

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА
И ВЕЋУ ЗА ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

Извештај је сатласан.
Слава Зилић-Милетић

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

| | | | |
|-----------------------|----------|-----------------|---|
| ПРИЈАЉЕНО: 15.05.2018 | | | |
| Орг. јед. | Бр. јед. | ПРИЈОМ ВРЕДНОСТ | |
| 05 | 220/1 | - | - |

ИЗВЕШТАЈ КОМИСИЈЕ О ПОДОВНОСТИ ТЕМЕ ЗА ИЗРАДУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

На седници Наставно-научног већа Природно-математичког факултета у Крагујевцу одржаној 31. 01. 2018. године (број одлуке: 70/ХИИ-1), предложени смо, а на седници Већа за природно-математичке науке одржаној 14. 02. 2018. године (број одлуке: IV-01-102/11) изабрани смо за чланове Комисије за подношење извештаја о оцени научне заснованости теме докторске дисертације и испуњености услова кандидата **Емира Зогића** за израду докторске дисертације под насловом

Неке особине резолвентне и Рандићеве енергије графа

На основу приложене документације, као и личног увида у рад кандидата, Комисија подноси следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Научни приступ проблему предложеног нацрта докторске дисертације и процена научног доприноса крајњег исхода рада

Спектрална теорија графова је математичка дисциплина у којој се особине графа изучавају коришћењем сопствених вредности и сопствених вектора различитих матрица придружених графу. Ова грана математике последњих деценија бележи интензиван развој, захваљујући бројним и различитим применама, пре свега у домену рачунарства, али и у области хемије, теорији електричних кола, теорији коначних аутомата, у економским наукама, социологији, биологији, итд.

У оквиру дисертације биће разматрани такозвани прости графови, тј. коначни, неоријентисани графови без петљи и вишеструких грана. Простом графу G са скупом чворова $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ може се придружити више матрица, а најстарија и најразвијенија теорија изграђена је полазећи од класичне матрице суседства графа која се дефинише као квадратна $(0,1)$ - матрица чији је ред једнак броју чворова графа, при чему се на позицији (i, j) ове матрице налази 1, ако су чворови v_i и v_j суседни, односно 0, у супротном. Матрица суседства графа G означава се са $A(G)$, а њене сопствене вредности $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ називају се и сопствене вредности графа G . Енергија графа G , у ознаци $E(G)$, је величина која се дефинише са $E(G) = \sum_{i=1}^n |\lambda_i|$. Ову графовску инваријанту увео је И. Гутман у раду из 1978. године и од тада до данас објављен је велики број радова који се баве математичким и хемијским особинама енергије графа.

Велики број интересантних и нетривијалних резултата у вези енергије графова мотивисао је истраживаче широм света да дефинишу и разматрају неке нове енергије, засноване на матрицама различитим од матрице суседства.

Најпре је проучавана Лапласова матрица $L(G)$ графа G , дефинисана са $L(G) = D(G) - A(G)$, где је $D(G)$ $n \times n$ дијагонална матрица, тј. $D(G) = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$, где је d_i степен чвора v_i , $i = 1, 2, \dots, n$, а касније и ненегативна Лапласова матрица $Q(G)$ (енг. signless Laplacian matrix), дефинисана са $Q(G) = D(G) + A(G)$. Матрице $L(G)$ и $Q(G)$ су позитивно семидефинитне, што значи да су њихове сопствене вредности ненегативне, тј. $\mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \geq \mu_n \geq 0$ и $q_1 \geq q_2 \geq \dots \geq q_n \geq 0$, респективно. Како је сума апсолутних вредности Лапласових сопствених вредности графа тривијална графовска инваријанта, једнака двоструком броју грана графа, тј. $\sum_{i=1}^n |\mu_i| = \sum_{i=1}^n d_i = 2m$, Гутман и Zhou су у раду из 2006. године дефинисали Лапласову енергију графа G као збир апсолутних вредности разлика Лапласових сопствених вредности и аритметичке средине степена чворова графа, тј. $LE = LE(G) = \sum_{i=1}^n |\mu_i - \frac{2m}{n}|$.

Ненегативна Лапласова енергија графа $SLE(G)$ се дефинише аналогно Лапласовој енергији графа, при чему се уместо сопствених вредности матрице $L(G)$ користе сопствене вредности матрице $Q(G)$, односно $SLE = SLE(G) = \sum_{i=1}^n |q_i - \frac{2m}{n}|$.

Увођењем нових врста енергије, уочене су бројне њихове сличности, али и разлике у односу на енергију графа, $E(G)$, засновану на матрици суседства, што је био предмет проучавања великог броја истраживача.

Након Лапласове и ненегативне Лапласове матрице разматране су и разне друге матрице придружене графу, као и одговарајуће енергије засноване на њима.

У дисертацији ће бити разматрана резолвентна и Рандићева матрица, као и одговарајуће енергије.

Резолвентна матрица матрице $A(G)$, у ознаци $\mathcal{R}_A(z)$, дефинисана је са $\mathcal{R}_A(z) = (zI_n - A)^{-1}$, где је I_n одговарајућа јединична матрица и z комплексна променљива. Сопствене вредности матрице $\mathcal{R}_A(z)$ су $\frac{1}{z - \lambda_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$, а резолвентна енергија графа G , у ознаци $ER(G)$, дефинише са $ER(G) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n - \lambda_i}$.

Полазећи од претходне дефиниције резолвентне енергије графа, Сафире и сарадници су у раду из 2017. године дефинисали Лапласову резолвентну енергију и ненегативну Лапласову резолвентну енергију (енг. signless Laplacian resolvent energy), коришћењем Лапласових, односно ненегативних Лапласових сопствених вредности графа G , уместо сопствених вредности матрице суседства $A(G)$ графа G , тј.

$$RL(G) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(n+1) - \mu_i}, \quad RQ(G) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(2n-1) - q_i}.$$

У дисертацији ће поред резолвентне енергије графа бити разматрана и Лапласова и ненегативна Лапласова резолвентна енергија, као и Рандићева енергија графа.

Рандићева матрица графа G , у ознаци $R(G)$, је квадратна матрица чија је димензија једнака броју чворова графа G , при чему се на позицији (i, j) ове матрице налази $\frac{1}{\sqrt{d_i d_j}}$ или 0, зависно од тога да ли су чворови v_i и v_j суседни или не, где је са d_i означен степен чвора v_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Ако са r_1, r_2, \dots, r_n означимо сопствене вредности матрице $R(G)$, тада се Рандићева енергија графа G , у ознаци $RE(G)$, дефинише са $RE(G) = \sum_{i=1}^n |r_i|$.

2. Образложење предмета, метода и циља који уверљиво упућују да је предложена тема од значаја за развој науке

Предмет истраживања у дисертацији је енергија графа, графовска инваријанта заснована на спектру графа, која има значајне примене у различитим областима, а пре свега у хемији. Енергија графа данас представља веома актуелну тематику истраживања, како са аспекта хемије, тако и са аспекта математике. Специјално, биће разматрана резолвентна и Рандићева енергија графа. Резолвентна енергија графа је графовска инваријанта која је уведена недавно (2016. године), те стога представља инваријанту која је веома актуелна са аспекта истраживања њених особина, примене, као и њене повезаности са другим графовским инваријантима. Рандићева енергија се доводи у везу са Рандићевим индексом, графовском инваријантом која има многобројне примене у хемији и математици. Такође, Рандићева енергија може се посматрати и као нормализована Лапласова енергија што отвара поље ка истраживању Лапласовог спектра. У дисертацији ће бити извршена систематизација одређених особина резолвентне и Рандићеве енергије, а затим њихова компарација са неким новим резултатима.

Предмет, циљеви и хипотезе ове дисертације обухватају следеће:

- Утврђивање нових граница за резолвентну и Рандићеву енергију које су боље од граница познатих у литератури,
- Карактеризација стабала са максималном (минималном) резолвентном енергијом,
- Карактеризација екстремалних уницикличних графова са максималном (минималном) резолвентном енергијом,
- Карактеризација бицикличних и трицикличних графова са максималном (минималном) резолвентном енергијом,
- Испитивање везе између резолвентне енергије и других инваријанти графа,
- Утврђивање везе између Рандићеве енергије и других инваријанти графа,
- Испитивање особина и одређивање горњих (доњих) граница за Лапласову и ненегативну Лапласову резолвентну енергију,
- Одређивање екстремалних графова са максималном (минималном) вредношћу Лапласове и ненегативне Лапласове резолвентне енергије графа у различитим класама графова.

Методе које ће се примењивати:

- Примена познатих аналитичких неједнакости за добијање нових граница графовских инваријанти,
- Коришћење неједнакости за корене полинома одређене класе,
- Утврђивање трансформација графа које доводе до смањивања или повећавања вредности одређене енергије графа,
- Примена одговарајућих компјутерских програма за тестирање добијених резултата.

Оквирни садржај дисертације: У оквиру дисертације, у уводном делу, биће дат приказ познатих резултата из теорије графова, неопходних за даља разматрања, а посебно резултата који се односе на спектар и енергију графа. Затим ће бити изложени основни појмови, дефиниције и познати резултати који се односе на резолвентну и Рандићеву енергију графа. Посебно ће бити истакнути познати резултати у вези горњих и доњих граница за резолвентну и Рандићеву енергију графа, а затим изложени нови, добијени резултати, којима се побољшавају постојеће и уводе нове границе за поменуте енергије графа. Даље, биће дата карактеризација екстремалних графова у различитим класама (стабла, унициклични, бициклични, трициклични графови) код којих се постиже минимална, односно максимална вредност резолвентне енергије. Након тога ће бити изложени познати и представљени нови резултати којима се одређује међусобна зависност различитих типова енергије графа, као и веза резолвентне и Рандићеве енергије графа и других графовских инваријанти. Даље, биће изложене неке познате особине Лапласове и не-негативне Лапласове резолвентне енергије графа, а затим доказане и нове особине ових енергија, и одређене одговарајуће горње и доње границе за ове инваријанте, као и графови из различитих класа код којих се постижу ове екстремалне вредности. На крају дисертације биће дат приказ коришћене литературе.

3. Образложење теме за израду докторске дисертације које омогућава закључак да је у питању оригинална идеја или оригиналан начин анализирања проблема

У дисертацији ће бити разматрана различита побољшања постојећих и уведене нове границе у којима се налазе вредности резолвентне и Рандићеве енергије графа. Осим тога, биће дата карактеризација графова за које се достижу минималне и максималне вредности поменутих енергија у класама свих стабала, уницикличних, бицикличних и трицикличних графова. Биће успостављена веза између резолвентне, односно Рандићеве енергије графа, и других претходно проучаваних врста енергија графа. Биће разматране особине, горње и доње границе за Лапласову и не-негативну Лапласову резолвентну енергију. Комисија закључује да је предложена тема дисертације **”Неке особине резолвентне и Рандићеве енергије графа ”** кандидата Емира Зогића оригинална идеја.

4. Усклађеност дефиниције предмета истраживања, основних појмова, предложене хипотезе, извора података, метода анализе са критеријумима науке уз поштовање научних принципа у изради коначне верзије докторске дисертације

Кандидат Емир Зогић ће у својој дисертацији обухватити све елементе савременог научно-истраживачког рада поштујући основне критеријуме математичке науке и научних принципа, почев од уводних напомена, основних појмова, предмета истраживања, хипотеза, циљева и метода истраживања, уз имплементацију постојећих и развијањем оригиналних идеја научног истраживања. Полазне хипотезе биће детаљно проверене и образложене кроз анализу обимне литературе. Усклађеност свих сегмената истраживања, у оквиру математике као егзактне науке се подразумева, јер ће само на тај начин истраживање водити ка валидним резултатима. Добијени резултати ће бити верификовани у познатим међународним часописима из области спектралне и хемијске теорије графова и изложени на неколико научних скупова.

5. Предложени ментор израде докторске дисертације

Институт за математику и информатику Природно-математичког факултета у Крагујевцу је за ментора ове дисертације предложио др Бојану Боровићанин, доцента Природно-математичког факултета у Крагујевцу. Др Бојана Боровићанин се активно бави истраживањима у ужој научној области Дискретна математика, посебно у области спектралне и хемијске теорије графова, има публиковане радове у реномираним научним часописима, као и већи број саопштења на међународним и националним научним скуповима.

6. Научна област дисертације

Предложена дисертација припада научној области Математика, ужој научној области Дискретна математика, прецизније, области спектралне и хемијске теорије графова.

7. Научна област чланова Комисије

Чланови Комисије се активно баве истраживањима у области спектралне и хемијске теорије графова и имају велики број публикованих радова у реномираним међународним и домаћим научним часописима из ових области, као и велики број саопштења на међународним и националним научним скуповима. Академик др Иван Гутман је професор емеритус Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област Физичка хемија. Др Игор Миловановић је редовни професор Електронског факултета Универзитета у Нишу, ужа научна област Математика и Паралелни рачунарски системи. Др Бојана Боровићанин је доцент Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област Дискретна математика.

8. Кратка биографија кандидата

Емир Х. Зогић је рођен 19.02.1988. у Новом Пазару. Основну школу "Стефан Немања" и Гимназију завршио је у Новом Пазару. Основне академске студије на смеру Математика на Департману за математичке науке Државног универзитета у Новом Пазару уписао је 2007., а завршио 2011. године са просечном оценом 9,08. Мастер академске студије математике на Математичком факултету Универзитета у Београду уписао је 2011., а завршио 2013. године где је одбранио мастер рад под насловом "Илустрација опште идеје закона реципроцитета преко квадратног, кубног и биквадратног". Докторске академске студије математике уписао је 2014. године на Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу, где је положио све испите предвиђене планом и програмом са просечном оценом 9,28. На Државном универзитету у Новом Пазару радио је као сарадник-демонстратор од 2011. до 2013. године, затим је од 2013. до 2016. године био ангажован као сарадник у настави, а од 2016. године ради као асистент.

9. Преглед научно-истраживачког рада кандидата

Кандидат Емир Зогић је у досадашњем раду показао интересовање, самосталност и способност за научно-истраживачки рад у области спектралне и хемијске теорије графова. До сада има објављена или прихваћена за штампу 3 рада са SCI листе, од чега 2 рада у часописима категорије M21a и 1 рад у часопису категорије M22, као и 2 рада у националним часописима, од чега 1 рад у часопису категорије M51 и 1 рад у часопису категорије

M52. Осим тога, коаутор је поглавља у монографији националног значаја (категорија M45) и има 3 саопштења на скуповима међународног значаја штампана у изводу (M34), што укупно чини 9 библиографских јединица.

Монографије, посебна поглавља у научним књигама (M45)

1. I. Gutman, B. Furtula, **E. Zogić**, E. Glogić, *Resolvent energy*, In: *Energies of Graphs - Theory and Applications* (I. Gutman, X. Li, Eds.), Mathematical Chemistry Monographs, MCM 17, Univ. Kragujevac, Kragujevac, 2016, pp. 277-290. (ISBN 978-86-6009-033-3)

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20)

2. I. Gutman, B. Furtula, **E. Zogić**, E. Glogić, *Resolvent energy of graphs*, MATCH Commun. Math. Comput. Chem. 75 (2016) 279-290. (ISSN 0340-6253, IF(2016) =3,139), **M21a**
3. L. E. Allem, J. Capaverde, V. Trevisan, I. Gutman, **E. Zogić**, E. Glogić, *Resolvent Energy of Unicyclic, Bicyclic and Tricyclic Graphs*, MATCH Commun. Math. Comput. Chem., 77 (2017), 95-104. (ISSN 0340-6253, IF(2016) =3,139), **M21a**
4. E. Glogić, **E. Zogić**, N. Glišović, *Remarks on the upper bound for the Randić energy of bipartite graphs*, Discrete Applied Mathematics, 221 (2017), 67-70. (ISSN 0166-218X, IF(2016)=0,956), **M22**

Научни радови објављени у научним часописима националног значаја (M50)

5. **E. Zogić**, B. Borovićanin, *Some New Bounds on Randić Energy*, Kragujevac Journal of Mathematics, in press. (ISSN 2406-3045), **M51**
6. **E. Zogić**, E. Glogić, *New Bounds for the Resolvent Energy of Graphs*, Scientific Publications of the State University of Novi Pazar, Ser. A: APPL. MATH. INFORM. AND MECH. vol. 9 (2) (2017), 187-191. (ISSN 2466-3778), **M52**

Саопштења на међународним научним скуповима штампана у изводу (M34)

7. E. Glogić, **E. Zogić**, *Comparative analysis of interconnection networks*, Third International Conference CPMMI 2014, CONTEMPORARY PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS, 16th and 17th June 2014, State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia.
8. I. Gutman, B. Furtula, **E. Zogić**, E. Glogić, *Resolvent energy of graphs*, Spectra of graphs and applications 2016, May 18-20, 2016, Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia.
9. E. Glogić, **E. Zogić**, N. Glišović, *Remarks on the upper bound for Randić index of bipartite graphs*, Fourth International Conference CPMMI 2016, CONTEMPORARY PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS, June, 19-21, 2016, State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia.

ЗАКЉУЧАК

Кандидат Емир Зогић је у досадашњем раду показао изузетно интересовање за научно-истраживачки рад, као и висок степен одговорности и способности решавања постављених научних задатака. Досадашњи резултати научно-истраживачког рада кандидата везани за предложену тему докторске дисертације објављени су или прихваћени за објављивање у 2 рада категорије М21а, 1 раду категорије М22, 1 раду категорије М51, 1 раду категорије М52, као и у оквиру поглавља монографије националног значаја (категирија М45), на основу чега се закључује да је кандидат остварио почетне резултате у раду на предложеној теми дисертације, што обећава њену успешну реализацију.

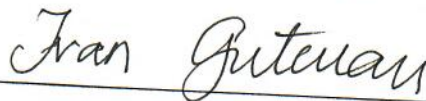
Комисија сматра да кандидат Емир Зогић испуњава све услове који су неопходни за пријаву теме за израду докторске дисертације, као и да ће успешно реализовати планирана истраживања.

Комисија са задовољством предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у Крагујевцу и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу, да се тема под називом **"Неке особине резолвентне и Рандићеве енергије графа"** прихвати као тема докторске дисертације и одобри кандидату Емиру Зогићу рад на њеној изради, и да се за ментора на изради дисертације именује др Бојана Боровићанин, доцент Природно-математичког факултета у Крагујевцу.

КОМИСИЈА:



др Бојана Боровићанин, доцент,
предложени ментор
Природно-математички факултет
Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Дискретна математика



др Иван Гутман, професор емеритус,
председник комисије
Природно-математички факултет
Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Физичка хемија



др Игор Миловановић, редовни професор,
члан Комисије
Електронски факултет
Универзитет у Нишу
Ужа научна област: Математика, Паралелни
рачунарски системи