona. Ovde se elektroni prvo skreću električnim poljem, a zatim i magnetskim poljem.

Tabela 6.1. Specifično naelektrisanje elektrona na raznim ubrzavajućim naponima

Ubrzavajući napon V(kV)	0	500	1000	1500
Izmereno specifično naelektrisanje $e/m$ ( $10^{11}C/kg$ )	1.76	0.88	0.56	0.44

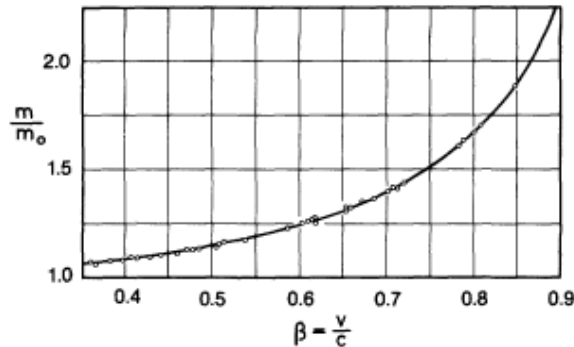
Zavisnost količnika  $e/m$  od brzine je nadjena eksperimentalno 1901. godine od *Kaufmann*-a (4 godina pre *Ajštajnov*e teorije relativnosti). On je koristio poznati metod masene spektrometrije, *Tomsonov* metod parabola (Fig 3.2,3). Čestice su skretale u transverzalnim  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{B}$  poljima. Elektroni koje je proučavao *Kaufmann* su bili  $\beta$  čestice iz radioaktivnih izvora, jer je u njegovom eksperimentu želeo da objasni fizičku prirodu  $\beta$  zraka. Medjutim fotografski snimak čestica nije dao segment parabole koji se očekivao da se dobije ako je  $e/m$  konstanta na raznim brzinama čestica.

*Kaufmann*-ove krive se mogu razumeti na sledeći način; za uniformne vrednosti  $e/m$ , svaka tačka parabole odgovara nekoj brzini  $v$ . Iz činjenice da se segmenti parabole mogu opaziti samo za manje brzine (veća skretanja) može se zaključiti da sporije čestice imaju kontinualnu raspodelu brzina na konstantnoj masi. Medjutim, na većim brzinama  $v$ , masa raste konstantno. Zbog toga kriva prolazi kroz tačke na nizu spojenih parabola, što odgovara sukcesivno sve većim masama. Ova merenja su prva koja su potvrdila zavisnost mase od brzine. Ona prati *Lorentz* ovu jednačinu

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \quad (6.12)$$

Kasnije je pokazano da se ova jednačina može izvesti iz teorije relativnosti, ako se pretpostavi korektnost *Lorentz* ove invarijante i očuvanje energije. Jednačina je

ekvivalentna principu  $E=mc^2$ . Slika 6.5 pokazuje eksperimentalnu zavisnost mase od brzine.



Slika 6.5. Eksperimentalne vrednosti mase elektrona kao funkcija njegove brzine (test Lorentzove formule). Masa  $m$ , u jedinicama mase mirovanja  $m_0$ , u zavisnosti od brzine  $v$  u jedinicama brzine svetlosti  $v/c$

Sledeći kvalitativni argumenti mogu da posluže razumevanju promene mase sa brzinom. Kada se elektron ubrzava deo energije se apsorbuje za stvaranje magnetskog polja elektrona u kretanju- koji je naravno električna struja. Tako, “elektromagnetska masa” se dodaj inercijalnoj masi. Ovaj argument ne važi, međjutim, zbog toga sto masa neutralnih čestica takodje raste.

Tokom vremena, *Lorentzova* jednačina je testirana mnogim preciznijim instrumentima. Bilo je moguće potvrditi je unutar 1.5 % pri merenju energije elektrona ispod 1 MeV. U modernim elektronskim akceleratorima, potvrđena je sa boljom preciznošću, kao što je prikazano na slici 6.5 i to je sada dobro ustanovljena činjenica u fizici.

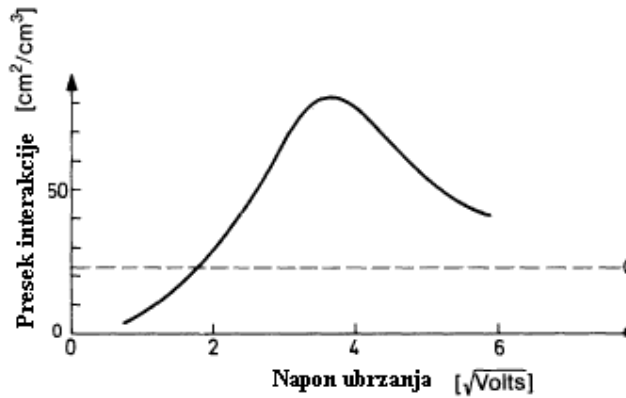
Instruktivno je razmatrati grešku koja bi se činila zanemarivanjem relativističkog porasta mase. Iz zakona očuvanja energije i (6.12) nalazimo za kinetičku energiju  $E_{kin}=1$  keV brzinu  $v/c=0.063$ , a za 1 MeV,  $v/c=0.942$ . Relativistička masa raste prema (6.12) na energiji od 1 keV,  $4 \cdot 10^{-3}$  puta masa mirovanja, ali je na 1 MeV skoro 2 puta  $m_0$ , tj.  $(m - m_0)/m_0 \approx 2$ .

### 6.5. Talasni karakter elektrona i drugih čestica

Kretanje elektrona u električnom i magnetskom polju se inicijalno može razumeti kao čestično kretanje. Na taj način je i tretirano u objašnjavanju različitih eksperimenata, sve do sada. Postoje, međjutim, brojni drugi eksperimenti u kojima elektroni i druge čestice pokazuju fenomene difrakcije i interferencije, to jest one pokazuju talasni karakter. U ovoj sekciji diskutovaćemo eksperimentalnu osnovu pretpostavke o postojanju materijalnih talasa.

#### *Eksperiment 1. Ramsauerov efekat (1921)*

Merenje preseka interakcije sudara vrlo sporog elektrona sa atomom gasa daje vrlo malu vrednost, mnogo manju nego što je nadjeno u kinetičkoj teoriji gasova; na nešto većoj energiji elektrona, nadjene su znatno veće vrednosti (Slika 6.6). Ovaj tip zavisnosti preseka interakcije od brzine se može objasniti kao rezultat difrakcije na česticama čija je veličina uporediva sa talasnom dužinom elektrona



Slika 6.6 Koeficijent rasejanja  $\alpha=n\sigma$  elektrona na atomima gasa pri raznim brzinama elektrona (Ramsauer-ov efekat). Isprekidana linija predstavlja gas kinetic cross section  $G$  atoma. Za vezu izmedju koeficijenta rasejanja i  $G$  vidi 2.21.

*Eksperiment 2. Proučavanje Davisson i Germer a (1919); njihovo objašnjenje (1927)*

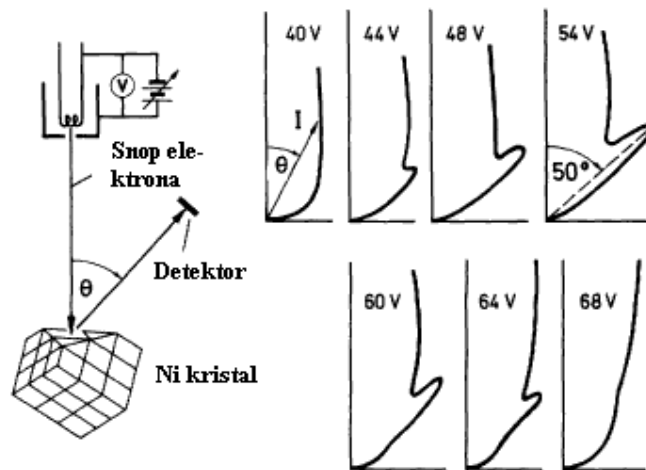
Pri refleksiji sporih elektrona na kristalima Davisson i Germer su zapazili interferencijski efekat, tj. maksimume i minimume u intenzitetu reflektovanih elektrona, koji su jednoznačno određeni brzinom elektrona, orijentacijom kristala i uglom opažanja. Njihov eksperimentalni uređaj i rezultati su prikazani šematski na Sl. 6.7. Interferencijski maksimumi i minimumi se pojavljuju na sličan način kao i kod difrakcije  $x$  zračenja na kristalnim ravnima u (Bragg-ov eksperimentu, vidi 2.4.5). Pojava interferencije znači da kretanje elektrona mora biti u vezi sa talasnim fenomenima. Zaista, *de Broglie* je dao sugestiju da, kao što svetlost može da ima čestični karakter, elektroni također moraju da imaju i talasni karakter; on je pretpostavio ispravnost fundamentalne relacije  $p=h/\lambda$  izmedju impulsa i talasne dužine.

Izrazimo impuls preko mase i brzine tj.  $p=m_0v$ , i postavimo  $v=(2E_{kin}/m_0)^{1/2}$  za nerelativističke brzine i nalazimo

$$\lambda = h / \sqrt{2m_0 E_{kin}} \quad (6.13)$$

Sledi da je talasna dužina elektrona koji je ubrzan naponom  $V$

$$\lambda = \frac{12.3}{\sqrt{V}} [A] \quad (6.14)$$



Slika 6.7. Eksperiment interferencije elektrona Davisson-a i Germer-a. Levo, Aparatura. Elektroni ubrzani naponom  $V$  se odbijaju na odredjenim površinama u kristalu nikla i meri se rasejani intenzitet u funkciji ugla rasejanja  $\theta$ . Desno: Ugaona raspodela reflektovanih elektrona ubrzanih raznim naponima. Prikazani su polarni dijagrami gde rastojanje tačke krive od nulte tačke pokazuje rasejani intenzitet na datom uglu. Postoji maksimum rasejanja ili refleksije na oko  $50^\circ$  koji potiče od interferencije.

Talasna dužina se meri u angstromima i kinetička energija se konvertuje u eV, jer elektron dobija kinetičku energiju prelazeći napon  $V$ . Napon ubrzanja od 54 V, na primer daje  $\lambda=1.67 \text{ \AA}$ .

De Broglie ova hipoteza se primenjuje na sve čestice, ne samo na elektrone. Vrednosti date u Tabeli 6.2 su za elektron

Tabela 6.2. Talasna dužina elektrona u  $\text{\AA}$ , koja odgovara raznim energijama, prema de Broglie

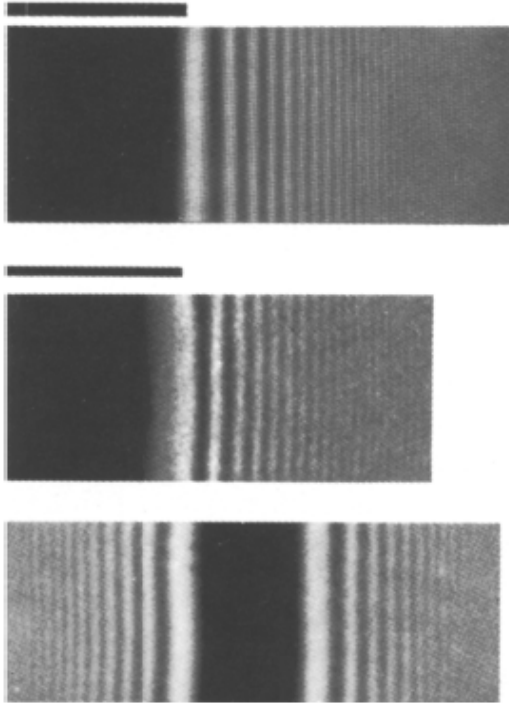
$E_{\text{kin}}$ (eV)	10	100	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
$\lambda$ ( $\text{\AA}$ )	3.9	1.2	0.39	0.12	$3.7 \cdot 10^{-3}$	$8.710^{-3}$	$1.210^{-3}$	$1.210^{-4}$

Mnogi drugi eksperimenti su sugerisali isto i mogu se razumeti na ovaj način.

### Eksperiment 3. Fresnelova difrakcija na oštroj granici Boersch (1956)

Jedan od osnovnih eksperimenata u optici je difrakcija na polubeskonačnoj ravni. Kao i svetlost, i elektroni mogu da difraktuju na oštroj granici (ivici). U ovom eksperimentu oni difraktuju na ivici krajnje tanke folije  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (Sl. 6.8).

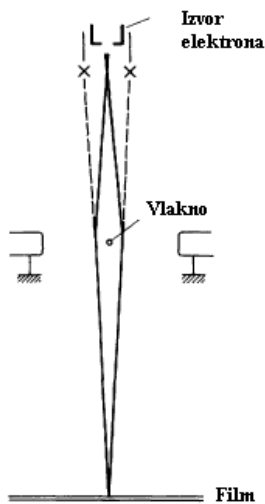




Slika 6.8. Gore. Difrakcione linije filtrirane crvene svetlosti na granici polubeskonačne ploče. Sredina: Difrakcija elektrona na ivici  $Al_2O_3$  folije.  $\lambda=5 \cdot 10^{-12}m$  odgovara energiji elektrona od  $3.4 \cdot 10^4 eV$ . Dole: difrakcija elektrona sa  $2 \mu m$  zlatom pokriveno žice. Energija  $1.94 \cdot 10^4 eV$ . (Sve slike iz R.W. O. Pohl, *Optik and Atomphysik*, 11, 12<sup>th</sup> izdanje Springer, Berlin 1967, slike 202,525,523.)

*Eksperiment 4. Difrakcija na Fresnel ovoj dvostrukoj prizmi. Mollenstedt (1956)*

Eksperiment klasične optike na Fresnel ovoj dvostrukoj prizmi se može izvesti i sa elektronima. U ovom eksperimentu, naelektrisano kvarcno vlakno deluje kao dvostruka prizma za elektrone. Elektroni iz dva virtuelna elektronska izvora interferiraju (SI 6.9). Merenje rezultujućih interferencionih linija potvrđuje de Broglievu relaciju do 0.5 % (SI 6.10).



Slika 6.9. Elektronska interferencija sa dvostrukom elektrostatičkom prizmom prema Mollenstedtu i Dukeru. Uspostavljen je napon između vlakna i suprotne elektrode. Elektroni skreću u rezultatnom nehomogenom polju kako je pokazano. Iz Gerthsen, Kneser, Vogel: *Physik*, 13<sup>th</sup> izdanje (Springer, Berlin 1977) Slika 10.68.

### *Eksperiment 5. Atomi kao talasi (1931)*

Taladni karakter drugih čestica je takodje demonstriran u eksperimentima interferencije. *Stern, Frisch i Esterman* (1931) su opazili difrakciju snopa atoma helijuma sa površine kristala LiF. Talasna dužina helijumovih atoma je izvedena iz temperature  $T = 400$  K, i srednje kinetičke energije  $\varepsilon = 3kT/2$  atoma helijuma. Ona je u angstromskom području

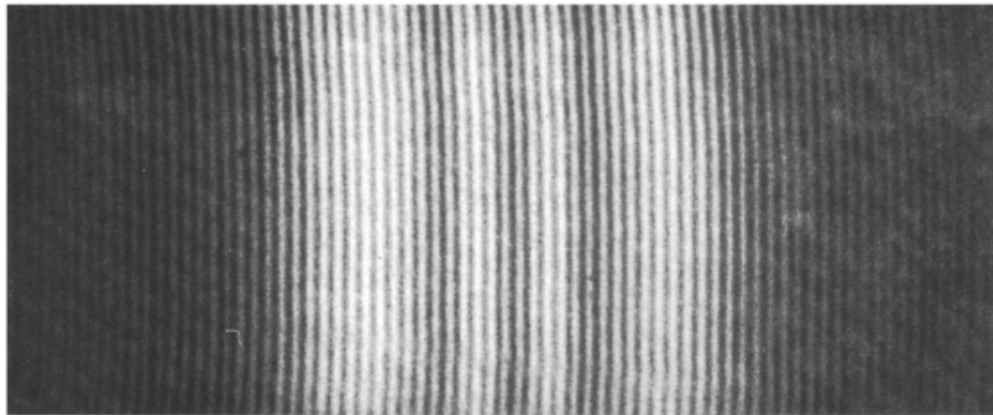
$$\lambda_{He} = h / \sqrt{2mE} = h / \sqrt{3m_{He}kT}$$

Ova relacija je takodje eksperimentalno potvrđena. Interferencija i difrakcija snopova čestica je sada uključena u rutinske eksperimente u fizici. Elektroni se mogu koristiti u istim ineterferencionim eksperimentima kao x zraci.

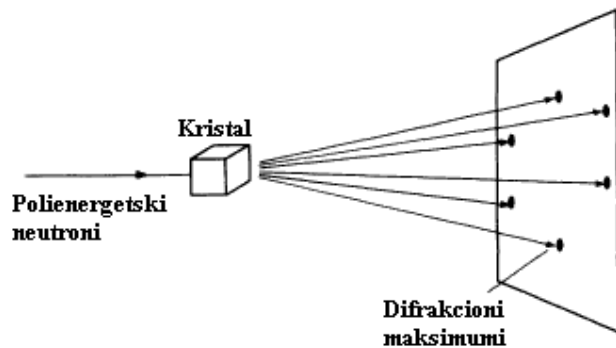
Neutronska difrakcija je postala važan metod u fizici čvrstog stanja. To je jedno od najkorisnijih orudja za određivanje strukture kristala, analizu magnetski uređenih sistema (što potiče od postojanja magnetnog momenta neutrona) i detekciju oscilatornog spektra kristalne rešetke.

Slika 6.11 pokazuje šematski sklop za merenje difrakcije neutrona na kristalu, von Laue. Ovo je potpuno analogno sklopovima za difrakciju x-zraka (Sl 2.7). Snop visokoenergetskih neutrona se najpogodnije dobija iz nuklearnog reaktora. Oni se proizvode u nuklearnoj fisiji sa kontinualnom raspodelom brzina u okviru nekih granica. Ako se želi raditi sa česticama jedne talasne dužine, ili u skladu sa *de Broglieom*, sa uniformnom brzinom, moraju se obaviti monohromatizacija neutronske snopa.

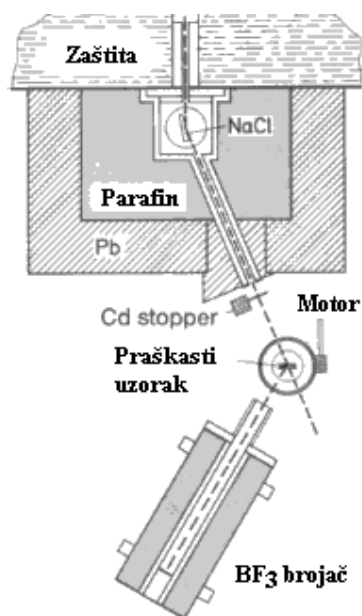
Ovo se može uraditi na primer kao što je prikazano na slici 6.12, odbijanjem sa kristala (ovde NaCl). Ako se ovi monohromatski neutroni uprave na polikristal ili kristalni prah, dobiće se ista interferenciona slika kao i u *Debye-Scherrer* x zračnoj tehnici (Sl. 2.10). Kao primer takve slike prikazana je slika 6.13; to je rezultat difrakcije neutronske snopa sa dijamantskog praha.



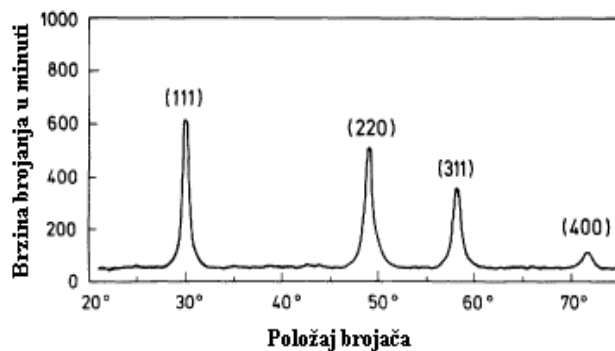
*Slika 6.10. Elektronska interferencija na dvostrukoj elektrostatickoj prizmi, prema Mollenstedt u Duker-u. Slika pokazuje raspodelu izmerenog intenziteta na filmu na slici 6.9. Iz Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik, 13<sup>th</sup> izdanje (Springer, Berlin 1977)*



Slika 6.11. Neutronska difrakcija na kristalu u von Laue uređaju. Dobija se Laueov dijagram pri rasejanju polienergetskih neutrona na kristalu.



Slika 6.12. Neutronska spektrometar prema E.V. Wollan, C.G. Shull, Phys. Rev. 73, 830 (1984). Neutroni se monohromatizuju refleksijom na NaCl kristalu. Kada se difraktuju sa polukristalnog uzorka oni generišu interferencione prstenove prema Debye Scherrer u. Mere se BF<sub>3</sub> brojačem.

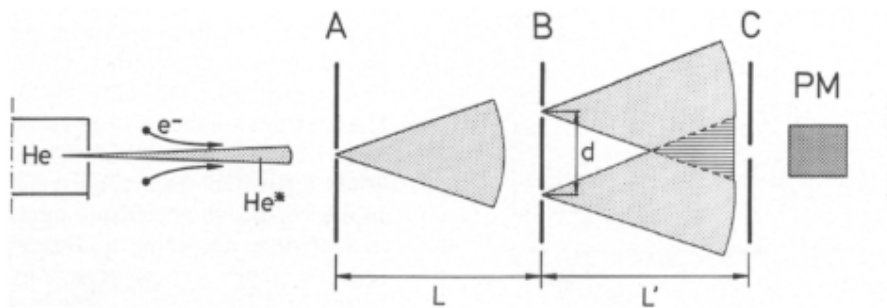


Slika 6.13. Neutronska difrakcija na prahu dijamanta, prema G. Bacon. Difrakcioni maksimum se pojavljuje sa 4 familija kristalnih ravni, koje su označene kristalografskim indeksima (111), (220), 311) i (400).

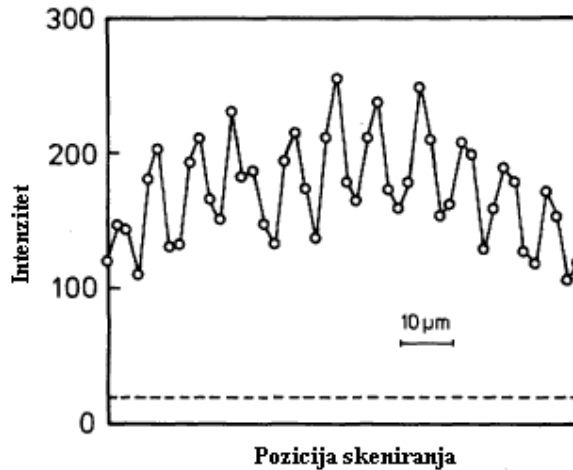
## 6.6 Interferometrija sa atomima

Talasna priroda čestica se može iskoristiti za konstruisanje interferometra sa atomskim snopovima, ili da se naprave sistemi za procesiranje slika (imaging) na bazi interferencije atoma, slični onim koji su poznati u optici fotona.

Problem koji se sreće u ovoj atomskoj interferometriji se može demonstrirati pravljjenjem kvantno mehaničkog analogona *Young*-ovom eksperimentu sa dva otvora, koji je dobro poznat u klasičnoj optici; vidi sliku 6.14. Snop atoma helijuma je pobudjen u metastabilno stanje  $2^1S_0$  ili  $2^3S_0$  bombardovanjem elektronima (značenje ovog izraza je objašnjeno u Paragrafu 17.7). Odgovarajuća *de Broglie* ova talasna dužina He atoma se nalazi iz (6.13) koristeći brzinu He atoma da je  $\lambda=0.56 \text{ \AA}$  na  $300 \text{ }^0\text{K}$  i  $\lambda=1.03 \text{ \AA}$  na  $77 \text{ }^0\text{K}$ . Ekscitovani atomi prolaze sada kroz otvor A širine  $2 \text{ }\mu\text{m}$  i stižu na prepreku sa dvostrukim otvorom B. Ona se sastoji od dva otvora širine  $1 \text{ }\mu\text{m}$  odvojenih za rastojanje  $8 \text{ }\mu\text{m}$ . Atomi koji prodju kroz ova dva otvora interferiraju u prostoru iza B. Rezultujuća interferencionna slika se može registrovati u ravni C fotomultiplikatorom PM, koji meri svetlost emitovanu od strane He atoma, koji se iz metastabilnog stanja vraćaju u osnovno. Slika 6.15 pokazuje rezultat takvih merenja. Može se opaziti sistem ekvidistantnih interferencionih maksimuma odvojenih za rastojanje koje odgovara onom koje bi se izračunalo iz geometrijskog eksperimenta i *de Broglie* ove talasne dužine atomskog snopa. Ovo daje impresivni dokaz talasne prirode atoma i njenu potvrdu. Biprizma eksperiment, u kome naelektrisane žičice služe kao interferometar (Sl. 6.9) je takodje izvršena sa atomima i koristi se da se odredi njihova talasna dužina.



Slika 6.14. Eksperimentalni uređaj za *Young* ov interferencijski eksperiment sa atomima sa dva otvora (O.Carnal, i J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.* 66, 2689 (1991)). Snop atoma helijuma se ekscituje bombardovanjem elektronima i prolazi kroz otvor  $2 \text{ }\mu\text{m}$  u ravni A, i onda stiže u ravan B koji sadrži dva proreza širine  $1 \text{ }\mu\text{m}$  na rastojanju od  $8 \text{ }\mu\text{m}$ . Rezultujuća interferencionna slika iza ravni B se opaža trećim prozorom u ravni C koristeći elektronski multiplikator (PM).



Slika 6.15. Eksperiment sa dva otvora u atomskoj interferometriji obavljen sa uređajem na Slici 6.14. raspodela intenziteta u ravni C. Da bi se povećala rezolucija, merenje se obavlja koristeći mehaničku rešetku koja se može pomerati u ravni C. Kada otvori na rešetki koincidiraju sa interferencionim maksimumima, izmereni intenzitet elektrona na multiplikatoru PM pokazuje maksimum; minimum je kada se rešetka pomeri za polovinu koraka rešetke. Ovde je korak rešetke  $8 \mu\text{m}$ .

Na ovaj način, difrakcija atoma na mikromehaničkim strukturama kao što su ogledala, sočiva i dr za materijalne talase se može iskoristiti za “atomsku optiku”. Kreiranje slika je već ranije demonstrirano korišćenjem Frenelovih zona. Tako je otvoren put za konstruisanje mikroproba na atomskoj skali, koji mogu, na primer, da proučavaju površinu sa visoko prostornom rezolucijom, naime, koja je jednaka *de Broglie* ovoj talasnoj dužini i još je nedestruktivna. Kako energija atoma može biti vrlo mala, manja od 10 meV, malo zračenja se proizvodi na površini koja se proučava. Ova oblast atomske litografije je sigurno interesantno polje za buduća istraživanja.

### Problemi

6.1. U Milikenovom eksperimentu određivanja elementarnog naelektrisanja, napon od 50 V se primenjuje između ploča kondenzatora, koje su na rastojanju od 1 cm. Koliki mora biti dijametar 2r uljane kapi, da bi se ta kap balansirala u suspenziji ako je jednostruko naelektrisana? Koja je brzina padanja,  $v$ , te kapi ako se promeni smer električnog polja? Koeficijent viskoznosti vazduha  $\eta = 1.84 \cdot 10^{-4}$  poasa, i gustina ulja je  $\rho = 0.9 \text{ g/cm}^3$ .

Napomena: Sila trenja  $F_R$  je data Stoksovim zakonom  $F_R = 6\pi\eta rv$  (1 poas =  $0.1 \text{ Ns/m}^2$ ).

6.2. Jednostruko naelektrisana čestica sa kinetičkom energijom 0.12 MeV se kreće kroz tranverzalno homogeno magnetsko polje  $B = 10^{-4} \text{ T}$ . Izračunati masu čestice, ako je skretanje sa originalnog pravca 3 mm na 10 cm leta.

6.3. Da bi se izmerilo specifično naelektrisanje elektroni se ubrzavaju naponom V. Zatim prolaze kroz tranverzalno polje između dva mala pločasta kondenzatora koji su na rastojanje l. Oba kondenzatora su spojena na generator frekvencija (vrekvencije  $\nu$ ). Kada se frekvencija pogodno izabere elektroni napuštaju drugi kondenzator po originalnom pravcu.

a) pod kojim je ovo uslovima moguće?

Izvesti relaciju između  $e/m$  i eksperimentalnih podataka.

b) Koja je minimalna frekvencija potrebna ako je napon generatora  $V = 500 \text{ V}$  i  $l = 10 \text{ cm}$ .

c) Skiciraj aparaturu.

6.4. Ako je kinetička energija elektrona ekvivalentna masi mirovanja, kolika je njegova brzina?

6.5. Energija mirovanja elektrona je 511 keV. Izračunati količnik inercijalne mase prema masi mirovanja elektrona u funkciji kinetičke energije. Koliki je taj odnos na energiji  $E_{\text{kin}}=1 \text{ MeV}$ .

6.6. Izračunati de Broglievu talasnu dužinu elektrona sa brzinom  $v=0.8 c$ , koristeći relativističke jednačine.

6.7. Izračunati de Broglievu talasnu dužinu elektrona kinetičke energije 1 eV, 100 eV, 1000 eV i 100 keV. Koja će se talasna dužina znatno rasejavati na kristalu nikla, u kome je međjatomsko rastojanje 0.215 nm. Izračunati kinetičku energiju onih elektrona koji se raseju na uglovima manjim od  $30^\circ$ .

6.8. Kolika je srednja kinetička energija i odgovarajuća de Broglieva talasna dužina termalnih neutrona, tj., neutrona koji su u termalnoj ravnoteži sa materijom na  $t=25^\circ\text{C}$ ? Prema Braggovoj formuli, koliki je ugao incidence pri kome se prvi interferencioni maksimum opaža kada se ovi neutroni reflektuju na kristalu NaCl gde je rastojanje u kristalnoj rešetki  $d = 0.282 \text{ nm}$ . Masa neutrona je  $1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

6.9. Razmatrati elektron koji je daleko od protona i u miru je. On biva privučen protonom. Izračunati veličinu talasne dužine elektrona kada se on približi protonu na a) 1 m, i b)  $0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . (Poslednje rastojanje je istog reda veličine kao i orbitalni radijus elektrona u osnovnom stanju atoma vodonika).