



НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

ВЕЋУ ЗА ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ  
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

На седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 15. 06. 2016. године, одлуком бр. IV – 01 – 435/13, а на предлог Института за математику и информатику Факултета, именовани смо у комисију за оцену и одбрану докторске дисертације

”Унутрашње и спољашње симетрије у Римановој геометрији”

кандидата Александра Шебековића, магистра математичких наука, сарадника на Катедри за системско и индустриско инжењерство Факултета техничких наука у Чачку.

На основу приложене документације, као и личног увида у рад кандидата, подносимо Наставно-научном већу следећи

И З В Е Ш Т А Ј

Докторска дисертација ”Унутрашње и спољашње симетрије у Римановој геометрији” има  $vi + 88$  страна и састоји се од:

1. Предвора ( $i - iv$ ),
2. Садржаја ( $v - vi$ ),
3. Главе 1: Увод (1-34),
4. Главе 2: Винтгенове идеалне подмногострукости (35-62),
5. Главе 3: Уопштене Винтгенове идеалне подмногострукости (63-82),
6. Литературе (83-88).

Дисертација садржи 11 слика, један дијаграм и 57 библиографских јединица.

**1. Преглед садржаја дисертације**

У Предговору је изложена мотивација за израду дисертације, познати резултати у области, циљеви и методологија за њихово достизање, као и добијени оригинални резултати.

Глава 1 представља кратак преглед неопходних делова Риманове геометрије који се користе у овој дисертацији.

У Глави 2 уводи се разлика између унутрашњих и спољашњих величина подмногострукости у датој Римановој многострукости. Централни део Главе 2 заузимају Дешчове симетрије Винтгенових идеалних подмногострукости. Овде су дати оригинални резултати у којима су описани услови под којима је Винтгенова идеална подмногострукост  $M^n$  ( $n \geq 4$ ) у реалној просторној форми  $M^{n+m}(c)$  Дешч симетрична, а такође и када је Дешч-Ричи симетрична. Осим тога, показано је да Винтгенова идеална подмногострукост има псевдосиметричан Вејлов конформни тензор  $C$ . Један део Главе 2 бави се и Винтгеновим идеалним подмногострукостима које су Ротерови простори. Показано је да је Винтгенова идеална подмногострукост  $M^n$  у реалној просторној форми Дешч симетрична ако и само ако је  $M^n$  Ротеров простор. Такође је показано да се главни правци спољашњег Казоратијевог опратора поклапају са главним правцима унутрашњег Ричијевог опратора на Винтгеновим идеалним подмногострукостима  $M^n$  у  $M^{n+m}(c)$ .

У Глави 3 проучавају се уопштене Винтгенове подмногострукости. Уведен је појам Хермитске метрике, помоћу које су дефинисане Хермитске многострукости, а после тога и Келерове многострукости. Осим тога, дефинисане су и Сасакијеве просторне форме, као и Лежандрове многострукости и Винтгенове идеалне Лежандрове подмногострукости  $M^n$  у Сасакијевој просторној форми  $M^{2n+1}(c)$ . У овој глави дати су и оригинални резултати који се односе на услове да Винтгенова идеална Лежандрова подмногострукост  $M^n$  у Сасакијевој просторној форми  $M^{2n+1}(c)$  буде Дешч симетрична. Такође је показано да се и код ових подмногострукости Казоратијеви и Ричијеви главни правци подударају, као и да су Винтгенове идеалне Лежандрове подмногострукости  $M^n$  у Сасакијевим просторним формама  $M^{2n+1}(c)$  Дешч симетричне ако и само ако представљају Ротерове просторе.

## 2. Значај и допринос докторске дисертације

Дисертација садржи оригинални допринос аутора у Главама 2 и 3. У Глави 2 оригинални резултати су: описани су услови под којима је Винтгенова идеална подмногострукост  $M^n$  ( $n \geq 4$ ) у реалној просторној форми  $M^{n+m}(c)$  Дешч симетрична, а такође и када је Дешч-Ричи симетрична; показано је да Винтгенова идеална подмногострукост има псевдосиметричан Вејлов конформни тензор; показано је да је Винтгенова идеална подмногострукост  $M^n$  у реалној просторној форми Дешч симетрична ако и само ако је  $M^n$  Ротеров простор; показано је да се главни правци спољашњег Казоратијевог оператора поклапају са главним правцима унутрашњег Ричијевог оператора на Винтгеновим идеалним подмногострукостима  $M^n$  у  $M^{n+m}(c)$ .

У Глави 3 оригинални резултати су: односе на услове да је Винтгенова идеална Лежандрова подмногострукост  $M^n$  у Сасакијевој просторној форми  $M^{2n+1}(c)$  Дешч симетрична; показано је да се и код ових подмногострукости Казоратијеви и Ричијеви главни правци подударају, као и да су Винтгенове идеалне Лежандрове подмногострукости  $M^n$  у Сасакијевим просторним формама  $M^{2n+1}(c)$  Дешч симетричне ако и само ако представљају Ротерове просторе.

## 3. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата

Из онога што је речено у тачкама 2 и 3, јасно је да докторска дисертација кандидата Александра Шебековића садржи оригиналне научне резултате из области *Винтгенова идеална подмногострукост*.

## 4. Преглед остварених резултата кандидата у научној области дисертације

Кандидат Александар Шебековић бави се научним радом у области *Винтгенових идеалних подмногострукости* и до сада има следеће референце везане за докторску дисертацију:

1. A. Šebeković, *Symmetries of Wintgen ideal submanifolds*, Bulletin of the Transilvania University of Brasov, Vol. 15 (50) III-2008, 333-342, ISSN: 2065-2151. M53
2. S. Decu, M. Petrović-Torgašev, A. Šebeković, L. Verstraelen, *On the intrinsic Deszcz symmetries and extrinsic Chen character of Wintgen ideal submanifolds*, Tamkang J. Math Vol. 41, No 2, (2010), 1, 109-116, ISSN: 0049-2930. M52
3. S. Decu, M. Petrović-Torgašev, A. Šebeković, L. Verstraelen, *On the Roter type of Wintgen ideal submanifolds*, Rev. Roumaine Math. Pures Appl., 57 (2012), 1, 75-90, ISSN: 0035-3965. M52
4. S. Decu, M. Petrović-Torgašev, A. Šebeković, L. Verstraelen, *Ricci and Casorati principal directions of Wintgen ideal submanifolds*, Filomat 28. 4 (2014), 657-661, ISSN: 0354-518. IF(2013)=0,753 M21

Научни рад кандидата који није везан за докторску дисертацију:

5. S. Haesen, Šebeković, L. Verstraelen, *Relations between intrinsic and extrinsic curvatures*, Kragujevac J. Math. 25 (2003), 1, 139-145, ISSN: 1450-9628. M51

## 5. Оцена испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Приложена докторска дисертација у погледу обима и квалитета испуњава све захтеве који су постављени пријавом теме докторске дисертације. Циљеви докторске дисертације су испуњени и добијени су очекивани резултати.

## 6. Научни резултати докторске дисертације

Описани су у тачкама 1. и 2., тј. аутор је методолошки кренуо од основних појмова диференцијалне и Риманове геометрије потребних за разумевање Винтгенових идеалних подмногострукости, а затим се у Главама 2 и 3 бавио неким њиховим својствима и даљним генерализацијама.

## 7. Примењивост и корисност резултата у теорији и пракси

Добијени резултати корисни су првенствено у даљњем изучавању теорије Винтгенових идеалних подмногострукости и њеним даљњим уопштавањима, а затим и у неким аспектима теорије подмногострукости.

## 8. Начин презентовања резултата научној јавности

Део резултата из докторске дисертације је презентован научној јавности излагањем на научним семинарима *Колоквијум математике Моравице* на Техничком факултету у Чачку, биће представљен на међународној конференцији *XIX Geometrical Seminar, August 28 - September 4, Zlatibor*.

## ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

Из изложених података Комисија закључује да кандидат Александар Шебековић испуњава све суштинске и формалне услове за одбрану докторске дисертације.

Због тога Комисија предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у Крагујевцу и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу да позитивно оцени урађену докторску дисертацију кандидата Александра Шебековића, под насловом *”Унутрашње и спољашње симетрије у Римановој геометрији”* и одобри њену јавну одбрану.

У Београду,

КОМИСИЈА

28. јуна 2016.

проф. др Зоран Ракић, редовни професор  
Математичког факултета Универзитета у Београду  
ужа научна област Геометрија

проф. др Мирјана Ђорић, редовни професор  
Математичког факултета Универзитета у Београду  
ужа научна област Геометрија

проф. др Емилија Нешовић, ванредни професор  
Природно-математичког факултета у Крагујевцу  
ужа научна област Геометрија