

5. Foton

5.1. Talasni karakter svetlosti

Činjenica da svetlost može da se posmatra kao talasni fenomen je potvrđena u eksperimentima interferencije u 17 i 18 veku, od strane holandskog fizičara Hajgens-a i engleskog Young-a. U 19 veku otkrivena je fizička priroda ovih talasa; to su elektromagnetni talasi i opisani su Maxwellovim jednačinama. Oni se karakterišu vektorima električnog \mathbf{E} i magnetskog polja \mathbf{B} i pokazuju periodičnost sa frekvencijom ω .

Godine 1885, teorija elektromagnetskih pojava je kompletirana formulisanjem Maxwell ovih jednačina. Dve godine kasnije (1887) Hertz je demonstrirao da se takvi talasi mogu proizvesti u laboratoriji kao emisija sa oscilujućeg dipola. Prema Maxwellu, električno i magnetsko polje se prostiru brzinom svetlosti sa naelektrisanja koje se ubrzava. Naelektrisanje koje se ubrzava emituje, zrači energiju. Emisija svetlosti u modelu oscilatora je rezultat visokofrekventnih oscilacija kojima je podvrgnuta naelektrisana čestica. Pri apsorpciji i rasejanju svetlosti, incidentni elektromagnetski talas ekscituje oscilatore prinudnim oscilacijama. Ova klasična Maxwell ova teorija omogućuje precizno računanje elektromagnetskih talasa koji se emituju u radio i radarskim antenama. Štaviše, u potpunosti opisuje talasne osobine elektromagnetskog zračenja, na primer interferenciju i difrakciju.

Elektromagnetski talasi se mogu proizvesti u vrlo širokom opsegu frekvenci (vidi Sl. 8.1) i za ovu svrhu mogu se koristiti mnogobrojni procesi.

Pored oscilujućeg dipola, navodimo neke primere:

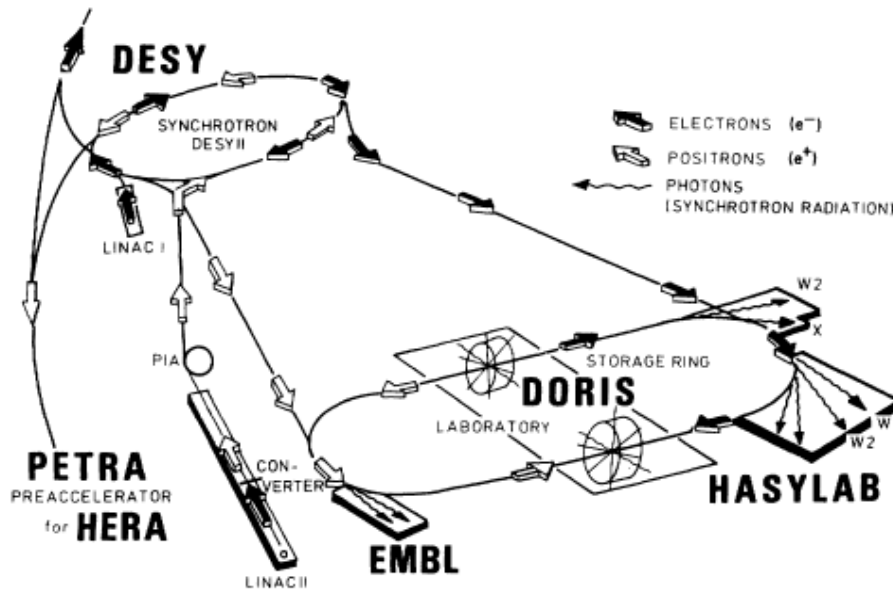
-emisija svetlosti naelektrisanih čestica u čestičnim akceleratorima. Ovde je posebno vredno pomenuti *sinhrotronsko zračenje*. Kružeći u akceleratorima, čestice emituju zračenje kontinualnog spektra. Ovo zračenje se koristi – npr u Nemačkom elektronskom sinhrotronu DESY u Hamburgu- kao intenzivan kontinualan, polarizovan svetlosni izvor za spektroskopiju, bliskog, srednjeg i dalekog dela ultraljubičastog spektra. Slika 5.1 prikazuje šematski prikaz akceleratora u Hamburgu. Na slici 5.2 indiciran je spektar sinhrotronskog zračenja. Na relativističkim energijama, tj. kada brzina čestice više nije mala u poredjenju sa brzinom svetlosti, emitovana energija sinhrotronskog zračenja je značajan deo ukupne energije koja se mora utrošiti za rad akceleratora.

Originalno, elektronski sinhrotroni su bili konstruisani kao akceleratori čestica za istraživanja u visokoenergetskoj fizici, i sinhrotronsko zračenje je bilo samo nuzprodukt. Danas, se grade specijalni prstenovi za čuvanje čestica radi proizvodnje zračenja, i za dobijanje intenzivnih snopova fotona veoma visokih energija. Primer ovakve mašine “treće generacije” je European Synchrotron Radiation Facility (ESRF) u Grenoblu u Francuskoj.

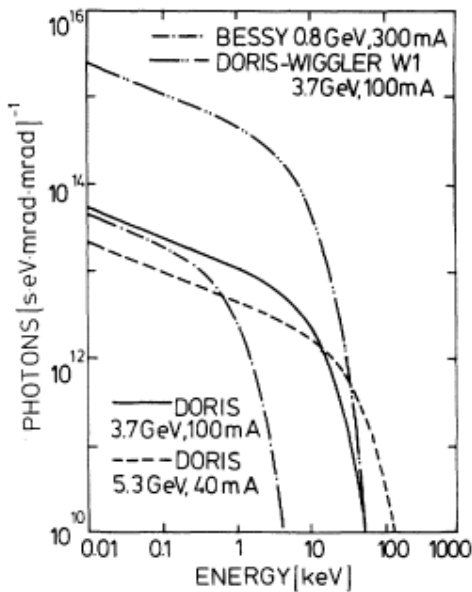
- Emisija zračenja koje se proizvodi na sličan način i koje se takodje naziva sinhrotronsko zračenje, događa se kada magnetsko polje zemlje zahvati naelektrisanu česticu. Ovaj fenomen se takodje dešava u udaljenim delovima svemira, na primer u čuvenoj *Crab Nebuli*. Razni astronomski objekti emituju zračenje u frekventnoj oblasti od daleke ultraljubičaste do radio frekvencije.

-Negativno ubrzanje elektrona- na primer usporavanje u polju jezgra, dovodi do emisije x zračenja, tzv., zakočno zračenje.

-Toplotno zračenje sunca je energija celokupnog života na zemlji.



Slika 5.1. Shematski prikaz elektronskog sinhotrona DESY i prstena za čuvanje DORIS u Hamburgu. Elektroni su pre ubrzani linearnim akceleratorima; pozitroni se generišu u meti i čuvaju se u akumulator storage ring. PIA. Zatim se obe vrste čestice ubrzavaju u sinhotronu DESY II i ubacuju se u DORIS prsten, gde se mogu čuvati nekoliko časova. Aternativno, čestice se mogu ubrzati do još viših energija u prstenu za čuvanje PETRA i onda ubaciti u HERA (nije prikazano na crtežu) gde se koriste u viskoenergetskim eksperimentima.



Slika 5.2. Raspodela spektralnog intenziteta sinhotronskog zračenja iz raznih elektronskih sinhotrona i prstena za čuvanje. (fotona/s eV mrad²). Zračenje je u opsegu od vidljivog do x zračenja. U dalekoj ultraljubičastoj oblasti i u regionu mekog x zračenja elektronski ili pozitronski prstenovi za čuvanje su trenutno najbolji raspoloživi izvori.

Iako se talasni karakter svetlosti može smatrati eksperimentalno i teorijski dobro ustanovljenom činjenicom, posebno zbog difrakcije i interferencije, na drugoj strani postoje eksperimenti u kojima se svetlost ponaša kao čestica; ove čestice se nazivaju *svetlosni kvanti ili fotoni*.

Pre nego što opišemo eksperimente koji demonstriraju čestičnu prirodu svetlosti sumiraćemo najvažnije fizičke osobine fotona:

Foton

Energija $h\nu$

Brzina c

Masa mirovanja 0 .

Impuls $p = h\nu/c = h/\lambda$

Unutrašnji moment impulsa (spin) $\frac{h}{2\pi} = \hbar$

Za konvertovanje energije fotona $E = h\nu$, koja se često izražava u eV, u talasnu dužinu (u vakuumu) λ_{vac} svetlosnog talasa važi sledeća relacija

$$E(\text{eV}) = 12398/\lambda (\text{\AA}) \quad (5.1)$$

U sledećim poglavljima opisaćemo tri fenomena koja se mogu razumeti jedino pretpostavljajući postojanje fotona.

5.2 Toplotno zračenje

5.2.1. Spektralna raspodela zračenja crnog tela.

Planck je 1900. god. u svojoj teorijskoj analizi spektralne raspodele svetlosti emitovane od strane crnog tela (definisano kasnije), koja je eksperimentalno ustanovljena, po prvi put postulirao kvantizaciju energije interakcije svetlosti sa materijom. Pod svetlošću se ovde podrazumeva toplotno ili zračenje crnog tela.

Topli (zagrejani) objekti emituju svetlosno zračenje kao rezultat njihove zagrejanosti. Ovo je svakodnevno iskustvo. Poznato je da se boja emitera toplote (na primer peći) menja od tamno crvene, preko svetlo crvene ka žutoj i belojoj sa porastom temperatura peći. Određivanje boje u unutrašnjosti peći se koristi za merenje njene temperature; ova tehnika se naziva piroometrija.

Na temperaturama ispod nekoliko stotina kelvinovih, emitovano zračenje je u infracrvenoj oblasti i takodje se naziva toplotno zračenje. Ovo infracrveno zračenje je odgovorno što objekat postiže istu temperaturu kao i okolina. Ako se želi izvesti eksperiment na vrlo niskoj temperaturi (recimo 4.2 K i ispod) eksperimentalna oblast mora da bude zaklonjena od termičkog zračenja iz laboratorije, koja je na sobnoj temperaturi, korišćenjem termičkih ekrana (zaklona).

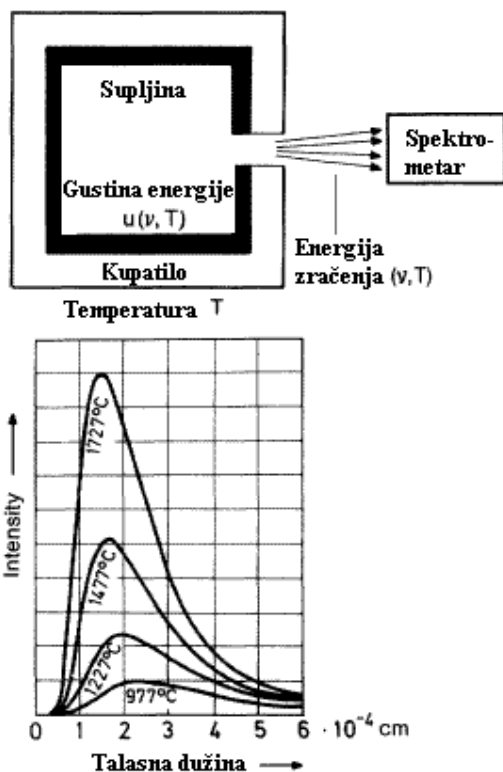
Zakoni kojima se podvrgava spektralna raspodela intenziteta toplotnog zračenja su dobijeni eksperimentalno analizom zračenja crnog tela. Ovo je šupljina koja emituje zračenje u termalnoj ravnoteži sa zidovima; materijal zidova emituje i apsorbuje toplotno zračenje.

Eksperimentalno, izvor zračenja crnog tela je najlakše dobiti pravljenjem malog otvora na zidu šupljine, koji se drži na konstantnoj temperaturi. Otvor je tako mali da niti zrak koji je u šupljinu ušao spolja, niti onaj koji je iz nje izašao napolje, nije dovoljan da promeni termalnu ravnotežu u šupljini (Sl 5.3). Gustina energije $u(\nu, T)$ polja zračenja unutar šupljine, može se odrediti merenjem snage zračenja (energije u jedinici vremena), $N(\nu, T)$, koja je povezana sa spektralnim gustinom fluksa zračenja $P(\nu, T)$ koji prolazi kroz otvor, korišćenjem spektrometra. Spektralna gustina energije je definisana

$$u(\nu, T)d\nu = (\text{energija zračenja u opsegu frekvencija } \nu, \nu + d\nu) / \text{zapremina}$$

i spektralna gustina fluksa zračenja $2P(\nu, T)$ kao

$$2P(\nu, T)d\nu = (\text{izračena snaga u opsegu frekvencija } \nu, \nu + d\nu) / \text{površina-prostorni ugao.}$$



Slika 5.3. Termalno zračenje. Gornji deo: šematska ilustracija šupljine kao izvora zračenja. Donji deo: tipična kriva raspodele intenziteta zračenja crnog tela na raznim temperaturama

$2P(\nu, T)d\nu$ je iznos energije u intervalu frekvencije $\nu, \nu+d\nu$, koji je izračen u jedinici vremena kroz jediničnu površinu u prostorni ugao 1 sr normalno na površinu. Faktor 2 u definiciji dolazi iz činjenice da se zračenje može dekomponovati u dve komponente sa polarizacionim smerovima normalno jedan na drugi. $P(\nu, T)d\nu$ za jednu komponentu, tj. za linearno polarizovano zračenje je nezavisno od pravca polarizacije za crno telo. Za energiju izračenu sa površine A ka uglu θ (u odnosu na normalu na površini), u prostorni ugao $\Delta\Omega$, za nepolarizovano zračenje, imamo u vremenskom intervalu Δt i opsegu frekvencije $\nu, \nu+d\nu$,

$$E = u(\nu, T)d\nu \cdot c \cdot \Delta t \cdot (\Delta\Omega/4\pi)A \cos\theta \quad (5.2)$$

Slika 5.3 pokazuje neke tipične eksperimentalne rezultate. Zračenje ima kontinualan spektar sa istaknutim maksimumom, koji leži u infracrvenoj oblasti, kada je crno telo na sobnoj temperaturi.

Sledeći rezultati su od značaja:

Na datoj temperaturi, energetska raspodela je ista, nezavisno od oblika i materijala šupljine.

U jedn. (5.2) izračunata je energija izračena u intervalu frekvencije od $\nu, \nu+d\nu$ i na uglu θ . Snaga izračena sa površinskog elementa u svim pravcima u polusferi, za dati polarizacioni pravac, se može naći integracijom preko uglova

$$P(\nu, T)_{TOT} = \frac{c}{8\pi} u(\nu, T) \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta = \frac{c}{8} u(\nu, T) \quad (5.2a)$$

Granice integracije impliciraju da površina jedino može zračiti ka spoljašnjem pravcu (u polusferu, vidi sl. 5.3). Iz ovog izraza dobija se totalna radijanca (ukupno zračenje) na temperaturi T, integraljenjem preko svih frekvencija i smerova polarizacije.

$$S = 2 \int_0^{\infty} P(\nu, T)_{TOT} d\nu = \sigma T^4 \quad (5.3)$$

Ovo je *Štefan Bolzmanov* zakon sa $\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$.

- *Wien* ov zakon pomeranja tvrdi da je talasna dužina na kojoj se pojavljuje maksimum intenziteta λ_{\max} funkcija temperature

$$\lambda_{\max} T = \text{const} = 0.29 \text{ cm K} \quad (5.4)$$

Kao primer možemo da uzmemo solarno zračenje: površina sunca je na temperaturi od 6000 K; talasna dužina maksimuma intenziteta je $\lambda_{\max} = 480 \text{ nm}$.

- Zakon koji su *Rayleigh* i *Jeans* izveli iz klasične elektrodinamike

$$P = \frac{\nu^2}{c^2} kT \quad (5.5)$$

opisuje gustinu fluksa zračenja po polarizacionom pravcu vrlo dobro za niske frekvencije. Međutim, na visokim frekvencijama, ovaj zakon nije ispravan: ako se integrali preko svih frekvencija, daje beskonačno veliku vrednost gustine energije-ovo je nazvano ultravioletna katastrofa. U okvirima klasične elektrodinamike i termodinamike nije moguće naći izraz za P, koji se slaže sa eksperimentima na visokim frekvencijama. Ovo je prvi put postignuto *Planck*-ovom formulom.

5.2.2. Planck-ova formula zračenja

Prema *Planck*- u eksperimentalno određena spektralna gustina energije zračenja po jedinici zapremije, u intervalu frekvenicije $\nu, \nu + d\nu$ se može predstaviti u obliku

$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu \quad (5.6)$$

Iz ove formule dobija se gustina radijacionog fluksa po polarizacionom pravcu i prostornom uglu

$$P(\nu, T) d\nu = \frac{h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Ova formula se može izvesti pod sledećim pretpostavkama:

1) Atomi u zidovima šupljine se ponašaju kao mali elektromagnetski oscilatori, od kojih svaki ima svoju karakterističnu frekvenciju oscilovanja ν . Oni zrače elektromagnetsko zračenje izvan šupljine i apsorbuju zračenje iz šupljine: termalna

ravnoteža je uspostavljena između zračenja u šupljini i atoma u zidovima. Ekscitacija oscilatora zavisi od temperature

2) Oscilatori ne mogu- kao klasični oscilatori – da uzmu sve moguće vrednosti energije, već samo diskretne vrednosti opisane sa

$$E = n \cdot h \cdot \nu \quad (5.7)$$

gde je n ceo broj, $n=0,1,2,\dots$ i h je Planck ova konstanta ($h=6.62676 \cdot 10^{-34}$ Js= $4.14 \cdot 10^{-15}$ eV s). Danas znamo da je ova kvantizacija ispravnije opisana jednačinom

$$E = (n + 1/2) \cdot h \cdot \nu \quad (5.8)$$

Veličina $h\nu/2$ je nulta energija oscilatora. Jednačinu (5.8) ćemo izvesti u kvantnomehničkom tretmanu u Glavi 9.

3) Sve dok oscilator ne emituje ili ne apsorbuje energiju (zračenja), on ostaje u istom kvantnom stanju, okarakterisanom kvantnim brojem n .

4) Broj mogućih stanja oscilatora elektromagnetskog polja u šupljini u zapremini V između $\nu, \nu+d\nu$ za oba polarizaciona pravca je dat sa

$$dZ = \frac{8\pi V \nu^2}{c^3} d\nu \quad (5.9)$$

što se može dobiti iz klasične elektrodinamike

Postojanje diskretnih vrednosti energije predstavlja kontradikciju u odnosu na klasičnu fiziku, gde energija uvek ima kontinualne vrednosti. Razlog da se kvantizacija ne opaža u klasičnoj fizici je malost *Planck* ove konstante h . Dajemo numerički primer da bi smo ovo pojasnili.

Harmonijski oscilator sa masom $m = 1$ kg i konstantom $f = 20$ N/m osciluje sa amplitudom $x_0 = 0.01$ m. Karakteristična frekvencija je data sa

$$\nu = (1/2\pi)\sqrt{f/m} = 0.71 \text{ s}^{-1}$$

Energija oscilatora je

$$E = fx_0^2 / 2 = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Ova energija odgovara ukupnom broju, n , kvantata frekvencije ν
 $n=E/h\nu=2.1 \cdot 10^{30}$.

Ako se n promeni za ± 1 , ovo izaziva relativnu promenu energije od

$$\Delta E/E=(h\nu)/(n \cdot h\nu)\approx 10^{-30}$$

Ova promena je ekstremno mala.

Odavde se zaključuje da se energetska kvantizacija makroskopskih sistema u svetu klasične fizike ne može detektovati, što potiče od krajnje velikog kvantnog broja koji se ovde pojavljuje.

5.2.3 Ajnštajново izvodenje Plankove formule.

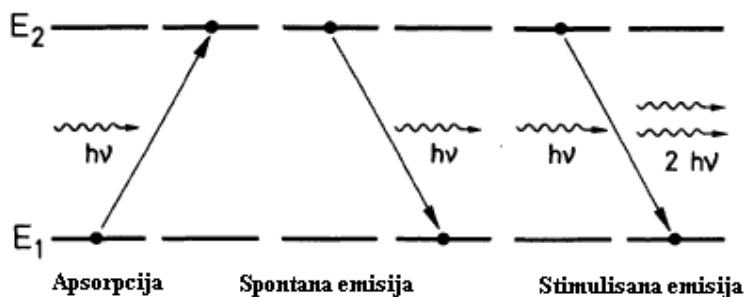
Izvodjenje Plankove formule zračenja koje je dao Einstein (Ajnštajn) (1917) god, je interesantan primer kombinacije optike, termodinamike i statistike. Ajnštajn je pretpostavio da se svetlost sastoji od čestica, tzv. svetlosnih kvanata ili fotona. Svakom svetlosnom talasu frekvencije ν odgovara izvestan broj fotona. Štaviše, u ovoj teoriji je pretpostavljeno postojanje diskretnih energetske nivoa u atomima. Opravdanje za ovu pretpostavku u obliku Borovog modela atoma će biti tretirano u glavama 8 i 9; ovde anticipiramo sledeće

Atom sa dva energetska nivoa E_1 i E_2 može, prema Ajnštajnu da interaguje sa elektromagnetskim poljem na tri različita načina:

- Apsorpcija svetlosnog kvanta “prebacuje” atom iz nižeg nivoa E_1 u energetski više stanje E_2 . U ovom procesu, svetlosni kvant energije $\Delta E = E_2 - E_1$ se uklanja iz polja zračenja.
- Emisija se spontano događa sa nivoa E_2 u toku vremena koje je poznato kao srednji život. Svetlosni kvant energije ΔE se oslobadja ka radijacionom polju.
- Upravo kako se svetlosni kvant može apsorbovati, svetlosni kvant zračnog polja može takodje stimulisati emisiju daljih kvanata kada je atom u višem nivou E_2 . Za ovu stimulisanu, ili indukovanu emisiju, nužno je postojanje primarnog svetlosnog kvanta.

Drugi svetlosni kvant se pridružuje već postojećim u radijacionom polju. Ovi procesi su shematski prikazani na slici 5.4.

U cilju izvodjenja Plankove formule, sledimo Ajnštajново razmatranje, sistema od N atoma. Brojeve atoma na nivoima E_1 i E_2 označimo sa N_1 i N_2 . Uzima se da je sistem u termalnoj ravnoteži sa okolinom. Interakcije sa radijacionim poljem su moguće samo preko emisije ili apsorpcije zračenja i to preko diskretnih energetske kvanata $h\nu = E_2 - E_1$.



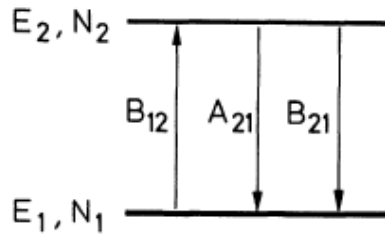
Slika.5.4. Apsorpcija, spontana i stimulisana emisija zračenja sa kvantom energije $h\nu$ između dva energetska nivoa E_1 i E_2

Uzima se da polje zračenja ima gustinu energije $u(\nu, T)$ koju ćemo kasnije označiti sa $u(\nu)$. Po jedinici vremena proizvode se sledeći prelazi (Sl. 5.5):

Apsorpcija od 1 do 2. Broj procesa u vremenu dt je proporcionalan broju atoma N_1 u stanju 1 i gustini energije zračenja $u(\nu)$;

$$dN_{12} = B_{12}u(\nu)N_1 dt \quad (5.10)$$

Konstanta proporcionalnosti B_{12} se naziva Ajnštajnov koeficijent i on je mera verovatnoće prelaza po jedinici vremena i radijacionoj gustini.



Slika 5.5. Izvodjenje Plankove formule: dva energetska nivoa E_1 i E_2 sa populacionim brojevima N_1 i N_2 su povezana prelazima sa verovatnoćama B_{12} , B_{21} i A_{21}

Prelaz 2 na 1 se sastoji iz dva doprinosa, kao što se vidi na Sl. 5.5; prvi je spontana emisija od 2 do 1. Broj takvih procesa po jedinici vremena je proporcionalan zauzetošću stanja N_2 . Imamo

$$dN_{21}' = A_{21}N_2 dt \quad (5.11)$$

A_{21} je takođe Ajnštajnov koeficijent i on je mera verovatnoće prelaza u jedinici vremena. Postoji i indukovana emisija sa 2 na 1. Ona je analogno sa (5.10) proporcionalna sa N_2 i gustini zračne energije $u(\nu)$. Rezultat je

$$dN_{21}'' = B_{21}u(\nu)N_2 dt \quad (5.12)$$

B_{21} se definiše na analogan način kao i Ajnštajnov koeficijent B_{12} u (5.10).

U ravnotežnom stanju, jednak broj prelaza se događa u oba pravca. Zato mora biti

$$dN_{12} = dN_{21}' + dN_{21}'' \quad (5.13)$$

Koristeći (5.10, 5.11 i 5.12) dobija se sledeći izraz za količnik broja atoma u stanjima 1 i 2

$$N_2 / N_1 = \frac{B_{12}u(\nu)}{A_{21} + B_{21}u(\nu)} \quad (5.14)$$

Pošto je sistem u termalnoj ravnoteži, količnik brojeva atoma na dva energetska nivoa se takođe može izračunati iz Boltzman ove raspodele.

$$N_2 / N_1 = e^{-E_2/kT} / e^{-E_1/kT} \quad (5.15)$$

Iz ovih dvaju jednačina sledi

$$\frac{B_{12}u(\nu)}{A_{21} + B_{21}u(\nu)} = e^{-E_2/kT} / e^{-E_1/kT} \quad (5.16)$$

i

$$u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}e^{h\nu/kT} - B_{21}} \quad (5.17)$$

uz skraćenicu $E_1 - E_2 = h\nu$. Da bi se odredili koeficijenti A i B koriste se granični uslovi da $u(\nu)$ mora da teži beskonačnosti kada $T \rightarrow \infty$, tj, imenilac mora da ide u nulu. Onda se dobija

$$B_{21} = B_{12} \quad (5.18)$$

Odavde sledi

$$u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}(e^{h\nu/kT} - 1)} \quad (5.19)$$

Eksperimentalno verifikovan *Rayleigh-Jeans* ov zakon mora da se zadovolji za male frekvencije, tj kada $h\nu \ll kT$ (vidi 5.5)

$$u(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad (5.20)$$

Za male vrednosti eksponenta $h\nu/kT$, može se koristiti ekspanzija eksponencijalne funkcije u red $\exp(h\nu/kT) = 1 + h\nu/kT + \dots$. Postavljajući u (5.19) dobija se

$$u(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{kT}{h\nu} \quad \text{za } h\nu \ll kT \quad (5.21)$$

što kombinujući sa *Rayleigh-Jeans* ovim zakonom (5.20) daje

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \quad \text{i važi uopšte} \quad (5.22)$$

Na kraju unoseći u (5.19)

$$u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (5.23)$$

Jednačina (5.23) je *Planckova* formula

Preuredjujući (5.22) nalazi se relacija izmedju *Ajnštajnovih* koeficijenata za prelaze izmedju nivoa 2 i 1

$$A_{21} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_{12} \quad (5.24)$$

Ovo odgovara *Kirchoff* ovoj relaciji, prema kojoj su verovatnoće spontane emisije i apsorpcije proporcionalne.

Jednačina (5.18) izražava činjenicu da radiaciono polje uzima i daje kvante zračenja na sličan način; apsorpcija i stimulisana emisija su potpuno komplementarni fizički procesi.

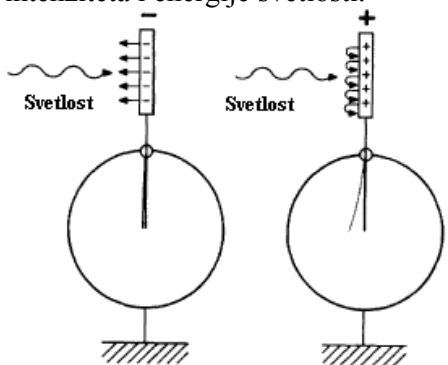
*Ajnštajnov*o izvodjenje *Planck*ove formule je jaka potpora pretpostavke o postojanju svetlosnih kvanata energije $h\nu$. Iz jednačine $E=h\nu$ i ekvivalencije mase i energije $E=mc^2$, takodje sledi da se fotonu može pripisati neka masa $m_{ph}=h\nu/c^2$. Medjutim masa mirovanja fotona u suštini je jednaka nula.

5.3. Fotoelektrični efekat

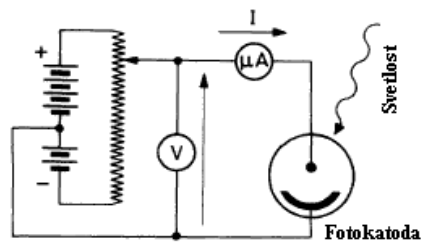
Hallwachs je 1888. prvi put odredio osnovne zakone koji određuju oslobadjanje elektrona iz metala po dejstvom svetlosti, pojave koja je poznata pod imenom fotoelektrični efekat i koja je ranije opažena od strane *Hertza*. Rezultate ovih eksperimenata je objasnio *Ajnštajn* 1905. koristeći hipotezu svetlosnih kvanata.

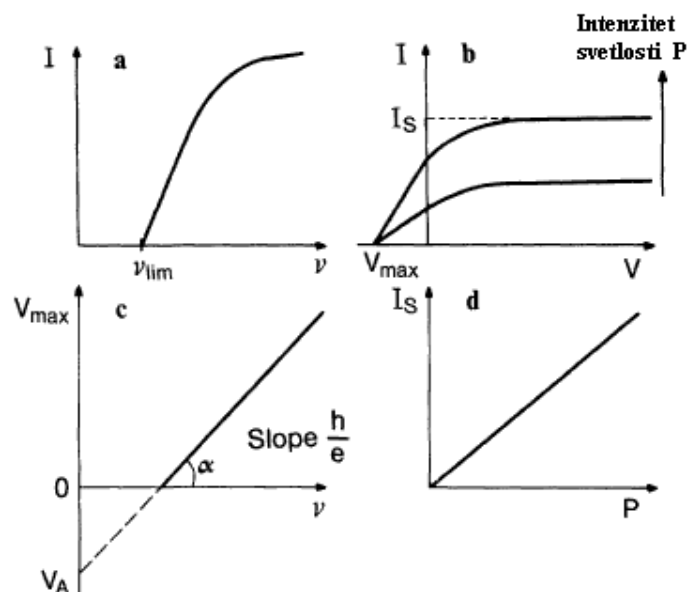
Fotoelektrični efekat se može jednostavno demonstrirati kvalitativno pomoću uređaja prikazanog na slici 5.6. Pločica od cinka Zn je aktivirana ribanjem sa živom po površini i montirana je na električno izolovanom nosaču. Ako se ona negativno naelektriše i onda osvetli ultraljubičastom svetlošću onda se ona brzo razelektriše. Pozitivno naelektrisana pločica se ne može razelektrisati svetlošću.

Iz ovog eksperimenata vidimo da svetlost oslobadja elektrone sa pločice. Negativno naelektrisana pločica oslobadja elektrone u okolni vazduh; pozitivno naelektrisana pločica ih zadržava usled Kulonovskog privlačenja. Ovi eksperimenata se mogu učiniti više kvantitativnim zamenjujući elektrometar sa uređajem za merenje oslobodjenog naelektrisanja sa ploče; onda se oslobodjeno naelektrisanje može meriti kao funkcija intenziteta i energije svetlosti.



Slika 5.6. Fotoefekat. Gornji deo: negativno naelektrisana elektrometar se prazni nakon ozračivanja elektrode; nasuprot tome, pozitivno naelektrisana elektrometar se ne razelektriše. Donji deo. Uredjaj za kvantitativno proučavanje fotoefekta (napon V , struja I).





Slika 5.7 a-d. Kvantitativni rezultati za fotoefekat, a) Fotostruja kao funkcija frekvencije ν svetlosti. B) Fotostruja I kao funkcija primenjenog napona V . Pozitivne vrednosti napona znače da je ozračena elektroda katoda. Najveći negativni napon, koji fotoelektron još uvek može prevazići (kada je ozračena elektroda anoda) je V_{max} . Struja saturacije I_s je funkcija intenziteta svetlosti P . c) Maksimalni zaustavni napon V_{max} kao funkcija frekvencije svetlosti ν ; merenje količnika h/e i radne funkcije V_A kao nagib i presek prave linije prema 5.28. d) Struja saturacije I_s kao funkcija intenziteta svetlosti P . Struja raste sa intenzitetom.

Ako se želi meriti kinetička energija elektrona može se koristiti *counter-field* metod; meri se maksimalni napon V_{max} koji je dovoljan da zadrži elektrone da ne napušte pločicu. Za ovu svrhu može se koristiti, uređaj prikazan na donjem delu slike 5.6, dok je elektroda koja se obasjava priključena na pozitivni pol naponskog izvora.

Rezultati takvih eksperimenata su prikazani na slici 5.7; elektronska struja I kao funkcija frekvencije ν svetlosti počinje na graničnoj frekvenciji ν_{min} , koja je karakteristika materijala elektrode (Sl.5.7.a). Maksimalna kinetička energija elektrona se dobija iz volt amperske karakteristike aparature (Sl.5.7.b). Ako napon dostigne zadržavajući potencijal V_{max} (koji je zavisano od frekvencije svetlosti), fotostruja opadne na nulu i ostaje na njoj. Emitovani elektroni nemaju dovoljnu energiju da prevaziđu zadržavajući potencijal. Izraz $eV_{max}=mv^2/2$ daje brzinu elektrona. Ako se nacrtaju zadržavajući potencijal V_{max} u zavisnosti od frekvencije dobije se prava linija (5.7.c).

Da bi se objasnili ovi eksperimenti potrebna je hipoteza o kvantima energije. Klasično, trebalo bi očekivati da je električno polje E , svetlosti, koje je proporcionalno kvadratnom korenu intenziteta svetlosti, odgovorno za ubrzanje i oslobađanje elektrona sa elektrode. Energija fotoelektrona bi trebala da raste sa povećanjem intenziteta svetlosti. Međutim, nalazimo, da energija fotoelektrona ne

zavisu od intenziteta svetlosti (i odavde od snage zračenja) već samo od frekvencije svetlosti.

Na drugoj strani, broj N emitovanih elektrona je proporcionalan intenzitetu P svetlosti (Sl. 5.7.d).

Fotoelektroni se emituju jedino kada je frekvencija svetlosti veća od karakteristične vrednosti ν_{\min} koja zavisi od materijala elektrode. Mora da bude zadovoljena sledeća relacija

$$h\nu \geq h\nu_{\min} = eV_A \quad (5.25)$$

Jasno, deo energije svetlosti $h\nu$, se utroši da se elektron oslobodi od metalne elektrode. Za ovu svrhu potreban je iznos energije eV_A , nazvan radna funkcija. Ova radna funkcija je specifična za materijal elektrode. Preostala energija svetlosnog kvanta je na raspolaganju i odlazi kao kinetička energija elektrona. Ukupna energija svetlosnog kvanta se tako prenosi na energiju elektrona u ovom elementarnom procesu. Energetski balans je

$$\underbrace{mv^2/2}_{\text{Kinetička energija fotoelektrona}} = \underbrace{h\nu}_{\text{Energija svetlosnog kvanta}} - \underbrace{eV_A}_{\text{Radna funkcija fotoelektrona}} \quad (5.26)$$

Na levoj strani je kinetička energija elektrona, a na desnoj strani prvi član je energija fotona i drugi član je radna funkcija fotoelektrona.

Kinetička energija fotoelektrona je jednaka eV_{\max} ; tako može se (5.26) pisati u obliku

$$eV_{\max} = h\nu - eV_A \quad (5.27)$$

ili

$$V_{\max} = h\nu/e - V_A \quad (5.28)$$

Nagib prave linije koja se dobija crtanjem V_{\max} u zavisnosti od frekvencije ν (Slika 5.7.c) se može koristiti za precizno merenje količnika h/e . Za ugao α , nagiba imamo

$$\tan \alpha = \frac{h}{e} \quad (5.29)$$

Tabela 5.1. daje neke primere radne funkcije raznih metala. Radna funkcija alkalnih metala je upadljivo mala.

Tabela 5.1. Radna funkcija eV_A i granične talasne dužine λ_{\lim} nekoliko metala

Metal	eV_A (eV)	λ_{\min} (nm)
Li	2.46	504
Na	2.28	543
K	2.25	551
Rb	2.13	582
Cs	1.94	639
Cu	4.48	277
Pt	5.36	231

Uredjaj u kome elektroni oslobodjeni sa elektrode (fotokatode) zatvaraju strujno kolo, (koje je otvoreno u odsustvu svetlosti) izmedju fotokatode i druge elektrode se naziva fotočelija. Fotočelije se koriste u mnogim aplikacijama u merenjima i tehnologiji kontrole.

Pored ovog, tzv. spoljašnjeg fotoefekte, koji je diskutovan ranije u ovom poglavlju, isti fenomen se može sresti u mnogim drugim oblastima fizike. U fizici čvrstog stanja oslobadjanje, normalno vezanih nosioca neelektrisanja pod dejstvom svetlosti se naziva unutrašnji fotoefekat. U ovom slučaju, može se opaziti povećanje električne provodnosti poluprovodnika ili izolatora pri osvetljavanju. U nuklearnoj fizici, atomska jezgra se mogu eksцитовати i emitovati nukleone, tj. čestice od kojih je jezgro sastavljeno, pod dejstvom zračenja vrlo kratkih talasnih dužina (x ili gama - zračenje). Ovaj efekat se naziva nuklearni fotoefekat.

5.4. Komptonov Efekat

5.4.1. Eksperiment

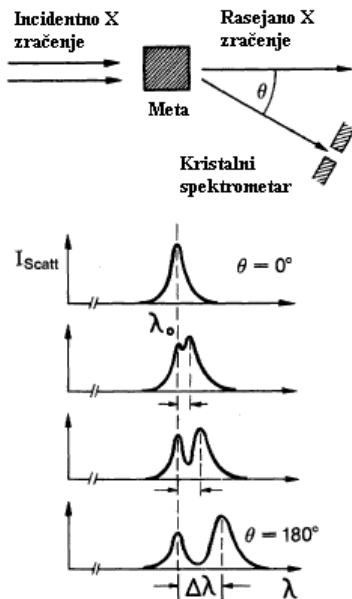
Komptonov efekat je naziv za pojavu rasejanja svetlosti na slabo vezanim ili slobodnim elektronima. Ovaj efekat se događa naročito u x -zračnoj oblasti elektromagnetskog spektra. Incidentni svetlosni talas (x -zračenje) ekscituje elektrone u atomima mete tako da oni osciluju. Oscilujući elektroni u polju pozitivno naelektrisanog jezgra se mogu razmatrati kao klasični oscilatori; oni sami emituju zračenje, sa istom talasnom dužinom i frekvencijom sa kojom se oni kreću. Ovo zračenje se naziva Rayleigh ovo rasejano zračenje. Teorija Rayleigh ovog rasejanja je prvo razvijena za vidljivu svetlost; ona objašnjava plavu boju neba. Svetlost kratke talasne dužine (plava) se više rasejava nego svetlost dužih talasnih dužina (crvena svetlost). Rasejana svetlost ima istu talasnu dužinu kao i primarna, i još je polarizovana. Godine 1909. *Barkla* je pokazao da se ovaj tip rasejanja takodje događa i sa x - zračenjem.

Kompton je 1921. godine opazio da pored nepomerenog rasejanog zračenja (iste talasne dužine) u spektru rasejanog zračenja postoji još jedna komponenta, koja je pomerena za talasnu dužinu $\Delta\lambda$. Nadjena je prosta relacija izmedju pomeraja talasne dužine i ugla rasejanja: nezavisno od materijala mete važi sledeća relacija;

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta) \quad (5.30)$$

gde je $\lambda_c = 0.024 \text{ \AA}$, Komptonova talasna dužina. Promena talasne dužine $\Delta\lambda$ je potpuno nezavisna od talasne dužine primarnog zračenja. Jedino intenzitet Komptonovog rasejanja zavisi od materijala mete; naročito je veliki za lake materijale (malo Z), ako se uporedi sa apsorpcijom x -zračenja koje raste približno proporcionalno sa z^3 (18.5).

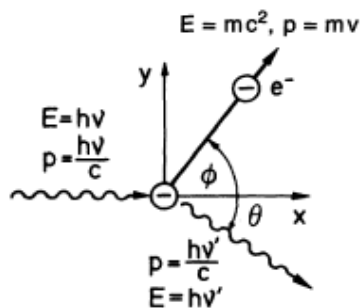
Dva numerička primera mogu poslužiti kao ilustracija Komptonovog rasejanja: pomeraj talasne dužine je najveći za ugao $\theta=180^\circ$. Ako je energija svetlosti 1000 eV pre rasejanja, nakon rasejanja na 180° je energija je 996 eV; ako je incidentna energija 1 MeV, rasejana svetlost na 180° ima energiju 200 keV. U prvom slučaju, energija je smanjena za 4 eV, ili 0.4 %, dok je u drugom slučaju smanjena za 800 keV ili 80 %. U oba slučaja pomeraj talasne dužine je $\Delta\lambda=0.05 \text{ \AA}$.



Slika 5.8. Komptonov efekat. Gornji deo: Eksperimentalni uređaj. X zračenje koje se rasejava na meti (grafitni blok) se meri u zavisnosti od ugla rasejanja θ gde je $\theta=0$ za neskrenuto zračenje i 180° za zračenje rasejano natrag ka izvoru. Donji deo: Merenje rasejanog zračenja u funkciji talasne dužine za razne uglove rasejanja. Vide se nepomereno Rayleigh-jevo rasejano zračenje kao i pomereno Komptonovski rasejano zračenje.

Objašnjenje ovih eksperimenata nije bilo moguće unutar talasne slike svetlosti. Koristeći hipotezu kvanta, efekat se može predstaviti kao sudar između dve čestice, fotona i elektrona (Sl. 5.9). U sudaru prenose se energija i impuls.

Preciznije, imamo posla sa elastičnim sudarom između kvanta zračenja i elektrona koji su slabo vezani spoljašnjim ljuskama atoma sa inicijalnim brzinama $v \approx 0$. Vezivna energija elektrona, pretpostavlja se, toliko je mala da se može zanemariti u poredjenju sa energijom fotona u sledećem izvodjenju



Slika 5.9. Objašnjenje Komptonovog efekta; kvant incidentnog zračenja energije $E=hc/\lambda$ i impulsa $p=hc/\lambda c$ se sudara sa elektronom. U sudaru, on prenosi energiju i impuls elektronu; rasejan x zračni kvant smanjuje svoju energiju na hc/λ' i impuls na $hc/\lambda' c$.

5.4.2. Izvodjenje izraza za Komptonov pomeraj

Razmotrimo Komptonov efekat kao elastični sudar između fotona i elektrona. Moraju da budu zadovoljeni zakoni očuvanja energije i impulsa. Impuls i kinetička energija elektrona pre sudara su praktično jednaki nuli. Račun mora da se sprovede relativistički, što dovodi do sledećih relacija (vidi sl 5.9).

Energije pre i posle sudara su jednake što dovodi do

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2 \quad (5.31)$$

Ovde je m_0 masa mirovanja elektrona, i m je masa elektrona posle sudara, i ν i ν' su frekvencije zračenja pre i posle sudara.

Iz očuvanja impulsa u y pravcu pre i posle sudara dobija se

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - m\nu \sin \Phi \quad (5.32)$$

i za održanje impulsa u x pravcu

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + m\nu \cos \Phi \quad (5.33)$$

U jednačini (5.31) premestimo $h\nu'$ na levu stranu i uvedemo smenu $\nu - \nu' = \Delta\nu$. Onda izraz za masu elektrona u kretanju izrazimo preko mase mirovanja uzimajući relativističku formulu $m = m_0(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. Ako se sada još kvadrira (5.31) i preuredi dobiće se

$$h^2(\Delta\nu)^2 + 2m_0c^2h\Delta\nu = (m_0c^2)^2 \frac{v^2}{c^2 - v^2} \quad (5.34)$$

Cilj je eliminisati ugao Φ iz daljeg računa; da bi se to uradilo iz (5.32) i (5.33) izračunamo $\sin\Phi$ i $\cos\Phi$, i onda iskoristimo identite $\sin^2\Phi + \cos^2\Phi = 1$. Posle preuredjivanja dobija se

$$h^2[(\Delta\nu)^2 + 2\nu(\nu - \Delta\nu)(1 - \cos\theta)] = (m_0c^2)^2 \frac{v^2}{c^2 - v^2} \quad (5.35)$$

Kako su desne strane (5.34) i (5.35) jednake, onda postavljamo da su jednake i leve strane ovih jednačina i tako dobijamo

$$m_0c^2h\Delta\nu = h^2\nu(\nu - \Delta\nu)(1 - \cos\theta) \quad (5.36)$$

Želimo da izrazimo rezultat preko talasnih dužina umesto frekvencija. Koristeći $c = \nu\lambda$ dobijamo

$$|\Delta\lambda| = \left| \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu - \Delta\nu} \right| = \frac{c\Delta\nu}{\nu(\nu - \Delta\nu)} \quad (5.37)$$

Zamenjujući (5.37) u (5.36) dobijamo konačno

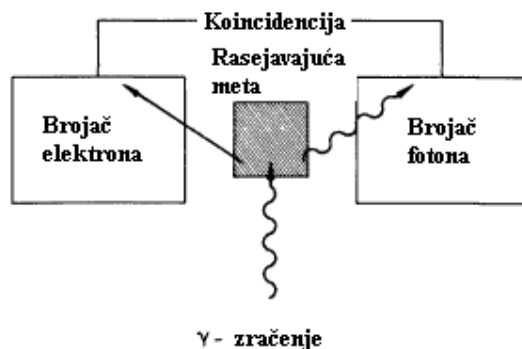
$$|\Delta\lambda| = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\theta) = \lambda_c (1 - \cos\theta) \quad (5.38)$$

gde je uvedena skraćenica $\lambda_c = h/m_0c$ ("Komptonova talasna dužina"). Slučajno, kvant energije zračenja koji ima Komptonovu talasnu dužinu λ_c je tačno jednak energiji mirovanja elektrona:

$$hv = hc/\lambda_c = m_0c^2 = 511 \text{ keV} \quad (5.39)$$

Energija i impuls uzmaknutog elektrona se takodje mogu izračunati iz ovih jednačina. Energija koju dobiju elektroni je relativno mala, ali se njihove putanje mogu videti u magličastoj komori i kvantitativno izmeriti. Ovo je 1925. god. pokazano od *Compton*-a i *Simon*-a.

Drugi eksperiment, koji su 1925. godine obavili *Bothe* i *Geiger* pokazuje da su elektroni i fotoni emitovani istovremeno u Komptonovom efektu (Sl 5.10). Rasejavajuća meta je postavljena u centru između simetrično postavljenih elektronskog i fotonskog detektora. Broj istovremenih odbroja u ova dva detektora je meren koincidentnim kolom, (kolo koje registruje istovremene događaje), i rezultat je da je broj opaženih koincideneci daleko veći nego broj koji bi se očekivao iz nekorelisanih (neistovremenih) događaja.



Slika 5.10. Aparatura za koincidentnu detekciju rasejanih x zračnih kvanata i uzmaknutih elektrona u Komptonovom efektu.

Sledeće napomene mogu biti korisne za dublje razumevanje Komptonovog efekta

- Komptonovo rasejanje je relativno slabo u slučaju jako vezanih elektrona, tj. u težim atomima. Kada je vezivna energija elektrona velika u poredjenju sa kvantnom energije $h\nu$ fotona, prenos impulsa nije moguć.

- U nekim energetskim oblastima, naročito za srednje tvrdo x-zračenje, Komptonov efekat je glavni uzrok rasejanja i slabljenja zračenja u materiji.

- U Komptonovom rasejanju incidentno i rasejano zračenje su nekoherentna jedno u odnosu na drugo (tj. imaju različite energije $h\nu \neq h\nu'$).

Vidimo da se fotoefekat i Komptonov efekat mogu razumeti samo pod pretpostavkom da se svetlost (zračenje) sastoji od individualnih čestica sa impulsom p . S druge strane, znamo iz eksperimenata interferencije i difrakcije da se svetlost

ponaša kao talas, okarakterisan talasnom dužinom i frekvencijom ν . Čestični aspekt svetlosti nalazi potvrdu u fotoelektričnom i Komptonovom efektu.

Kako možemo da pomirimo talasni i čestični karakter istog fenomena. Da bi objasnili ovo pitanje, zamislimo sledeći eksperiment (Sl. 7.5); dozvolimo da svetlost prolazi kroz mali otvor na providnom zidu i da pada na ekran. Na ovom ekranu opazićemo prema zakonima talasne optike, difrakcionu sliku. Međutim, možemo da detektujemo svetlost koja dolazi na ekran preko fotoelektričnog ili Komptonovog efekta. Ako se intenzitet svetlosti smanjuje sve više i više, koristeći fotoefekat kao detektor, lokalno, u određenoj tački opazićemo oslobađanje elektrona svetlošću. Čestični karakter svetlosti je ovde dominantan. Ako se ovaj eksperiment ponovi više puta i čuva se informacija o relativnom broju elektrona oslobodjenih u raznim tačkama, dobiće se kriva raspodele koja se tačno slaže sa difrakcionim slikama.

Ovaj misaoni eksperiment, koji se može obaviti i kao realni eksperiment daje ključno objašnjenje prirode svetlosti. Svetlost nosi obe osobine, u sebi, i talasne i čestične. Zavisno od eksperimenta koji se obavlja, svetlost nam pokazuje jedan ili drugi aspekt svog karaktera. Da bi se kombinovale ova dva aspekta, koja su na prvi pogled kontradiktorna, potrebno je primeniti statistička razmatranja. Tako u slučaju koji je upravo opisan, ako izvršimo eksperiment kome je namera da detektuje difrakcionu sliku, ali onda ispitamo čestični karakter, nalazimo da mi ne možemo da predvidimo tačku u kojoj će svetlosna čestica da pogodi ekran sa sigurnošću. Umesto toga, mi možemo samo da damo verovatnoću da se pogodi neka tačka. Rezultujuća raspodela verovatnoće je onda identična sa difrakcionom slikom koja se može izračunati preko zakona klasične fizike. Ovaj statistički način razmatranja stvari, kao što ćemo to još mnogo puta videti, je osnova kvantno mehaničkih interpretacija fizičkih fenomena.

Problemi

- 5.1. Izrazi relativističku masu fotona preko, h , λ i c .
- 5.2. Izračunati impuls fotona sa energijom 1 eV. Dati odgovarajuću talasnu dužinu.
- 5.3. Koliko mase izgubi sijalica snage 100 W u toku jedne godine svetljenja?
- 5.4. Foton energije 2 MeV se konvertuje u pozitron-elektronski par. Kolike su kinetičke energije elektrona i protona ako se energija jednako raspodeli između dve čestice i ako se zanemari elektrostatička interakcija između njih. ($m_e = m_{e^+} = 0.511$ MeV). Kolike su im brzine?
- 5.5. U gornjem sloju atmosfere, molekularni kiseonik se cepa u dva atoma kiseonika fotonom porekla sa sunca. Najveća talasna dužina fotona koji to mogu da obave je $\lambda = 1.75 \cdot 10^{-7}$ m. Kolika je vezivna energija O_2 ?
- 5.6. Osoba može da oseti žutu svetlost golim okom ako je snaga koja se predaje oku $1.8 \cdot 10^{-18}$ W. Talasna dužina žute svetlosti je oko 600 nm. Pri ovoj snazi, koliko fotona pada u oko u 1 s.
- 5.7. Monohromatski snop elektromagnetskog zračenja ima intenzitet od 1 W/m². Koji je srednji broj N fotona po m² i s za a) 1 kHz radio talase i b) 10 MeV gama zračenje?
- 5.8. Izračunati pritisak zračenja sunčeve svetlosti kada je upadna energija $1.4 \cdot 10^3$ W/m² i kada se zračenje potpuno apsorbuje. Uporedi ovu vrednost sa atmosferskim pritiskom. Kolika je sila na površini od 1 m². Kolika je sila ako se svetlost potpuno reflektuje.
Napomena: pritisak zračenja je impuls prenet u jedinici vremena na jedinicu površine.

- 5.9. Foton koji se emituje nekim atomom, predaje ijednak ali suprotan impuls tom atomu.
- Kolika se kinetička energija prenese atomu, ako je frekvencija fotona ν i masa atoma je M ?
 - Koliko se energije prenese atomu Hg pri emisiji spektralne linije $\lambda=235.7$ nm ($M_{\text{Hg}}=200.6$ u)
 - Kolika je odgovarajuća energija pri emisiji γ kvanta energije 1.33 MeV jezgrom ^{60}Ni ($M_{\text{Ni}}=58.7$ u).

Uporedi ove rezultate sa neodređenošću života prema 7.29 ($\tau_{\text{Hg}}=10^{-8}\text{s}$, $\tau_{\text{Ni}}=10^{-14}\text{s}$).

- 5.10. Kolika je temperatura crne sfere sa dijametrom 10 cm koja emituje ukupno 100 W termalnog zračenja. Koliko se mase izgubi po godini usled zračenja.
Napomena: Koristi numeričke vrednosti iz (5.3).
- 5.11. Izračunati temperaturu sunca i gustine energije zračenja u njegovoj unutrašnjosti, pretpostavljajući da je sunce sferno crno telo sa radijusom $R=7\cdot 10^8$ m. Intenzitet solarnog zračenja na površini zemlje (koja je na rastojanju od $1.5\cdot 10^{11}\text{m}$) je $1.4\cdot 10^3\text{W/m}^2$. Pretpostavi da je gustina energije u unutrašnjosti sunca homopjena. Je li ovo realistično?
- 5.12. Kolika je talasna dužina spektralnog maksimuma zračenja crnog tela na temperaturi od 300 K (sobna temperatura). Izračunati gustinu monohromatične energije na ovoj frekvenciji.
- 5.13. Foton oslobadja fotoelektron sa energijom 2 eV sa metala čija je radna funkcija 2 eV. Koja je najmanja moguća vrednost energije ovog fotona?
- 5.14. Radna funkcija za fotoefekat kalijuma je 2.25 eV. U slučaju da svetlost sa talasnom dužinom $3.6\cdot 10^{-7}$ m pada na kalijum izračunati: a) zaustavni potencijal U_{max} fotoelektrona i b) kinetičku energiju i brzinu najbržih emitovanih elektrona.
- 5.15. Homogeni monohromatski snop svetlosti talasne dužine $4\cdot 10^{-7}$ m pada normalno na materijal sa radnom funkcijom 2 eV. Intenzitet snopa je $3\cdot 10^{-9}$ W/m². Izračunati a) broj elektrona emitovanih po m² u sekundi, b) energiju apsorbovanu po m² u sekundi, i c) kinetičku energiju fotoelektrona.
- 5.16. Metalna površina se ozračuje svetlošću raznih talasnih dužina λ . Zaustavni potencijali V naznačeni u tabeli izmereni pri fotoefektu su

λ (10^{-7}m)	V (V)	λ (10^{-7}m)	V (V)
3.66	1.48	4.92	0.62
4.05	1.15	5.46	0.36
4.36	0.93	5.79	0.24

Predstaviti zaustavni potencijal na ordinati u funkciji frekvencije svetlosti. Izračunati sa dobijene krive a) prag frekvencije, b) radnu funkciju metala, i c) količnik h/e .

- 5.17. Žuta D linija natrijuma se pojavljuje kada se para natrijuma ozrači elektronima koji se ubrzaju potencijalnom razlikom 2.11 V. Izračunati vrednost h/e .
- 5.18. U eksperimentu Komptonovog efekta, rasejana svetlost se opaža na uglu od 60° u odnosu na incidentni pravac. Posle sudara, rasejani elektron se kreće po kružnoj putanji poluprečnika $R=1.5$ cm u magnetskom polju indukcije $B=0.02$ Vs/m² koje je normalno na ravan putanje elektrona. Kolika je incidentna energija i talasna dužina incidentnog svetlosnog kvanta?
Napomena: Koristi (6.7) sa $E=0$ da bi se izračunala putanja elektrona.
- 5.19. Foton energije 10^4 eV se sudara sa slobodnim elektronom u miru i rasejava se na uglu od 60° . Izračunati a) promenu energije, frekvencije i talasne dužine fotona, b) kinetičku energiju, impuls i pravac elektrona posle sudara.
- 5.20. X-zračenje talasne dužine 0.1 nm se rasejava na grafitu. Rasejano zračenje se opaža normalno na incidentni pravac.
- Koliki je Komptonov pomaraj $\Delta\lambda$?
 - Kolika je kinetička energija rasejanih elektrona?
 - Koji deo originalne energije izgubi foton.
 - Koliki je odgovarajući deo gubitka enerije fotona sa talasnom dužinom 0.01 nm ako se raseje pod uglom od 90° u Komptonovom rasejanju?

Elektron treba smatrati u miru pre sudara i zanemariti njegovu kinetičku energiju.

- 5.21. Impulsni laser sa brzinom ponavljanja od 20 Hz proizvodi svetlosne impulse sa dužinom 30 ps (piko sekund). Laserski medijum je Nd:YAG i talasna dužina je 1064 nm. Svetlosni impulsi prolaze kroz selektor efikasnosti 10 % (tj. samo 1/10 incidentne energije je na raspolaganju nakon filtra). Na izlazu se zahteva impuls energije 1 mJ pri talasnoj dužini λ .
- Koliko fotona n se nalazi u izlaznom svetlosnom impulsu?
 - Koliko je veliki pik snage P laserskog sistema na izlazu iz filtra?
 - Koja je srednja svetlosna snaga I impulsnog lasera pre filtra ako se samo 0.1 % električne snage konvertuje u svetlosnu snagu.