

ОБРАЗАЦ 6

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ПРЕДМЕТ:	21.10.2024
Срп. јез.	
05 670/13-S	- -

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ
и
ВЕЋУ ЗА ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

На седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 18.9.2024. године (број одлуке: IV-01-641/12) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом: „Contributions to the theory of shift-invariant spaces”, кандидата Александра Аксентијевића, студента докторских академских студија математике, за коју је именован ментор др Сузана Алексић, ванредни професор Универзитет у Крагујевцу, и коментор академик Стеван Пилиповић, професор емеритус Универзитет у Новом Саду.

На основу података којима располажемо достављамо следећи:

ИЗВЕШТАЈ
О ОЦЕНИ УРАЂЕНЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

1. Подаци о докторској дисертацији
1.1. Наслов докторске дисертације:
„Contributions to the theory of shift-invariant spaces”
1.2. Опис докторске дисертације (навести кратак садржај са назнаком броја страница, поглавља, слика, шема, графикона, једначина и референци) (до 500 карактера):
Тема дисертације су транслационо-инваријантни потпростори простора Соболјева. Дисертација је писана на енглеском језику и састоји се од предговора, апстракта на енглеском и српском језику, садржаја, текста дисертације коју чини 6 глава на 102 стране и литературе која садржи 77 ставки. Дисертација садржи и 4 слике, биографију кандидата, као и изјаве о оригиналности дисертације, истоветности штампане и електронске верзије, и искоришћавању дисертације. Дисертација је урађена по правилима Докторске школе математике и правилима Универзитета у Крагујевцу о изгледу и облику.
1.3. Опис предмета истраживања (до 500 карактера):
Предмет истраживања је карактеризација транслационо-инваријантних потпростора у просторима Соболјева користећи функцију опсега, оператор опсега и оператор који комутира са транслацијама. Такође су карактерисани оквири, Рисове и Беселове фамилије помоћу Грамових и дуалних Грамових матрица. Посматран је проблем диманичког узорковања у посматраним

просторима и њихов опис помоћу таласног фронта. Одређени су услови који обезбеђују егзистенцију производа елемената посматраних простора, као и довољни да такав производ припада неком трансляционо-инваријантном простору.

1.4. Анализа испуњености полазних хипотеза:

Основна хипотеза дисертације да се трансляционо-инваријантни потпростори простора Собољева могу анализирати преласком на одговарајуће потпросторе тежинских низова је доказана. Хипотезе да се таласним фронтом могу описати елементи посматраних простора и одредити услови за постојање производа елемената тих простора (ако су таласни фронтови у „добром положају“) су испуњене. Доказана су и остала тврђења наведена у пријави теме.

1.5. Анализа примењених метода истраживања:

Тема дисертације спада у широку област математичке анализе која обухвата велики број математичких дисциплина. У истраживању је коришћен мултидисциплинарни приступ у којем су комбиноване методе истраживања хармонијске анализе, функционалне анализе и теорије оператора. Посебно, коришћене су технике микролокалне и временско-фреквенцијске анализе.

1.6. Анализа испуњености циља истраживања:

Остварени су основни циљеви истраживања, односно доказано је да се увођењем нових пресликавања може реализовати детаљна анализа трансляционо-инваријантних потпростора простора Собољева, као и да се под одређеним условима могу повезати различити приступи трансляционо-инваријантним просторима. Поред основних циљева реализовани су и остали циљеви наведени у пријави теме.

1.7. Анализа добијених резултата истраживања и списак објављених научних радова кандидата из докторске дисертације (аутори, наслов рада, назив часописа, волумен, година објављивања, странице од-до, DOI број¹, категорија):

Докторска дисертација представља оригиналан резултат рада аутора у области функционалне анализе, теорије оператора и хармонијске анализе, а специјално у области микролокалне анализе и уопштених функција.

Најпре је уведен нови помоћни простор и пресликавање којим се сваком елементу простора Собољева додељује елемент тог уведеног простора. Потом су уведена нова пресликавања (функција опсега, оператор опсега, ...) и одговарајуће Грамове матрице уз помоћ којих је урађена карактеризација посматраних простора. Затим је урађена карактеризација посматраних простора користећи Фуријеову трансформацију и повезана су два приступа трансляционо-инваријантним просторима. Уз помоћ уведених пресликавања и добијених веза између њих решен је проблем динамичког узорковања за посматране просторе. Последњих година проблем динамичког узорковања привлачи велику пажњу математичара, о чему говори велики број објављених резултата. Таласни фронт, који се такође интензивно користи у теоријској и примењеној математици, коришћен је у опису елемената трансляционо-инваријантних простора и услова егзистенције производа тих елемената. Штавише, доказано је да посматрани производ припада одређеном трансляционо-инваријантном простору ако су таласни фронтови чинилаца у одговарајућем положају.

Оригинални резултати кандидата Александра Аксентијевића који чине ову дисертацију су формулисани у три научна рада написана са ментором Сузаном Алексић и коментором Стеваном Пилиповићем. Један објављен рад је категорије M23, један рад прихваћен је за објављивање у

¹ Уколико публикација нема DOI број уписати ISSN и ISBN

часопису категорије M22 и један рад ће бити објављен као поглавље у монографији/тематском зборнику реномираног издавача M14.

1. **A. Aksentijević, S. Aleksić and S. Pilipović, *The structure of shift-invariant subspaces of Sobolev spaces*, Theor Math Phys, vol. 218(2), 2024, 177–191, DOI: 10.1134/S0040577924020016 (ISSN 0040-5779, M23, IF2023=1.0, Category: Physics, Mathematical)**
2. **A. Aksentijević, S. Aleksić and S. Pilipović, *On the product of periodic distributions. Product in shift-invariant spaces*, Filomat, vol. 38(23), 2024, pages 11 (to appear) (ISSN 0354-5180, M22, IF2023=0.8, Category: Mathematics)**
3. **A. Aksentijević, S. Aleksić and S. Pilipović, *Shift-invariant subspaces of Sobolev spaces and shift-preserving operators*, Analysis, Approximation, Optimization: Computation and Applications - In Honor of Gradimir V. Milovanović on the Occasion of his 75th Anniversary (will be published as a part of the Springer Optimization and its Applications series), pages 29 (book series ISSN 1931-6828, M14)**

Резултате дисертације кандидат је представио на више међународних конференција:

- Conference TIFREFUS, April 11 - 13, 2022, Novi Sad, Serbia (A. Aksentijević, S. Pilipović and S. Aleksić „*The structure of weighted shift-invariant space $L^2_{\mu_s}(R^n)$* “. Book of Abstracts, p. 1).
- The Second Congress of Young Mathematicians, KMMNS2, Sep. 29 - Oct. 1, 2022, Novi Sad, Serbia (A. Aksentijević „*The structure of shift-invariant subspaces of Sobolev spaces*“, Book of Abstracts, p. 2).
- The 15th Serbian Mathematical Congress, 15.SMAK, June 19 - 22, 2024, Belgrade, Serbia (A. Aksentijević, S. Aleksić and S. Pilipović „*Shift-invariant subspaces of Sobolev spaces and wave fronts*“, Book of Abstracts, p. 31, ISBN 978-86-7589-191-8).

Резултати дисертације су представљени и на конференцијама:

- CPMMI, June 6 - 8, 2022, Novi Pazar, Serbia.
- ATA, June 29 - July 2, 2022, Vrnjačka Banja, Serbia.
- HASOP, April 19 - 21, 2023, Novi Sad, Serbia.
- AAA, June 21 - 24, 2023, Vrnjačka Banja, Serbia.
- CPMMI, June 2 - 4, 2024, Novi Pazar, Serbia.
- 9ECM, July 15 - 19, 2024, Seville, Spain.

1.8. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области и анализа извештаја о провери докторске дисертације на плагијаризам (до 1000 карактера):

На основу увида у постојећа научна истраживања из области функционалне анализе, посебно хармонијске анализе и микролокалне анализе, Комисија сматра да је докторска дисертација под насловом „Contributions to the theory of shift-invariant spaces“, кандидата Александра Аксентијевића резултат оригиналног научног рада. Посебно, теоријски резултати садржани у дисертацији нису били предмет досадашњих истраживања и представљају значајан допринос теорији трансляционо-инваријантних простора.

Приликом провере на плагијаризам утврђено је само 3% преклапања у 3 извора. Први извор преклапања су објављени резултати кандидата, друга два извора (нешто мање од 2%) чине делови литературе који су већ негде цитирани и делови често коришћених дефиниција и тврђења из области функционалне и хармонијске анализе. Сви коришћени извори су наведени у дисертацији, уз поштовање академских правила цитирања.

1.9. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области:

Ова докторска дисертација се бави проучавањем транслагационо-инваријантних потпростора простора Собољева. Транслагационо-инваријантни простори се последњих деценија интензивно проучавају јер имају велику примену. Предност транслагационо-инваријантних простора огледа се у томе што се задржава једноставност и структура простора, и стога су флексибилнији за анализу реалних података. Користе се у методи коначних елемената, теорији апроксимација, за конструкцију мултирезолуцијских апроксимација, просторима сигнала и слика, теорији таласа и тд. Са друге стране, проучавање простора Собољева је од великог значаја за теорију парцијалних диференцијалних једначина.

Резултати дисертације се надовезују на већ познате резултате Марсена Бовника и других математичара. Наиме, користећи приступ који је Бовник применио у проучавању транслагационо-инваријантних потпростора простора мерљивих квадратно интегралних функција, кандидат у дисертацији адаптира тај приступ на просторе Собољева и врши карактеризацију простора. Један од битнијих резултата те карактеризације је и доказано тврђење да се сваки транслагационо-инваријантан потпростор простора Собољева (чак и бесконачно димензионалан) може разложити на ортогоналан збир транслагационо-инваријантних простора који су генерисани једном функцијом. У дисертацији је извршена и карактеризација оквира у посматраним просторима. Теорија оквира припада временско-фреквенцијској анализи, грани савремене математике која је доживела нагли развој у последњих двадесетак година. Томе је у значајној мери допринело широко поље примене оквира, пре свега у анализи и обради сигнала. Дисертација представља комплементарни допринос истраживањима транслагационо-инваријантних простора којима се се бавили бројни математичари у последњим деценијама.

Позната је чињеница да производ две дистрибуције у општем случају не постоји. Наиме, за разлику од функција које су дефинисане у свакој тачки посебно, дистрибуције су дефинисане у околини тачке, а вредност дистрибуције у тачки није дефинисана у општем случају. Математичари се баве питањем производа дистрибуција, јер су бројни проблеми у физици, на пример у квантној теорији поља, везани за (не)могућност дефинисања производа произвољних елемената простора дистрибуција. У овој дисертацији су одређени услови за постојање производа у случају када се посматрају елементи транслагационо-инваријантних потпростора простора Собољева, што представља још један допринос дисертације.

Даљи значај и допринос ове дисертације се огледа у томе што је решен проблем динамичког узорковања за посматране просторе. Динамичко узорковање се заправо бави проблемом реконструкције сигнала из његових узорака.

1.10. Оцена испуњености услова за одбрану докторске дисертације у складу са студијским програмом, општим актом факултета и општим актом Универзитета (до 1000 карактера):

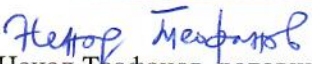
Кандидат је положио све испите и истраживачке радове предвиђене планом и програмом, има објављен један рад са SCI листе категорије M23, један прихваћен рад у часопису са SCI листе категорије M22, и прихваћен рад, поглавље у монографији реномираног издавача категорије M14. Резултати дисертације су представљени на више међународних конференција и на више конференција националног значаја.

На основу свега наведеног закључујемо да кандидат Александар Аксентијевић испуњава све услове за одбрану докторске дисертације предвиђене планом и програмом Докторске школе математике, општим актима Докторских академских студија на Природно-математичком факултету у Крагујевцу, и општим актима Универзитета у Крагујевцу.

2. ЗАКЉУЧАК

На основу анализе докторске дисертације и приложене документације Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом „Contributions to the theory of shift-invariant spaces”, кандидата **Александра Аксентијевића**, предлаже надлежним стручним органима да се докторска дисертација прихвати и да се одобри њена одбрана.

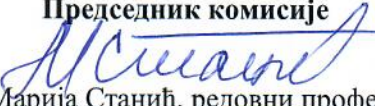
Чланови комисије:


др Ненад Теофанов, редовни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у
Новом Саду

Анализа и вероватноћа

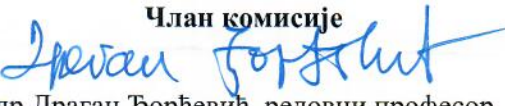
Председник комисије


др Марија Станић, редовни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у
Крагујевцу

Математичка анализа са применама

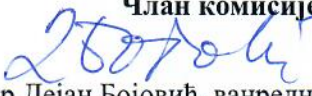
Члан комисије


др Драган Ђорђевић, редовни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у
Нишу

Математичка анализа

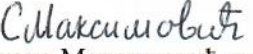
Члан комисије


др Дејан Бојовић, ванредни професор

Природно-математички факултет, Универзитет у
Крагујевцу

Математичка анализа са применама

Члан комисије


др Сњежана Максимовић, ванредни професор

Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет,
Универзитет у Бањој Луци

Математичка анализа и примјене

Члан комисије



Већу катедре Института за математику и информатику

Наставно-научном већу Природно-математичког факултета
у Крагујевцу

Предмет: Мишљење руководиоца ДАС Математике о Извештају Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под насловом „**Contributions to the theory of shift-invariant spaces**” кандидата Александра Аксентијевића под менторством проф. др Сузанае Алексић, ванредног професора и коменторством академика Стевана Пилиповића, професора емеритуса

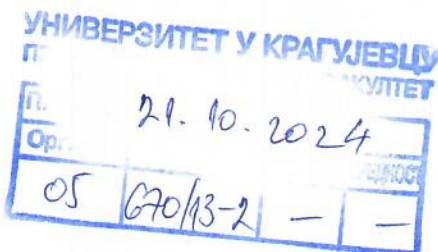
На основу увида у садржај Извештаја о оцени докторске дисертације под насловом „**Contributions to the theory of shift-invariant spaces**” кандидата Александра Аксентијевића који је написала Комисија у саставу:

1. др Ненад Теофанов, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, ужа научна област: Анализа и вероватноћа, председник Комисије
2. др Марија Станић, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу, ужа научна област: Математичка анализа са применама, члан Комисије
3. др Дејан Бојовић, ванредни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу, ужа научна област: Математичка анализа са применама, члан Комисије,
4. др Драган Ђорђевић, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу, ужа научна област Математичка анализа, члан Комисије
5. др Снежана Максимовић, ванредни професор, Архитектонско-грађевинско геодетски факултет, Универзитет у Бања Луци, ужа научна област Математичка анализа и примјене, члан Комисије,

дајем **позитивно мишљење** на садржај Извештаја.

У Крагујевцу,
04.10.2024. године

Руководилац ДАС Математике



Емилија Нешовић

проф. др Емилија Нешовић

НАЗИВ ФАКУЛТЕТА

ОЦЕНА МЕНТОРА О ИЗВЕШТАЈУ О ПРОВЕРИ ОРИГИНАЛНОСТИ ДОКТОРСКЕ
ДИСЕРТАЦИЈЕ ОДНОСНО ДОКТОРСКОГ УМЕТНИЧКОГ ПРОЈЕКТА

НАЗИВ ДИСЕРТАЦИЈЕ	Contributions to the theory of shift-invariant spaces	
Кандидат	Александар Аксентијевић	
Ментор	Сузана Алексић	
Датум пријема потпуног извештаја о провери оригиналности докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта	22.08.2024.	

Докторска дисертација кандидата Аксентијевић Александра под називом „Contributions to the theory of shift-invariant spaces“ представља оригинални рад докторанда у области функционалне анализе. При писању дисертације поштована су академска правила цитирања и наведени су релевантни извори. У извештају о провери на плагијаризам, утврђено је 3% поклапања у три извора. Извор [1], у коме је утврђено 1% преклапања, је један од објављених научних радова кандидата из којих је проистекла дисертација. Извори [2] и [3], у којима је утврђено по 1% преклапања, се односе на уводне дефиниције и појмове који су били полазна основа за писање дисертације.

Извештај о провери оригиналности докторске дисертације „Contributions to the theory of shift-invariant spaces“ указује да је докторска дисертација кандидата Аксентијевић Александра оригинална. Самим тим, прописани поступак припреме за одбрану се може наставити.

Датум 09.09.2024.

ПОТПИС МЕНТОРА



Сузана Алексић