

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
Природно-математички факултет
Одделак за математичке науке

Пријем	12.08.2020
Одлука	Сагласна
Број	05 330/2
Месец	-
Година	-

Истраживања је сагласан.
Сагласна
Миливојевић

Наставно-научном већу Природно - математичког факултета и Већу

за природно - математичке науке Универзитета у Крагујевцу

На седници Наставно-научног већа Природно - математичког факултета у Крагујевцу одржаној 08.07.2020. године (270/XII 1) и на седници Већа за природно - математичке науке одржаној 15.07.2020. године (IV 01 466/17) одређени смо за чланове Комисије за подношење извештаја о оцени научне заснованости теме и испуњености услова кандидата Милице Миливојевић Данас за израду докторске дисертације: "Мешовита метричка димензија графова". На основу приложене документације и познавања рада кандидата, Комисија подноси следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Научни приступ проблему предложеног нацрта докторске дисертације и процена научног доприноса крајњег исхода рада

Полазне основе чине резултати досадашњих истраживања из графовских инваријанти као што су метричка димензија и метричка димензија грана графа. Прво је уведена метричка димензија, тачније дефинисали су је 1975 године *Slater* и 1976 године *Harrary* и *Malter*, независно једни од других. Првобитно је Слатер нашао примену ове инваријанте за јединствено препознавање уљеза у мрежама, док су је други искористили за проблем навигације робота у мрежама, у хемији, као и у препознавању образца и обраде слика.

Како метричка димензија и скуп разрешења даје неку информацију о чворовима графа природно се постављало питање да ли постоји неки параметар или графовска инваријанта, која се на исти начин бави гранама графа. Одговор на ово питање недавно дају Келенц и остали, где су аутори увели метричку димензију грана графа.

Пошто су уведене напред описане графовске инваријанте Келенц и остали (2017) су увели појам мешовите метричке димензије. Они су доказали да је одговарајући проблем у општем случају *NP*-тежак, дали су добре процене граница, као и егзактне вредности за неколико конкретних класа графова.

Предложена тема докторске дисертације припада области дискретне математике и односи се на одређивање особина мешовите метричке димензије помоћу којих се могу лакше одредити доње и горње границе, као и егзактне вредности за неке класе графова. Процена крајњег исхода истраживања кандидата је да ће се одредити нека општа својства и особине мешовите метричке димензије, а то ће се искористити за проналажење погодних граница или налажење тачних вредности за неке класе графова, што је од значаја за развој ове недавно уведене графовске инваријанте, а затим и саме теорије графова.

2. Образложење предмета, метода и циља који уверљиво упућују да је предложена тема од значаја за развој науке.

2.1. Предмет, циљеви и хипотезе дисертације

Предмет истраживања докторске дисертације кандидата Милице Миливојевић Данас јесте проналажење општих својстава и особина мешовите метричке димензије. У уводном делу дисертације поред општих појмова и дефиниција из теорије графова, биће уведена и дефиниција проблема мешовите метричке димензије. Затим, у уводном делу биће приказани претходни резултати у вези мешовите метричке димензије базирани на раду

- A. Kelenc, D. Kuziak, A. Taranenko, I. G. Yero, *Mixed metric dimension of graphs*, Applied Mathematics and Computation 314 (2017) 429–438.

Дати резултати из литературе дају добру основу за приказ оригиналних научних резултата.

Што се тиче нових и оригиналних научних резултата, они ће бити подељени у три целине (поглавља). Најпре ће бити изведене оште доње границе мешовите метричке димензије, затим оште *Nordhaus – Gaddum* доње и горње границе за збир и производ мешовите метричке димензије графа G и његовог комплементарног графа \overline{G} . У последњем делу дисертације биће дате егзактне вредности за неке специјалне класе графова.

Као што је већ напоменуто, први циљ дисертације је добијање добрих доњих граница мешовите метричке димензије графова. Затим би се ове границе примењивале за одређивање *Nordhaus – Gaddum* граница, као и за добијање егзактних вредности мешовите метричке димензије неких специјалних класа графова. На крају би се одређивале фамилије графова код којих су метричка димензија и метричка димензија грана константне и не зависе од реда графа, а мешовита метричка димензија је неограничена за доволно велике вредности реда графа, тј. расте заједно са редом графа.

Основне хипотезе дисертације, од којих се полази, јесу да ова недавно уведена мешовита метричка димензија графова има неке битно другачије теоријске карактеристике од осталих проблема метричке димензије. Због тога из постојеће литературе није увек могуће директно, а понекад ни индиректно, користити постојеће теоријске резултате, већ је неопходно да се пронађу нова својства која карактеришу само ову графовску инваријанту.

2.2. *Методе истраживања*

У дисертацији ће бити коришћене уобичајене математичке стратегије, тј. доказивање горње границе се састоји у одређивању конкретног допустивог решења чија је вредност функције циља оптимална, док доказивање доње границе углавном се састоји у примени закона контрапозиције. Проширујући ову основну стратегију, користећи области комбинаторике и оптимизације, то је могуће искористити у добијању добрих оштих и конкретних доњих граница мешовите метричке димензије графова. За одређивање оштих *Nordhaus – Gaddum* граница потребно је користити још и неке елементе екстремалне теорије графова.

2.3. *Оквирни садржај докторске дисертације*

Предложена докторска дисертација ће садржати следећа поглавља:

1. Увод
2. Оште доње границе мешовите метричке димензије
3. Оште *Nordhaus – Gaddum* границе
4. Егзактне вредности мешовите метричке димензије
5. Закључак

Литература

3. Образложение теме за израду докторске дисертације које омогућава закључак да је у питању оригинална идеја или оригиналан начин анализирања проблема

Као што се може видети у тачкама 1. и 2., осим уводног поглавља и Закључка, сва остала поглавља би садржала оригиналне научне резултате настале у изради ове дисертације. Нове оштећене доње границе, оштећене *Nordhaus – Gaddum* границе, као и егзактне вредности на неким интересантним класама графова значајно мењају поглед на мешовиту метричку димензију графова, посматрајући у односу на досадашње резултате из литературе.

4. Усклађеност дефиниције предмета истраживања, основних појмова, предложене хипотезе, извора података, метода анализе са критеријумима науке уз поштовање научних принципа у изради коначне верзије докторске дисертације

Сви теоријски (научни) доприноси ове дисертације ће бити исказани у строгом математичком смислу (дефиниције, леме, теореме, итд), уз прецизне одговарајуће доказе, чиме се у потпуности поштују основни критеријуми математике као науке. Сви научни резултати ће, осим критеријума строгости и прецизности, бити и приказани на прегледан начин, чиме ће бити омогућен и лакши процес верификације. Том процесу ће осим активног учешћа чланова Комисије, допринети и рецензије радова послатих у познате међународне научне часописе из области дискретне и примењене математике, као и активно учешће кандидаткиње на научним скуповима и семинарима посвећеним дискретној математици, као и математици уопште.

5. Предложени ментор докторске дисертације

Институт за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу је за ментора ове дисертације предложио др Јозефа Кратицу, научног саветника Математичког института САНУ у Београду. Колега Кратица је један од водећих домаћих истраживача у областима комбинаторне оптимизације и теорије графова, где се и са теоријског и са рачунарског становишта изучавају и решавају важни аспекти *NP*-тешких графовских инваријанти. Такође је имао научне доприносе и у областима: апроксимативне методе и хеуристике, дискретни локацијски проблеми, вештачка интелигенција, дистрибуирани алгоритми, као и операциона истраживања. Др Кратица је у тим областима у последњих двадесетак година објавио више десетина радова у водећим међународним и домаћим часописима, а његови радови су цитирани више стотина пута. Био је ментор пет успешно одбрањених докторских дисертација, члан је уређивачког одбора часописа *COMSYS* и *YUJOR*, а рецензија је више од 100 радова за разне међународне часописе. Све додатне информације о њему се могу видети на <http://www.mi.sanu.ac.rs/~jkratica>.

6. Научна област дисертације

Предложена тема дисертације припада научној области Математика, ужа научна област Дискретна математика. У дисертацији се користе теоријски резултати из области дискретне математике и теорије графова, као и неки елементи екстремалне теорије графова. Иако се то на први поглед не види, ова тема захтева и добро познавање неких других области: комбинаторне оптимизације, математичког моделирања, апроксимативних метода и хеуристика, операционих истраживања као и нумеричке математике.

7. Научна област чланова Комисије

Др Бојана Боровићанин (председник комисије) је ванредни професор на Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област Дискретна математика.

Бојана Боровићанин се бави истраживањима у области спектралне и хемијске теорије графова. Област њеног интересовања је у највећој мери екстремална теорија графова, односно карактеризација графова који достижу највећу/најмању вредност различитих графовских инваријанти, уз одређивање одговарајућих горњих/доњих граница.

Др Александар Савић је ванредни професор на Математичком факултету Универзитета у Београду, ужа научна област Нумеричка математика и оптимизација. У последње време се у највећој мери бави областима комбинаторне оптимизације и теорије графова, мада се бавио и проблемима паковања и придрживања.

8. Кратка биографија кандидата

Милица Миливојевић Данас је рођена 30. 05. 1988. у Крагујевцу. Завршила је ОШ "Станислав Сремчевић" 2003. године са одличним успехом. Исте године уписала је Прву крагујевачку гимназију коју је завршила са одличним успехом. Током гимназијског школовања учествовала на такмичењима из математике и биологије. Основне академске студије на Природно-математички факултет у Крагујевцу, смер математика, уписала је школске 2007/08 године, а завршила у септембру 2010. године са просечном оценом 9,23. Мастер студије на Природно-математичком факултету, смер теоријска математика, уписала је школске 2010/11 године и положила је испите предвиђене програмом ових студија са просечном оценом 9,75. Мастер рад под називом " t -димензионалне многострукости" одбранила је 29. августа 2012. године на Природно-математичком факултету у Крагујевцу, са оценом 10, под руководством проф. др Мирославе Петровић-Торгашев. Докторске академске студије је уписала на студијском програму Математика, такође на Природно-математичком факултету у Крагујевцу школске 2012/2013. године, где је положила све испите предвиђене планом и програмом са просечном оценом 10.

9. Преглед научно-истраживачког рада кандидата

Милица Миливојевић Данас се бави научно-истраживачким радом у областима теорија графова, дискретна математика и оптимизација. До сада је објавила два научна рада у међународним научним часописима и учествовала у раду две математичке конференције. Што се тиче уже области докторске дисертације, два научна рада су тренутно у процесу рецензије у научним часописима.

9.1. Радови из уже области докторске дисертације

1. M. Milivojevic Danas, Mixed metric dimension of flower snarks and wheels, Arxiv preprint, 2001.09333. januar 2020 - на рецензији.
2. M. Milivojevic Danas, J. Kratica, A. Savić, Z. Maksimović, Some new general lower bounds for mixed metric dimension of graphs, Arxiv preprint, 2007.05808. jul 2020 - на рецензији.

9.2. Остали радови из области дискретне математике

3. T. Divnić, M. Milivojević, Lj. Pavlović, Extremal graphs for the geometric-arithmetic index with given minimum degree, Discrete Applied Mathematics, Vol. 162, 2014, 386-390, ISSN: 0166-218X; M22, IF2014 = 0.862 (oblast: Mathematics, Applied, 131/257).
4. M. Milivojević, Lj. Pavlović, The Variation of the Randić Index with Regard to Minimum and Maximum Degree, Discrete Applied Mathematics, Vol. 217, Part 2, (2017), 286-293, ISSN: 0166-218X; M22, IF2017 = 1.008 (oblast: Mathematics, Applied, 120/252).

5. M.Milivojević, Lj. Pavlović, On the geometric-arithmetic index, 14th Serbian Mathematical Congress, Kragujevac, Serbia May 16-19, 2018 Book of Abstracts p. 126 (M64).
6. M. Milivojević Danas, Z. Maksimović, A. Savić, J. Kratica, Problem optimalne funkcije{k}-pakovanja za grafove cvetnih latica, IX simpozijum "matematike i primene", Beograd, 30. novembar - 1. decembar, 2018 Knjiga apstrakata str. 28 (M64).

ЗАКЉУЧАК

На основу свега изложеног Комисија закључује да:

- Кандидат **Милица Миливојевић Данас** испуњава све суштинске и формалне захтеве који се траже од кандидата за израду докторске дисертације;
- предложена тема за израду докторске дисертације је **потпуно научно заснована, врло значајна, интересантна, као и актуелна.**

Због тога са задовољством предлажемо Наставно - научном већу Природно - математичког факултета у Крагујевцу и Већу за природно - математичке науке Универзитета у Крагујевцу да се тема под називом "**Мешовита метричка димензија графова**" прихвати као тема докторске дисертације и одобри кандидату **Милици Миливојевић Данас** њена израда, као и да се за ментора докторске дисертације именује др **Јозеф Кратица**.

У Крагујевцу,
10. август 2020. године

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

Јозеф Кратица

др Јозеф Кратица, научни саветник - **ментор**
Математички институт САНУ
Ујеса научна област: Рачунарство

Бојана Боровићанин

др Бојана Боровићанин, ванредни професор - **председник комисије**
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ујеса научна област: Дискретна математика

Саша Савић

др Александар Савић, ванредни професор - **члан комисије**
Математички факултету, Универзитет у Београду
Ујеса научна област: Нумеричка математика и оптимизација