

Институт је сагласан.  
Сифата Јелић

## Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке

Универзитета у Крагујевцу

19. 10. 2018

05 750/17 - -

На седници Наставно-научног већа Природно-математичког факултета у Крагујевцу одржаној 29.08.2018. године (број одлуке 520/XIII-2) предложени смо, а на седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 12.09.2018. године (број одлуке IV-01-653/13) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације под називом „**Неке особине резолвентне и Рандићеве енергије графа**”, кандидата **Емира Зогића** (ментор докторске дисертације је др **Бојана Боровићанин**, доцент Природно-математичког факултета у Крагујевцу, ужа научна област Математика; УДК: 51).

На основу приложене документације, као и личног увида у рад кандидата, подносимо Наставно-научном већу следећи

### ИЗВЕШТАЈ

#### 1. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у научној области

Енергија графа данас представља веома актуелну тему истраживања, како са аспекта математике, тако и других области, а пре свега хемије. Ову графовску инваријанту увео је Иван Гутман у раду из 1978. године, и од тада до данас објављен је велики број радова у којима су разматране математичке и хемијске особине енергије графа. Велики број интересантних и нетривијалних резултата у вези енергије графова мотивисао је истраживаче широм света да дефинишу и разматрају нове врсте енергија засноване на

матрицама различитим од матрице суседства графа, као што су резолвентна и Рандићева енергија. Са математичког аспекта енергије графа, као и њених модификација, од значаја је анализирати следећа три проблема:

1. Одређивање што бОльих граница у којима се налазе вредности различитих типова енергије графа.
2. Налажење екстремалних графова у разним класама графова, где се посебно издвајају класе стабала, уницикличних, бицикличних и трицикличних графова са задатим бројем чворова.
3. Утврђивање међусобне зависности различитих типова енергије графа.

У докторској дисертацији разматрана су различита побољшања постојећих граница и уведене су нове границе у којима се налазе вредности резолвентне и Рандићеве енергије графа. Осим тога, дата је карактеризација графова код којих се достижу минималне и максималне вредности резолвентне енергије у класама свих стабала, уницикличних, бицикличних и трицикличних графова. Успостављена је веза између резолвентне, односно Рандићеве енергије графа, и других, претходно проучаваних врста енергије графа. Такође, разматране су особине и одређене неке горње и доње границе за Лапласову и ненегативну Лапласову резолвентну енергију.

## **2. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области**

Докторска дисертација кандидата Емира Зогића садржи оригиналне научне резултате који нису били предмет ни једног до сада објављеног истраживања.

### **3. Преглед остварних резултата кандидата у одређеној научној области**

Кандидат Емир Зогић је до сада објавио 3 рада са SCI листе, од чега 2 рада у часописима категорије M21a и 1 рад у часопису категорије M22, као и 3 рада у националним часописима, од чега 1 рад у часопису категорије M51 и 2 рада у часопису категорије M52. Осим тога, коаутор је поглавља у монографији националног значаја (категорија M45) и има 7 саопштења на скуповима међународног значаја штампана у изводу (M34), што укупно чини 14 библиографских јединица.

#### **Монографије, посебна поглавља у научним књигама (M45)**

1. I. Gutman, B. Furtula, **E. Zogić**, E. Glogić, *Resolvent energy*, In: *Energies of Graphs - Theory and Applications* (I. Gutman, X. Li, Eds.), Mathematical Chemistry Monographs, MCM17, Univ. Kragujevac, Kragujevac, 2016, pp. 277–290 (ISBN 978-86-6009-033-3).

#### **Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20)**

2. I. Gutman, B. Furtula, **E. Zogić**, E. Glogić, *Resolvent Energy of Graphs*, MATCH Commun. Math. Comput. Chem., 75 (2016), 279-290 (ISSN 0340-6253, IF(2016)=3,139), **M21a**.
3. L. E. Allem, J. Capaverde, V. Trevisan, I. Gutman, **E. Zogić**, E. Glogić, *Resolvent Energy of Unicyclic, Bicyclic and Tricyclic Graphs*, MATCH Commun. Math. Comput. Chem., 77 (2017), 95-104 (ISSN 0340-6253, IF(2016)=3,139), **M21a**.
4. E. Glogić, **E. Zogić**, N. Glišović, *Remarks on the upper bound for the Randić energy of bipartite graphs*, Discrete Appl. Math., 221 (2017) 67-70 (ISSN 0166-218X, IF(2016)=0.956), **M22**.

**Научни радови објављени у научним часописима националног значаја (М50)**

5. E. Zogić, B. Borovićanin, *Some New Bounds on Randić Energy*, Kragujevac J. Math., 43 (3) (2019) 393-398 (ISSN 2406-3045) **M51**.
6. E. Zogić, E. Glogić, *New Bounds for the Resolvent Energy of Graphs*, Scientific Publications of the State University of Novi Pazar, Ser A: Appl. Math. Inform. and Mech. 9 (2) (2017) 187-191 (ISSN 2466-3778) **M52**.
7. E. Zogić, B. Borovićanin, I. Milovanović, E. Milovanović, *On bounds of eigenvalues of Randić vertex-degree-based adjacency matrix*, Scientific Publications of the State University of Novi Pazar, Ser A: Appl. Math. Inform. and Mech. 10 (1) (2018) 33-40 (ISSN 2466-3778) **M52**.

**Саопштења на међународним научним скуповима штампана у изводу (М34)**

8. E. Glogić, E. Zogić, *Comparative analysis of interconnection networks*, Third International Conference CPMMI 2014, CONTEMPORARY PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS, 16th and 17th June 2014, State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia
9. I. Gutman, B. Furtula, E. Zogić, E. Glogić, *Resolvent energy of graphs*, Spectra of graphs and applications 2016, May 18–20, 2016, Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia
10. E. Glogić, E. Zogić, N. Glišović, *Remarks on the upper bound for Randić index of bipartite graphs*, Fourth International Conference CPMMI 2016, CONTEMPORARY PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS, June 19-21, 2016, State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia
11. E. Zogić, *Applications of some analytic inequalities in obtaining bounds for the resolvent energy of graphs*, The 14th Serbian Mathematical Congress (14th SMAK), May 16-19, 2018, Kragujevac, Serbia

12. B. Borovićanin, E. Zogić, *On Randić energy of a graph*, The 14th Serbian Mathematical Congress (14th SMAK), May 16-19, 2018, Kragujevac

13. E. Zogić, B. Borovićanin, E. Milovanović, I. Milovanović, *Randić degree-based energy of graphs*, The 5th International Conference CPMMI 2018, CONTEMPORARY PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS, June 17-19, 2018, State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia

14. B. Borovićanin, E. Zogić, *Some new bounds on Randić energy*, The 5th International Conference CPMMI 2018, CONTEMPORARY PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS, June 17-19, 2018, State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia

#### **4. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему**

Докторска дисертација кандидата Емира Зогића под називом „Неке особине резолвентне и Рандићеве енергије графа” у погледу обима и квалитета испуњава све захтеве који су постављени пријавом теме докторске дисертације. Циљеви дисертације су испуњени и добијени су очекивани резултати. Дисертација је написана на 116 страна, при чему је цитирана литература наведена у оквиру 138 библиографских јединица.

Докторска дисертација се састоји од предговора, пет поглавља и списка коришћене литературе.

У оквиру предговора приказана су општа разматрања и опис проблема истраживања. Изложена је основна идеја, предмет и основни циљеви рада, значај и допринос истраживања. Осим тога, дат је и сажет приказ свих поглавља рада.

У првом поглављу је дат преглед познатих резултата из теорије графова, неопходних за даља разматрања, а посебно резултата који се односе на спектар и енергију графа.

У другом поглављу су изложени основни појмови, дефиниције и познати резултати који се односе на резолвентну и Рандићеву енергију графа. Ово поглавље је подељено на два одељка. У првом одељку је разматрана веза између Рандићеве матрице и Рандићевог индекса, затим су изложене основне особине спектра Рандићеве матрице, као и веза између спектра Рандићеве матрице и спектра матрице суседства. Осим тога, показано је да се Рандићева енергија може посматрати као нормализована Лапласова енергија графа. У другом одељку овог поглавља дата је дефиниција и доказане су најважније особине резолвентне енергије графа. Поред тога, уведене су дефиниције Лапласове резолвентне и ненегативне Лапласове резолвентне енергије.

У трећем поглављу представљене су границе за Рандићеву и резолвентну енергију графа. Ово поглавље је подељено на два одељка. У првом одељку су најпре разматране познате, а затим изложене нове доње и горње границе за Рандићеву енергију, од којих неке представљају побољшања резултата добијених у радовима публикованим током последњих неколико година. У другом одељку овог поглавља изложено је више нових граница за резолвентну енергију графа, до којих је кандидат, у сарадњи са коауторима, дошао током рада на дисертацији. Поједине од ових граница представљају прве границе добијене за ову графовску инваријанту. На крају овог одељка изложене су неке нове границе за Лапласову резолвентну и нененагивну Лапласову резолвентну енергију графа.

У четвртом поглављу је дата карактеризација екстремалних графова у односу на резолвентну енергију у класама стабала, уницикличних, бицикличних и трицикличних графова.

Пето поглавље састоји се од два одељка. У првом од њих је разматрана веза између Рандићеве и Лапласове енергије и класичне енергије графа, док су у другом одељку изложени нови резултати којима се успоставља веза између резолвентне и класичне енергије графа.

На крају дисертације дат је преглед коришћене литературе која се састоји од 138 библиографских јединица.

На основу свега наведеног, Комисија закључује да су у потпуности испуњени очекивани циљеви дисертације, као и да је испоштован оквирни садржај дисертације наведен приликом пријаве теме дисертације.

## **5. Научни резултати докторске дисертације**

Најважнији резултати докторске дисертације кандидата Емира Зогића су следећи:

- испитане су основне особине резолвентне енергије графа;
- побољшана је једна горња и једна доња граница за Рандићеву енергију графа;
- добијене су нове границе за резолвентну, Лапласову резолвентну и ненегативну Лапласову резолвентну енергију графа;
- дата је карактеризација екстремалних графова у односу на резолвентну енергију у класама свих стабала, уницикличних, бицикличних и трицикличних графова;
- одређена је зависност између резолвентне и класичне енергије графа.

## **6. Примењивост и корисност резултата у теорији и пракси**

Резолвентна енергија графа је графовска инваријанта која је уведена недавно (2016. године), те стога представља инваријанту која је веома актуелна са аспекта истраживања њених особина, примене, као и њене повезаности са другим графовским инваријантама. Рандићева енергија се доводи у везу са Рандићевим индексом, графовском инваријантом која има многобројне примене у хемији и математици. С обзиром на то да се Рандићева енергија може посматрати као нормализована Лапласова енергија и имајући у виду Лапласову резолвентну и ненегативну Лапласову резолвентну енергију, отворено је поље ка додатном

истраживању Лапласовог спектра. Добијени научни резултати у овој дисертацији су од користи у спектралној и хемијској теорији графова.

## **7. Начин презентовања резултата научној јавности**

Резултати су презентовани научној јавности кроз радове објављене у међународним и домаћим часописима, као и на међународним конференцијама.

## **ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ**

Из изложених података Комисија закључује:

- кандидат **Емир Зогић** испуњава све суштинске и формалне захтеве који се траже од кандидата за одбрану докторске дисертације
- урађена докторска дисертација је значајна и са теоријског и са практичног становишта у области спектралне и хемијске теорије графова

Комисија предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у Крагујевцу и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу да позитивно оцени урађену докторску дисертацију кандидата **Емира Зогића** под насловом „**Неке особине резолвентне и Рандићеве енергије графа**“ и одобри њену одбрану.

Крагујевац/Ниш, 09.10.2018. год.

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:

Ivan Gutman

др Иван Гутман, професор емеритус,  
**председник Комисије**  
Природно-математички факултет  
Универзитет у Крагујевцу  
Ужа научна област: Физичка хемија

Igor Milovanović

др Игор Миловановић, редовни професор,  
**члан Комисије**  
Електронски факултет  
Универзитет у Нишу  
Ужа научна област: Математика

Marjan Matejić

др Марјан Матејић, доцент,  
**члан Комисије**  
Електронски факултет  
Универзитет у Нишу  
Ужа научна област: Математика