



Институт за математику и информатику
27.06.2022.
Крагујевац



Наставно – научном већу
Природно – математичког факултета

Веће катедре Института за математику и информатику је разматрало Извештај чланова комисије у саставу:

1. **др Предраг Станимировић**, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу, научна област: Информатика, датум избора у звање 11.03.2003., председник комисије
2. **др Игор Миловановић**, редовни професор, Електронски факултет, Универзитет у Нишу, научна област: Математика, датум избора у звање 21.06.1991., члан комисије
3. **др Бојана Боровићанин**, ванредни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу, ужа научна област: Дискретна математика, датум избора у звање 13.11.2019., члан комисије.

који садржи позитивну оцену урађене докторске дисертације под називом **Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела** кандидата **Милана Башића**.

Веће катедре је упознато са достављеним позитивним мишљењем Руководиоца докторских академских студија Математике којим се прихвата наведени Извештај и сагласно је да се Извештај проследи у даљу процедуру.

Молимо вас да наставите са даљом процедуром.

Б. Боровићанин
Управник Института
др Бојана Боровићанин

Наставно-научном већу
Природно-математичког факултета

Већу за природно-математичке науке
Универзитета у Крагујевцу

ИЗВЕШТАЈ КОМИСИЈЕ О ОЦЕНИ УРАЂЕНЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

На седници Наставно-научног већа, Природно-математичког факултета у Крагујевцу одржаној 13.04.2022. године (бр. 210/VIII – 1) и на седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 18.05.2022. године (бр. IV – 01 – 352/8) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације кандидата **Милана Башића** под насловом

”Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела”.

Кандидат је поднео рукопис своје докторске дисертације Наставно-научном већу Природно-математичког факултета на оцену. Чланови Комисије су детаљно прегледали рукопис, проценили квалитет дисертације и указали кандидату на потребне корекције. Кандидат је усвојио све предлоге Комисије и уградио их је у финалну верзију чиме су се стекли сви услови да Комисија поднесе следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Опис докторске дисертације

Полазне основе докторске дисертације чине резултати досадашњих истраживања из теорије предиктивних модела заснованих на графовским везама између излаза као што су неусмерени предиктивни графовски модели. Неусмерени графовски модели су првобитно били дизајнирани за класификацију секвенцијалних података, а затим су нашли примену у многим областима као што су компјутерски вид и биоинформатика (Kumar 2006, Liu 2004). Докторска дисертација **Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела** припада области Математика, ужој научној области Дискретна математика.

Текст рукописа дисертације написан је на 185 страна и састоји се од Резимеа на српском и енглеском језику, Предговора, текста дисертације који је подељен у четири поглавља, одељка Литература који садржи списак од 79 референци и два одељка за Прилоге. У рукопису дисертације се налази 19 слика и 3 табеле. Саставни део дисертације је и Биографија аутора.

Прво поглавље је уводног карактера и у њему је најпре изложен приказ познатих резултата кроз одељке који су коришћени у дисертацији, као и формалне математичке дефиниције појмова који представљају основ за даља разматрања.

Поглавље 1 - Увод. У првом одељку дате су дефиниције основних појмова из теорије графова, док су у другом одељку уведене дефиниције и резултати спектралне теорије који се односе на различите типове матрица придружених графовима, затим на елементе Перон-Фробенијусове теорије, као и теорије јако регуларних графова и блок дизајна. У трећем одељку наведене су дефиниције и особине неких класа специјалних матрица са посебним освртом на цикличне матрице које су коришћене у циркуларној декомпозицији графовских матрица. Четврти одељак садржи познате резултате о декомпозицији графова на простије графовске структуре, као и резултате о комбиновању графова у сложеније користећи граф-матричне операције, пре свега одређене типове графовских производа. Посебно су истакнута три фундаментална графовска производа: Декартов, Кронекерски (тензорски, директни) и јаки, као и врсте композиција: спектрална, циркуларна и сингуларна. Класе асоцијативних графовских производа (као што су горе наведени) укључују на природан начин одређена својства фактор-графова у нови граф (формално речено, бар једна пројекција новог графа на један од фактор-графова је хомоморфизам). Коначно, у последњем одељку поглавља описан је графовски (структурни) пробабилистички модел чија функција модела зависи како од обележја улазних променљивих, тако и од релационе структуре између излазних променљивих (графа модела). Карактеристике овог модела (пре свега у смислу сложености израчунавања) су коментарисане у светлу Лапласове матрице графа модела, као и почетних вредности параметара модела у итеративном (градијентном) методу за оцењивање параметара модела.

У поглављима 2 и 3 изложени су оригинални резултати докторске дисертације.

Поглавље 2 - Графовски модели базирани на Кронекерским структурама. У другом поглављу изложени су нови резултати у вези налажења апроксимативних матрица нижег ранга употребом декомпозиција које би апроксимирале Лапласову матрицу графа модела, а које би задржале доминантна спектрална својства поменуте матрице у циљу добијања бољих перформанси модела. У првом одељку анализирана је спектрална декомпозиција Лапласове матрице Кронекерског производа графова, с обзиром на то да се она не може окарактерисати употребом спектралне декомпозиције одговарајућих фактор-графова (отворени проблем). Зато су у наставку одељка изведена два метода за апроксимирање Лапласовог спектра и Лапласових сопствених вектора Кронекерског графа користећи спектре и сопствене векторе (нормализованих) Лапласових матрица његових фактор-графова. Ефективност предложених метода је евалуирана кроз одређивање њихове асимптотске сложености, као и кроз објашњење њиховог понашања у нумеричким експериментима у којима се израчунавају две врста метрика: коефицијенти корелације за апроксимирание сопствене векторе и релативне грешке за апроксимирание сопствене вредности. У наредном пододељку представљена су теоријска објашњења о стабилности апроксимација спектра и сопствених вектора Лапласове матрице Кронекерских графова. Наиме, одређене су оцене коефицијената корелације апроксимираних вектора, чиме су показане њихове високе вредности за типове случајних графова добијених симулаторима реалних мрежа. Пошто се односи између одређених коефицијената корелације свде на односе између одређених тополошких индекса графа (заборављени тополошки индекс, Загреб индекс,...), у овом пододељку су показане одређене неједнакости између њих. На крају овог одељка је доказано да се релативна грешка смањује у случајевима када ред графа расте, за фиксирани ниво гранске густине, као и када се ниво гранске густине повећава, за фиксирани ред графа. У другом одељку дискутовано је како свака од горе

наведених апроксимација утиче на ефикасност модела у смислу тачности оцене параметара, средње-квадратне грешке модела и брзине конвергенције (градијентне) методе. Ефикасност предложених метода је евалуирана нумеричким експериментима најпре за Кронекерске графове модела добијене из генератора различитих синтетичких мрежа, а затим је граф модела апроксимиран најближим Кронекерским производом два графа у односу на Фробениусову норму.

Поглавље 3 - Циркуларна декомпозиција. У трећем поглављу изложени су нови резултати у вези налажења апроксимативних матрица нижег ранга које би апроксимирале Лапласову матрицу графа модела и задржале доминантна спектрална својства поменуте матрице у циљу добијања бољих перформанси модела. Прецизније речено, користимо специјалне случајеве метода декомпозиције Лапласове матрице као суме цикличних матрица са одговарајућом релаксацијом. У неким случајевима декомпозиција се може свести на једну цикличну матрицу, што ће бити коришћено у случају када је матрица графовског модела квази-периодична матрица. Мотивација за разматрање ове декомпозиције лежи у чињеници да се применом брзе Фуријеове трансформације може убразати извршење спектралне декомпозиције цикличних матрица, као и што се може ефикасно извести циркуларна декомпозиција. Један од проблема ове декомпозиције је одређивање цикличних компоненти (сабирака декомпозиције) у циљу проналажења апроксимативне матрице нижег ранга. Циљ је да се издвоје цикличне компоненте на којима би се спектрална декомпозиција брзо извршила, као што су матрице суседства унитарних Кејлијевих графова, Кронекерских циркулантних графова, јако регуларних, класе графова са малим бројем сопствених вредности, чије су конструкције и карактеризације у првој секцији поглавља презентоване. Тиме би се постигла бржа конвергенција метода уз разумно смањење тачности естимације параметара модела. Како конвергенција метода и тачност модела зависе од величине спектралног покривача матрице суседства графа, у другом и трећем одељку су одређени минимална најмања сопствена вредност и минимални спектрални покривач у класи циркулантних графова датог реда. У четвртог одељку су коментарисане тополошке инваријанте циркулантних графова које утичу на њихова спектрална својства као што је дијаметар. Дијаметар графа је у директној кореспонденцији са модулом друге највеће сопствене вредности матрице суседства графа, а њена величина утиче на тзв. главни део спектра, па су у одељку презентовани резултати којима се израчунава максимална вредност дијаметра графа у класи циркулантних графова датог реда, при чему се окарактерисани сви такви екстремални графови. Изведене су одређене анализе асимптотске сложености, као и нумеричка израчунавања којима је показано да употреба горњих теоријских резултата даје добре резултате по питању тачности модела у случају када је матрица суседства графа квази-периодична (Теплицова, блок-Теплицова, итд.).

Поглавље 4 - Закључак. У четвртог поглављу приказан је преглед свих новодобијених резултата, а затим су назначени правци даљих научних истраживања, као и научни допринос ове дисертације.

2. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области

Докторска дисертација "Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела", припада научној области Математика, односно ужој научној области Дискретна математика. Теорија предиктивних модела заснованих на графовским везама између излаза (предиктивни графовски модели) последњих пар деценија бележи интензиван развој, готово у свакој научној области у којој је нашла примену и спектрална теорија графова, али и у многим практичним про-

блемима из области као што су биоинформатика, компјутерски вид, теорија социјалних мрежа, теорија одлучивања у реалном временом, трговање на берзи, интеграција података, метеорологија, итд. Идеја о увођењу графовских модела (Random Fields) се први пут јавља у просторним ауторегресивним моделима у чијој је конструкцији узета у обзир просторна корелација између података модела (Anselin 1988, Shekhar 2002). Касније је у варијантама Гаусових процеса примењена идеја о укључивању у модел два типа информација: зависност између улазних променљивих и корелација између излазних променљивих (Во 2009). Међу графовским моделима најпопуларнији тип модела је неусмерени графовски модел, Lafferty 2001 (у литератури се користи још термин Conditional Random Fields). Неусмерени графовски модели су првобитно били дизајнирани за класификацију секвенцијалних података, а затим су нашли примену у многим областима као што су компјутерски вид и биоинформатика (Kumar 2006, Liu 2004). Ови модели представљају алтернативу линеарним динамичким системима (Калмановим филтерима) који укључују претпоставку о независности излазних променљивих, за разлику од линеарних динамичких система. Функција графовских модела (функција обележја улазних података) је у поменутој литератури линеарна, док је у дисертацији анализирана сложенија квадратна функција.

Дати резултати из литературе представљали су основу за даља истраживања и добијање оригиналних резултата. Међутим, главни недостатак до сада проучаваних модела је то што они не поседују задовољавајућу скалабилност са порастом броја чворова у графу (предиктивни модели у конкретним применама треба да процесирају велику количину података). Илустрације ради, време извршења модела постаје проблематично уколико је ред графа 10 000, чак иако је ниво гранске густине графа мањи од 50%, док је време извршења модела у 50 временских јединица, за редак граф реда 100 000, око 2 месеца. Разлог нескалабилности модела лежи у чињеници да оптимизациони метод модела током свог итеративног извршавања користи рачунски неефикасне операције над матрицама придруженим графу модела. Идеја којом би се превазишао проблем велике сложености израчунавања модела понуђена је у раду (Glass 2017), где се за граф модела користила Кронекерска (тензорска) структура. Мотивација за коришћење овог графовског производа произилази из рада (Leskovec 2010) где се показује да се реална графовска мрежа може ефектно моделирати Кронекерским графовима. Међутим, ова идеја није спроведена, јер графовске фактор-матрице не наслеђују увек спектралне особине матрица из којих су настале у односу на типове композиција и факторизација, али и обрнуто, различити типови операција примењени на фактор-матрице не преносе нужно својства фактор-матрица на матрицу резултата, па су последично предиктивни резултати таквог модела били незадовољавајући.

У дисертацији су презентовани одређени матрични методи декомпозиције графа модела који омогућавају мању асимптотску сложеност његовог израчунавања. Прецизније, нумерички (најчешће градијентни) метод користи функцију Лапласове матрице графа модела, па је њена спектрална декомпозиција неопходна, употребом спектралне декомпозиције матрица фактор-графа. Итеративни методи за налажење сопствених вредности и вектора извршени над целом Лапласовом матрицом графа су скупи, па су зато у дисертацији презентовани нови методи за налажење матрица нижег ранга које би апроксимирале дату матрицу, а које би задржале њена доминантна спектрална својства. Већина хипотеза од којих се полазило у истраживању у дисертацији је мотивисана идејама постављеним на основу до сада познате литературе.

У овој докторској дисертацији уведене су иновативне методе за декомпозицију Лапласове матрице графовских модела, базиране на Кронекерском (тензорском) производу и циркуларној декомпозицији, у циљу оптимизације таквих модела. Да би ове методе

биле имплементирани на ефикасан начин, изведене су апроксимативне формуле за Лапласов спектар и Лапласове сопствене векторе Кронекерског графа користећи спектре и сопствене векторе (нормализованих) Лапласових матрица његових фактор-графова (проблем налажења аналитички тачних формула је још увек отворен). Такође су разматрана теоријска објашњења о стабилности апроксимација спектра и сопствених вектора Лапласове матрице Кронекерских графова коришћењем метрика коефицијената корелације за апроксимирани сопствене векторе и релативних грешака за апроксимирани сопствене вредности. Односи између одређених коефицијената корелације се свде на односе између одређених тополошких индекса графа модела, па су у раду показане одређене неједнакости између њих. Лапласова матрица графа модела се може апроксимирати употребом циркуларне декомпозиције уз анализу само одређеног броја цикличних компоненти (одређени број сабирака декомпозиције) да би се полазна матрица апроксимирала матрицом нижег ранга. Из тог разлога је дата карактеризација графова са одређеним спектралним својствима у класи циркулантних графова (графови са малим бројем различитих сопствених вредности, графови са малим дијаметром, графови са минималном најмањом сопственом вредношћу, графови са најмањим спектралним покривачем) што може допринети ефикасној циркуларној декомпозицији графа. Ови резултати представљају сами по себи новину у спектралној теорији графова. Ефикасност оптимизационих метода у смислу тачности модела и брзине конвергенције метода евалуиране су нумеричким експериментима за графове модела из различитих класа графова (Кронекерски, квази-периодични, Теплицови, циркулантни, графови добијени симулацијом реалних мрежа).

3. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области

На основу увида у постојећа истраживања и научне доприносе из области Дискретне математике, Теорије графова и Нумеричких метода алгебре, Комисија сматра да је докторска дисертација Милана Башића оригинално научно дело чија тема није била предмет досадашњих истраживања. То је потврђено објављеним радовима у истакнутим међународним часописима са SCI листе, на основу резултата презентованих у дисертацији.

4. Преглед остварених резултата рада кандидата у одређеној научној области

Милан Башић до сада има објављена три рада из области докторске дисертације у истакнутим међународним часописима са SCI листе (два рада категорије M22 и један рад M21a), један рад у научном часопису међународног значаја (категорије M24), пет саопштења на међународним научним скуповима штампаних у изводу и целини (три категорије M34 и по један из категорија M32 и M33) и једно саопштење са скупа националног значаја штампано у изводу (M64). Напоменимо да кандидат има још неколико радова објављених у часописима са SCI листе, као и више саопштења са скупова међународног и националног значаја штампаних у изводу и целини, ван уже области докторске дисертације. Кандидат има још три прихваћена рада за штампу у часописима са SCI листе, као и још три рада која су у поступку рецензије, настала током израде ове докторске дисертације.

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20):

1. **M. Bašić**, Hamiltonian properties of unitary Cayley graphs, *Filomat*, Vol. 32, 2018, No. 1, 71-85, ISSN: 0354-5180; M22, IF2018 = 0.789 (Mathematics, 148/314).
2. A. Ilić, **M. Bašić**, Path matrix and path energy of graphs, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 335, 2019, 537-541, ISSN: 0096-3003; M21a, IF2019 = 3.472 (Mathematics, Applied 7/261).
3. **M. Bašić**, A. Ilić, A. Stamenković, Maximal diameter on a class of circulant graphs, *Lecture Notes in Computer Science / Lecture Notes in Artificial Intelligence, ALGEBRAIC INFORMATICS, CAI 2019*, Vol. 11545, 2019, 76-87, ISSN: 0302-9743; M24 (Computer Science, Theory & Methods).
4. **M. Bašić**, A. Ilić, Polynomials of unitary Cayley graphs, *Filomat*, Vol. 29, No. 9, 2015, 2079-2086, ISSN: 0354-5180; M22, IF2015 = 0.603 (Mathematics 161/312).

Саопштења на међународним научним скуповима (M30)

5. **M. Bašić**, Some spectral and combinatorial properties of nonnegative cyclic matrices, The second Abu Dhabi university annual international conference: Mathematical science and its applications, Abu Dhabi, UAE, 2013 (M32).- предавач по позиву
6. **M. Bašić**, A. Todorović, Attention-based Graph Classification for Prediction in Immunotherapy Response, *Learning and Analytics in Intelligent Systems, "Applied Artificial Intelligence"*, First Serbian International Conference on Applied Artificial Intelligence (SICAAI), 2022 (M33).
7. **M. Bašić**, Interconnection networks with recursive structure, 13th Serbian Mathematical Congress, Vrnjačka Banja, Serbia, 2014 (M34).
8. **M. Bašić**, B. Arsić, Dynamic updates of hierarchical clustering operations, *Analysis, Topology, Algebra: Theory and Applications (ATA 16)*, Čačak, Serbia, 2016. (M34).
9. N. Spasić, **M. Bašić**, On the performances of GCRF model based on digraph network, 14th Serbian Mathematical Congress, Kragujevac, Serbia, 2018 (M34).

Саопштења са скупова националног значаја у (M60)

10. **M. Bašić**, On the spread of integral circulant graphs, *Kongres mladih matematičara, Srpsko naučno matematičko društvo, Novi Sad, Srbija*, 2019. (M64).

5. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Планирани обим истраживачког рада, циљеви, методолошки приступ у остваривању истраживања, који су прецизирани у оквиру поступка предлагања теме докторске дисертације су реализовани.

6. Научни резултати докторске дисертације

Милан Башић има на основу резултата из докторске дисертације објављена четири рада у међународним часописима са SCI листе (категорије M21, M22 и M24), три саопштења са скупова међународног значаја штампаних у изводу (категорије M32 и M34) и

једно саопштење са скупова националног значаја штампаних у изводу (категорије M64). Кандидат има још три прихваћена рада за штампу у часописима са SCI листе, као и још три рада, која су у поступку рецензије настала током израде ове докторске дисертације.

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20):

1. **M. Bašić**, Hamiltonian properties of unitary Cayley graphs, *Filomat*, Vol. 32, 2018, No. 1, 71-85, ISSN: 0354-5180; M22, IF2018 = 0.789 (Mathematics, 148/314).
2. **A. Plić, M. Bašić**, Path matrix and path energy of graphs, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 335, 2019, 537-541, ISSN: 0096-3003; M21a, IF2019 = 3.472 (Mathematics, Applied 7/261).
3. **M. Bašić, A. Plić, A. Stamenković**, Maximal diameter on a class of circulant graphs, *Lecture Notes in Computer Science / Lecture Notes in Artificial Intelligence, ALGEBRAIC INFORMATICS, CAI 2019*, Vol. 11545, 2019, 76-87, ISSN: 0302-9743; M24 (Computer Science, Theory & Methods).
4. **M. Bašić, A. Ilić**, Polynomials of unitary Cayley graphs, *Filomat*, Vol. 29, No. 9, 2015, 2079-2086, ISSN: 0354-5180; M22, IF2015 = 0.603 (Mathematics 161/312).

Саопштења на међународним научним скуповима (M30)

5. **M. Bašić**, Some spectral and combinatorial properties of nonnegative cyclic matrices, The second Abu Dhabi university annual international conference: Mathematical science and its applications, Abu Dhabi, UAE, 2013 (M32).- предавач по позиву
6. **M. Bašić**, Interconnection networks with recursive structure, 13th Serbian Mathematical Congress, Vrnjačka Banja, Serbia, 2014 (M34).
7. **N. Spasić, M. Bašić**, On the performances of GCRF model based on digraph network, 14th Serbian Mathematical Congress, Kragujevac, Serbia, 2018 (M34).

Саопштења са скупова националног значаја у (M60)

8. **M. Bašić**, On the spread of integral circulant graphs, *Kongres mladih matematičara, Srpsko naučno matematičko društvo, Novi Sad, Srbija, 2019.* (M64).

7. Примењивост и корисност резултата у теорији и пракси

Најважнији теоријски (научни) резултати који представљају научни допринос ове дисертације су:

1. Нове апроксимације графа модела Кронекерским графовима коришћењем сингуларне декомпозиције графовских матрица модела;
2. Нови начини ефикасне спектралне декомпозиције Лапласове матрице графа модела коришћењем Кронекерског производа сопствених вектора (нормализованих) Лапласових матрица фактор-графа и налажењем одговарајућих апроксимативних формула за сопствене вредности Лапласових матрица модела, чиме се постиже веома мало одступање у процени параметара модела уз мању сложеност израчунавања метода;

3. Презентовање експерименталних доказа да Кронекерски графови природно поседују стандардне особине реалних мрежа и могу се употребити за ефективно моделирање структуре реалне мреже;
4. Добијање оптималних вредности метрика које показују тачност горе наведених апроксимација за сопствене векторе и сопствене вредности Лапласове матрице графа модела. Коефицијент корелације метрика за апроксимирани сопствене векторе узима вредности око 0.9 за ретке графове, док одступање за метрику дистрибуција релативне грешке сопствених вредности не прелази 10%, а медијана је блиска нули;
5. Теорема којом се доказује да се апроксимације за сопствене вредности приближавају стварним сопственим вредностима Лапласове матрице Кронекерског графа када се ниво гранске густине графа повећава за фиксирани ред графа;
6. Низ теорема којима се одређују егзактне формуле за одређене коефицијенте корелације апроксимативних вектора, као и одговарајуће очекиване вредности;
7. Утврђивање неједнакости између одређених коефицијената корелације налажењем доњих граница заборављеног тополошког индекса графа модела у случају рандом графова, као и у општем случају;
8. Доказ да је сложеност извршавања графовских модела који користе горње апроксимативне методе мања од сложености оригиналних графовских модела уз веома високу тачност предикције;
9. Карактеризација јако регуларних циркулантних графова спектралним методама;
10. Конструкција нових класа графова са малим бројем сопствених вредности коришћењем операција Кронекерског производа, линијског оператора и Зајделовог пребацавања;
11. Налажење минималне најмање сопствене вредности, као и спектралног покривача у класи циркулантних графова датог реда, као и карактеризација свих таквих графова;
12. Одређивање максималног дијаметра у класи циркулантних графова датог реда, као и одређивање таквих екстремалних графова;
13. Примена дводимензионалне брзе Фуријеове трансформације у циркуларним декомпозицијама и апроксимацијама сопствених вредности Лапласове матрице графа модела у случајевима када су матрице графовског модела квази-периодичне.

Предиктивни графовски модели се употребљавају у широком спектру конкретних примена где год је потребно процесирати велику количину релацијски организованих података на ефикасан начин. Први пут су употребљени у областима машинског учења и то у комјутерском виду и препознавању образаца. Једна од значајних примена је и у торији одлучивања у реалном времену (конкретна примена ове теорије је у временској прогнози, берзанским трансакцијама итд.). У последњих двадесетак година важност проучавања расподела спектра матрица придружених графовским моделима, као и њиховим применама, забележене су у литератури у различитим научним областима, посебно у областима рачунарских наука: Интернет технологије, истраживање података, вештачка интелигенција, мултипроцесорски системи, статистичке базе података, квантна информатика и многим другим.

8. Начин презентовања резултата научној јавности

Научни резултати докторске дисертације су до сада презентовани на више скупова међународног и националног значаја и публиковани у виду четири рада у међународним часописима (један рад M21a, два рада категорије M22 и један рад категорије M24). Део резултата је приказан и у три прихваћена рада за штампу и још три који се налазе у поступку рецензије.

ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ КОМИСИЈЕ

Поднети рукопис дисертације кандидата Милана Башића под насловом **”Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела”**, представља оригинални рад из области Дискретне математике, под менторством проф. др Игора Миловановића.

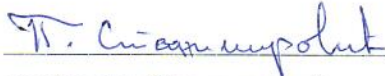
Приказани оригинални научни резултати, као што су нове апроксимације графова предиктивних модела, нови начини ефикасне спектралне декомпозиције Лапласових матрица графа модела, добијање оптималних вредности коефицијената корелације апроксимативних сопствених вектора Лапласове матрице графа модела, показивање оптималности апроксимација за сопствене вредности Лапласових матрица графа модела, карактеризација јако регуларних циркулантних графова спектралним методама, конструкција нових класа графова са малим бројем сопствених вредности, налажење минималне најмање сопствене вредности, одређивање спектралног покривача, као и максималног дијаметра у класи циркулантних графова датог реда, су од великог значаја у проучавању проблема оптимизације предиктивних графовских модела и праве значајан искорак у односу на досадашње резултате у литератури која се бави побољшањем перформанси графовских модела.

Квалитет научних резултата докторске дисертације верификован је публикавањем четири рада у међународним часописима и прихватањем за штампу још три рада. У једном од публикованих публикованих радова Милан Башић је једини аутор.

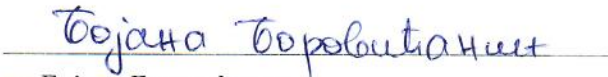
Сходно наведеном, мишљења смо да су испуњени сви научни, стручни и административни услови за прихватање наведене докторске дисертације, као оригиналног научног рада. У том смислу са задовољством предлажемо Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу да Милану Башићу одобре јавну одбрану докторске дисертације под наведеним насловом.

У Крагујевцу и Нишу, 24.06.2022.

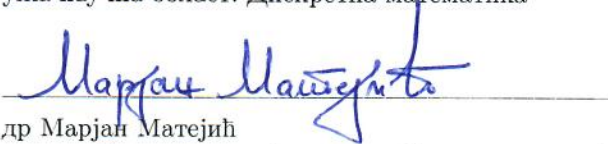
Комисија:



др Предраг Станимировић, **председник комисије**
редовни професор Природно-математичког факултета Универзитета у Нишу
ужа научна област: Информатика



др Бојана Боровићанин
ванредни професор Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу
ужа научна област: Дискретна математика



др Марјан Матејић
доцент Електронског факултета Универзитета у Нишу
ужа научна облас: Математика

Већу катедре Института за математику и информатику

Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у Крагујевцу

Предмет: Мишљење руководиоца ДАС Математике о Извештају Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације кандидата **Милана Башића** под насловом „**Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела**” под менторством проф. др Игора Миловановића

На основу увида у садржај Извештаја о оцени докторске дисертације под насловом „**Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела**“ кандидата **Милана Башића** који је написала Комисија у саставу:

1. др Предраг Станимировић (председник Комисије)
редовни професор Природно-математичког факултета Универзитета у Нишу
ужа научна област: Информатика
2. др Бојана Боровићанин (члан Комисије)
ванредни професор Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу
ужа научна област: Дискретна математика
3. др Марјан Матејић (члан Комисије)
доцент Електронског факултета Универзитета у Нишу
ужа научна област: Математика

дајем **позитивно мишљење** на садржај Извештаја.

У Крагујевцу,

24.06.2022. године

Руководилац ДАС Математике



проф. др Емилија Нешовић

ПР:	20.06.2022
Орг:	ОГ ВРЕДНОС
05	37/3-2 - -

ОЦЕНА МЕНТОРА О ИЗВЕШТАЈУ О ПРОВЕРИ ОРИГИНАЛНОСТИ ДОКТОРСКЕ
ДИСЕРТАЦИЈЕ ОДНОСНО ДОКТОРСКОГ УМЕТНИЧКОГ ПРОЈЕКТА

НАЗИВ ДИСЕРТАЦИЈЕ	Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела	
Кандидат	Милан Башић	
Ментор	др Игор Миловановић	
Датум пријема потпуног извештаја о провери оригиналности докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта	16. 06. 2022.	

1. Као ментор предложене дисертације изјављујем да је горе наведена докторска дисертација оригинално дело тј. да представља резултат рада докторанта Милана Башића.
2. Као ментор предложене дисертације изјављујем да су у горе наведеној докторској дисертацији поштована сва академска правила цитирања и навођења извора.
3. Софтвером за проверу оригиналности утврђено је да у дисертацији подударане текста износи 2%. Највећи део поклапања се односи на списак литературе као и рудиментарне делове неких формула и табела. Напомињем да је преклапање у тим формулама и табелама искључиво синтаксног типа и то на фрагментима од неколико симбола. Имајући све то у виду, као ментор предложене дисертације изјављујем да се може констатовати да аутоматском претрагом није утврђено постојање плагијаризма. На основу тога, а у складу са чланом 7. Правилника о поступку провере на плагијаризам на Универзитету у Крагујевцу, изјављујем да извештај указује на оригиналност докторске дисертације, те се прописани поступак припреме за њену одбрану може наставити (позитивна оцена).

Датум

17.06.2022.

ПОТПИС МЕНТОРА

