

## ОБРАЗАЦ 6

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ  
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ  
и  
ВЕЋУ ЗА ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ  
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

На седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 18.9.2024. године (број одлуке: IV-01-641/12) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом: „Contributions to the theory of shift-invariant spaces”, кандидата Александра Аксентијевића, студента докторских академских студија математике, за коју је именован ментор др Сузана Алексић, ванредни професор Универзитет у Крагујевцу, и коментор академик Стеван Пилиповић, професор емеритус Универзитет у Новом Саду.

На основу података којима располажемо достављамо следећи:

ИЗВЕШТАЈ  
О ОЦЕНИ УРАЂЕНЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

1. Подаци о докторској дисертацији	
1.1. Наслов докторске дисертације: „Contributions to the theory of shift-invariant spaces”	
1.2. Опис докторске дисертације (навести кратак садржај са назнаком броја страница, поглавља, слика, шема, графика, једначина и референци) (до 500 карактера): Тема дисертације су трансляционо-инваријантни потпростори простора Собольева. Дисертација је писана на енглеском језику и састоји се од предвора, апстракта на енглеском и српском језику, садржаја, текста дисертације коју чини 6 глава на 102 стране и литературе која садржи 77 ставки. Дисертација садржи и 4 слике, биографију кандидата, као и изјаве о оригиналности дисертације, истоветности штампане и електронске верзије, и искоришћавању дисертације. Дисертација је урађена по правилима Докторске школе математике и правилима Универзитета у Крагујевцу о изгледу и облику.	
1.3. Опис предмета истраживања (до 500 карактера): Предмет истраживања је карактеризација трансляционо-инваријантних потпростора у просторима Собольева користећи функцију опсега, оператор опсега и оператор који комутира са трансляцијама. Такође су карактерисани оквири, Рисове и Беселове фамилије помоћу Грамових и дуалних Грамових матрица. Посматран је проблем диманичког узорковања у посматраним	

просторима и њихов опис помоћу таласног фронта. Одређени су услови који обезбеђују егзистенцију производа елемената посматраних простора, као и довољни да такав производ припада неком трансационо-инваријантном простору.

#### 1.4. Анализа испуњености полазних хипотеза:

Основна хипотеза дисертације да се трансационо-инваријантни потпростори простора Собољева могу анализирати преласком на одговарајуће потпросторе тежинских низова је доказана. Хипотезе да се таласним фронтом могу описати елементи посматраних простора и одредити услови за постојање производа елемената тих простора (ако су таласни фронтови у „добром положају”) су испуњене. Доказана су и остала тврђеља наведена у пријави теме.

#### 1.5. Анализа примењених метода истраживања:

Тема дисертације спада у широку област математичке анализе која обухвата велики број математичких дисциплина. У истраживању је коришћен мултидисциплинарни приступ у којем су комбиноване методе истраживања хармонијске анализе, функционалне анализе и теорије оператора. Посебно, коришћене су технике микролокалне и временско-фреквенцијске анализе.

#### 1.6. Анализа испуњености циља истраживања:

Остварени су основни циљеви истраживања, односно доказано је да се увођењем нових пресликања може реализовати детаљна анализа трансационо-инваријантних потпростори простора Собољева, као и да се под одређеним условима могу повезати различити приступи трансационо-инваријантним просторима. Поред основних циљева реализовани су и остали циљеви наведени у пријави теме.

#### 1.7. Анализа добијених резултата истраживања и списак објављених научних радова кандидата из докторске дисертације (аутори, наслов рада, назив часописа, волумен, година објављивања, странице од-до, DOI број<sup>1</sup>, категорија):

Докторска дисертација представља оригиналан резултат рада аутора у области функционалне анализе, теорије оператора и хармонијске анализе, а специјално у области микролокалне анализе и уопштених функција.

Најпре је уведен нови помоћни простор и пресликање којим се сваком елементу простора Собољева додељује елемент тог уведеног простора. Потом су уведена нова пресликања (функција опсега, оператор опсега, ...) и одговарајуће Грамове матрице уз помоћ којих је урађена карактеризација посматраних простора. Затим је урађена карактеризација посматраних простора користећи Фуријеову трансформацију и повезана су два приступа трансационо-инваријантним просторима. Уз помоћ уведених пресликања и добијених веза између њих решен је проблем динамичког узорковања за посматране просторе. Последњих година проблем динамичког узорковања привлачи велику пажњу математичара, о чему говори велики број објављених резултата. Таласни фронт, који се такође интензивно користи у теоријској и примењеној математици, коришћен је у опису елемената трансационо-инваријантних простора и услова егзистенције производа тих елемената. Штавише, доказано је да посматрани производ припада одређеном трансационо-инваријантном простору ако су таласни фронтови чинилаца у одговарајућем положају.

Оригинални резултати кандидата Александра Аксентијевића који чине ову дисертацију су формулисани у три научна рада написана са ментором Сузаном Алексић и коментором Стеваном Пилиповићем. Један објављен рад је категорије М23, један рад прихваћен је за објављивање у

<sup>1</sup> Уколико публикација нема DOI број уписати ISSN и ISBN

часопису категорије M22 и један рад ће бити објављен као поглавље у монографији/тематском зборнику реномираног издавача M14.

1. A. Aksentijević, S. Aleksić and S. Pilipović, *The structure of shift-invariant subspaces of Sobolev spaces*, Theor Math Phys, vol. 218(2), 2024, 177–191, DOI: 10.1134/S0040577924020016 (ISSN 0040-5779, M23, IF2023=1.0, Category: Physics, Mathematical)
2. A. Aksentijević, S. Aleksić and S. Pilipović, *On the product of periodic distributions. Product in shift-invariant spaces*, Filomat, vol. 38(23), 2024, pages 11 (to appear) (ISSN 0354-5180, M22, IF2023=0.8, Category: Mathematics)
3. A. Aksentijević, S. Aleksić and S. Pilipović, *Shift-invariant subspaces of Sobolev spaces and shift-preserving operators*, Analysis, Approximation, Optimization: Computation and Applications - In Honor of Gradimir V. Milovanović on the Occasion of his 75th Anniversary (will be published as a part of the Springer Optimization and its Applications series), pages 29 (book series ISSN 1931-6828, M14)

Резултате дисертације кандидат је представио на више међународних конференција:

- Conference TIFREFUS, April 11 - 13 , 2022, Novi Sad, Serbia (A. Aksentijević, S. Pilipović and S. Aleksić „*The structure of weighted shift-invariant space  $L^2_{\mu_s}(R^n)$* “. Book of Abstracts, p. 1).
- The Second Congress of Young Mathematicians, KMMNS2, Sep. 29 - Oct. 1, 2022, Novi Sad, Serbia (A. Aksentijević „*The structure of shift-invariant subspaces of Sobolev spaces*“, Book of Abstracts, p. 2).
- The 15th Serbian Mathematical Congress, 15.SMAK, June 19 - 22, 2024, Belgrade, Serbia (A. Aksentijević, S. Aleksić and S. Pilipović „*Shift-invariant subspaces of Sobolev spaces and wave fronts*“, Book of Abstracts, p. 31, ISBN 978-86-7589-191-8).

Резултати дисертације су представљени и на конференцијама:

- CPMMI, June 6 - 8, 2022, Novi Pazar, Serbia.
- ATA, June 29 - July 2, 2022, Vrnjačka Banja, Serbia.
- HASOP, April 19 - 21, 2023, Novi Sad, Serbia.
- AAA, June 21 - 24, 2023, Vrnjačka Banja, Serbia.
- CPMMI, June 2 - 4, 2024, Novi Pazar, Serbia.
- 9ECM, July 15 - 19, 2024, Seville, Spain.

1.8. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области и анализа извештаја о провери докторске дисертације на плагијаризам (до 1000 карактера):

На основу увида у постојећа научна истраживања из области функционалне анализе, посебно хармонијске анализе и микролокалне анализе, Комисија сматра да је докторска дисертација под насловом „Contributions to the theory of shift-invariant spaces”, кандидата Александра Аксентијевића резултат оригиналног научног рада. Посебно, теоријски резултати садржани у дисертацији нису били предмет досадашњих истраживања и представљају значајан допринос теорији транслационо-инваријантних простора.

Приликом провере на плагијаризам утврђено је само 3% преклапања у 3 извора. Први извор преклапања су објављени разултати кандидата, друга два извора (нешто мање од 2%) чине делови литературе који су већ негде цитирани и делови често коришћених дефиниција и тврђења из области функционалне и хармонијске анализе. Сви коришћени извори су наведени у дисертацији, уз поштовање академских правила цитирања.

**1.9. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области:**

Ова докторска дисертација се бави проучавањем трансляционо-инваријантних потпростора простора Собольева. Трансляционо-инваријатни простори се последњих деценија интензивно проучавају јер имају велику примену. Предност трансляционо-инваријантних простора огледа се у томе што се задржава једноставност и структура простора, и стога су флексибилнији за анализу реалних података. Користе се у методи коначних елемената, теорији апроксимација, за конструкцију мултирезолуцијских апроксимација, просторима сигнала и слика, теорији таласа и тд. Са друге стране, проучавање простора Собольева је од великог значаја за теорију парцијалних диференцијалних једначина.

Резултати дисертације се надовезују на већ познате резултате Марсена Бовника и других математичара. Наиме, користећи приступ који је Бовник применио у проучавању трансляционо-инваријантних потпростора простора мерљивих квадратно интеграбилних функција, кандидат у дисертацији адаптира тај приступ на просторе Собольева и врши карактеризацију простора. Један од битнијих резултата те карактеризације је и доказано тврђење да се сваки трансляционо-инваријантан потпростор простора Собольева (чак и бесконачно димензионалан) може разложити на ортогоналан збир трансляционо-инваријантних простора који су генерисани једном функцијом. У дисертацији је извршена и карактеризација оквира у посматраним просторима. Теорија оквира припада временско-фреквенцијској анализи, грани савремене математике која је доживела нагли развој у последњих десетак година. Томе је у значајној мери допринело широко поље примене оквира, пре свега у анализи и обради сигнала. Дисертација представља комплементарни допринос истраживањима трансляционо-инваријантних простора којима се се бавили бројни математичари у последњим деценијама.

Позната је чињеница да производ две дистрибуције у општем случају не постоји. Наиме, за разлику од функција које су дефинисане у свакој тачки посебно, дистрибуције су дефинисане у околини тачке, а вредност дистрибуције у тачки није дефинисана у општем случају. Математичари се баве питањем производа дистрибуција, јер су бројни проблеми у физици, на пример у квантној теорији поља, везани за (не)могућност дефинисања производа произвољних елемената простора дистрибуција. У овој дисертацији су одређени услови за постојање производа у случају када се посматрају елементи трансляционо-инваријантних потпростора простора Собольева, што представља још један допринос дисертације.

Даљи значај и допринос ове дисертације се огледа у томе што је решен проблем динамичког узорковања за посматране просторе. Динамичко узорковање се заправо бави проблемом реконструкције сигнала из његових узорака.

**1.10. Оцена испуњености услова за одбрану докторске дисертације у складу са студијским програмом, општим актом факултета и општим актом Универзитета (до 1000 карактера):**

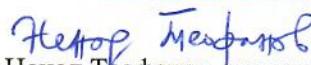
Кандидат је положио све испите и истраживачке радове предвиђене планом и програмом, има објављен један рад са SCI листе категорије M23, један прихваћен рад у часопису са SCI листе категорије M22, и прихваћен рад, поглавље у монографијиrenomираниог издавача категорије M14. Резултати дисертације су представљени на више међународних конференција и на више конференција националног значаја.

На основу свега наведеног закључујемо да кандидат Александар Аксентијевић испуњава све услове за одбрану докторске дисертације предвиђене планом и програмом Докторске школе математике, општим актима Докторских академских студија на Природно-математичком факултету у Крагујевцу, и општим актима Универзитета у Крагујевцу.

## 2. ЗАКЉУЧАК

На основу анализе докторске дисертације и приложене документације Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом „Contributions to the theory of shift-invariant spaces”, кандидата Александра Аксентијевића, предлаже надлежним стручним органима да се докторска дисертација прихвати и да се одобри њена одбрана.

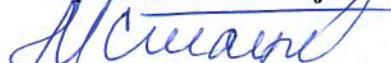
### Чланови комисије:

  
др Ненад Теофанов, редовни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у  
Новом Саду

Анализа и вероватноћа

### Председник комисије

  
др Марија Станић, редовни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у  
Крагујевцу

Математичка анализа са применама

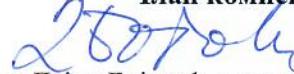
### Члан комисије

  
др Драган Ђорђевић, редовни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у  
Нишу

Математичка анализа

### Члан комисије

  
др Дејан Бојовић, ванредни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у  
Крагујевцу

Математичка анализа са применама

### Члан комисије

  
др Сњежана Максимовић, ванредни професор

Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет,  
Универзитет у Бањој Луци

Математичка анализа и примјене

### Члан комисије



Већу катедре Института за математику и информатику

Наставно-научном већу Природно-математичког факултета  
у Крагујевцу

**Предмет:** Мишљење руководиоца ДАС Математике о Извештају Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом „Contributions to the theory of shift-invariant spaces” кандидата Александра Аксентијевића под менторством проф. др Сузане Алексић, ванредног професора и коменторством академика Стевана Пилиповића, професора емеритуса

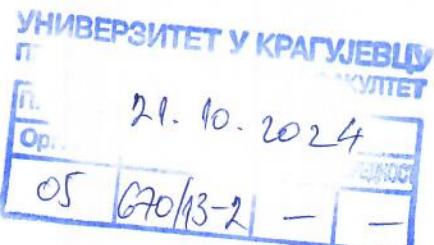
На основу увида у садржај Извештаја о оцени докторске дисертације под насловом „Contributions to the theory of shift-invariant spaces” кандидата Александра Аксентијевића који је написала Комисија у саставу:

1. др Ненад Теофанов, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, председник Комисије
2. др Марија Станић, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу, ужа научна област: Математичка анализа са применама, члан Комисије
3. др Дејан Ђорђевић, ванредни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу, ужа научна област: Математичка анализа са применама, члан Комисије,
4. др Драган Ђорђевић, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу, ужа научна област Математичка анализа, члан Комисије
5. др Сњежана Максимовић, ванредни професор, Архитектонско-грађевинско геодетски факултет, Универзитет у Бања Луци, ужа научна област Математичка анализа и примјене, члан Комисије,

дајем **позитивно мишљење** на садржај Извештаја.

У Крагујевцу,  
04.10.2024. године

Руководилац ДАС Математике



Emiliija Neshovik

проф. др Емилија Нешовић

Централа: 034 336 223 Деканат: 034 335 039 • Секретар: 034 300 245 • Студентска служба: 034 300 260 • Факс:  
034 335 040

Phone: +381 34 336 223 • Dean's office +381 34 335 039 • Secretary Office +381 34 300 245

Administrative student office +381 34 300 260 • Fax +381 34 335 040

# УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ

## НАЗИВ ФАКУЛТЕТА

### ОЦЕНА МЕНТОРА О ИЗВЕШТАЈУ О ПРОВЕРИ ОРИГИНАЛНОСТИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ ОДНОСНО ДОКТОРСКОГ УМЕТНИЧКОГ ПРОЈЕКТА

НАЗИВ ДИСЕРТАЦИЈЕ	Contributions to the theory of shift-invariant spaces
Кандидат	Александар Аксентијевић
Ментор	Сузана Алексић
Датум пријема потпуног извештаја о провери оригиналности докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта	22.08.2024.

Оцена извештаја о провери оригиналности докторске дисертације односно докторског уметничког пројекта, мора да садржи:

- тврђење да је докторска дисертација односно докторски уметнички пројекат оригиналан, тј. да представља резултат рада докторанда,
- тврђење да су поштована академска правила цитирања, навођења извора и сл.;
- образложение подударања текста која нису последица цитата, личних имена, библиографских података о коришћеној литератури, тзв. општих места и података, као и претходно публикованих резултата докторандових истраживања, који су проистекли из његове докторске дисертације односно докторског уметничког пројекта (ако су исти цитирани);

Оцена извештаја о провери докторске дисертације мора се заснивати на укупности релевантних критеријума, као што су повезаност, смисао и значај делова текста код којих је утврђено подударање;

Оцена извештаја о провери докторске дисертације односно докторског уметничког пројекта мора на завршетку да садржи исказ:

- извештај указује на оригиналност докторске дисертације односно докторског уметничког пројекта, те се прописани поступак припреме за одбрану може наставити (позитивна оцена), или
- извештај указује да докторска дисертација односно докторски уметнички пројекат има мањкавости у погледу оригиналности, те није могуће наставити прописани поступак одбране (негативна оцена).

Датум 09.09.2024.

ПОТПИС МЕНТОРА

Сузана Алексић