

Наставно-научном већу Природно - математичког факултета и Већу

за природно - математичке науке Универзитета у Крагујевцу

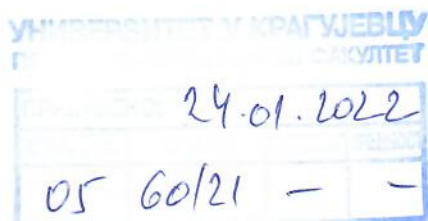
На седници Наставно-научног већа Природно - математичког факултета у Крагујевцу одржаној 29.12.2021. године (број одлуке 650/XVI – 1) и на седници Већа за природно - математичке науке одржаној 19.01.2022. године (број одлуке IV – 01 – 9/16) одређени смо за чланове Комисије за подношење извештаја о оцени научне заснованости теме и испуњености услова кандидата Милана Башића за израду докторске дисертације: **”Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела”**. На основу приложене документације, као и личног увида у рад кандидата, Комисија подноси следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Научни приступ проблему предложеног нацрта докторске дисертације и процена научног доприноса крајњег исхода рада

Под предиктивним моделом се подразумева временски зависан процес којим се трансформише знање о узорку популације на целу популацију (или популацију која је у некој врсти везе са датом), прецизније речено, то је функција којом се адекватно апроксимира скуп података у односу на одређени математички критеријум. Конструкција модела (детерминистички, недетерминистички, статистички, стохастички) високе тачности предикције у односу на задати проблем, зависи од домена проблема, својстава функције којом се врши предикција, али и врсте корелације између независних (улазних) променљивих модела и зависних (излазних) променљивих модела. Када излазне променљиве нису независне или немају исту расподелу, а то се дешава у случајевима када подаци имају неку врсту секвенцијалне, временске, просторне или временско-просторне корелације, тада се мора прибећи неком погоднијем начину моделирања корелације између излазних променљивих у структурираном скупу података. У предложеном нацрту докторске дисертације ће се разматрати типови модела у којима се подаци могу организовати тако да постоји релацијска зависност међу излазним променљивама, односно излази представљају чворове неког (тежинског) графа.

Теорија предиктивних модела заснованих на графовским везама између излаза (предиктивни графовски модели) последњих пар деценија бележи интензиван развој, готово у свакој научној области у којој је нашла примену и спектрална теорија графова, али и у многим практичним проблемима из области као што су биоинформатика, компјутерска визија, теорија социјалних мрежа, теорија одлучивања у реалном временом, трговање на берзи, интеграција података, метеорологија, итд. Идеја о увођењу графовских модела (Random Fields) се први пут јавља у просторним ауторегресивним моделима у чијој је конструкцији узета у обзир просторна корелација између података модела (Anselin 1988, Shekhar 2002). Касније је у варијантама Гаусових процеса примењена идеја о укључивању у модел два типа информација: зависност између улазних променљивих и корелација између излазних променљивих (Во 2009). Међу графичким моделима најпопуларнији тип модела је неусмерени графовски модел, Lafferty 2001 (у литератури се користи још термин Conditional Random Fields). Неусмерени графовски модели су првобитно били дизајнирани за класификацију секвенцијалних података, а затим су нашли примену у многим областима као што су компјутерска визија и биоинформатика (Kumar 2006, Liu 2004).



Ови модели представљају алтернативу линеарним динамичким системима (Калмановим филтерима) који укључују претпоставку о независности излазних променљивих, за разлику од линеарних динамичких система. Функција графовских модела (функција обележја улазних података) је углавном линеарна, док ће се у предложеном нацрту дисертације анализирати квадратна.

Директно извршавање модела је најчешће немогуће, јер је процес извршења веома рачунарски захтеван и дуготрајан. Оптимизација графовских модела је неопходна у случају када је ред графа велики (чак иако је функција модела линеарна), јер се при процени параметара модела мора водити рачуна о сложености израчунавања неефикасних матричних операција над матрицама придружених графу модела. Кандидат је анализирао актуелну литературу која се бави могућим начинима оптимизације поменутих модела наводећи њихове недостатке. Један од приступа за превезилажење проблема велике сложености израчунавања модела састоји се у декомпоновању матрица на фактор-матрице нижег реда или нижег ранга погодним матричним операцијама, факторизацијама или декомпозицијама, а затим, извршавањем модела на фактор-матрицама и груписањем добијених резултата. Иако се ова идеја природно намеће, на пример, у случају примене предиктивних графовских модела у компјутерској визији (Kumar 2006) где је граф модела дводимезионална регуларна или нерегуларна мрежа (алтернативно Краљев граф) и самим тим се његова матрица суседства може представити као Декартов производ матрица суседства путева, у литератури је ипак ова идеја недовољно експлоатисана. Одређени резултати се могу наћи у радовима (Leskovec 2010) и (Glass 2017), у којима се користи Кронекерска (тензорска) матрична структура за моделирање реалних мрежа и убрзање оптимизационог процеса. Разлог томе је што фактор-матрице не наслеђују увек спектралне особине матрица из којих су настале у односу на типове композиција и факторизација, али и обрнуто, различити типови операција примењени на фактор-матрице не преносе нужно својства фактор-матрица на матрицу резултата. Иако су матрична израчунавања на фактор-графовима мање захтевна у односу на израчунавања на комплетној структури графа, ова идеја често није директно применљива на графовским моделима.

Централни део докторске дисертације представља унапређивање оптимизационих перформанси (неусмерених) графовских модела чија је предиктивна функција квадратна форма обележја, увођењем иновативних начина декомпоновања матрица придружених графовима. Оптимизационе методе би биле тестиране путем различитих метрика модела на типовима графовских структура које ефективно моделирају реалну мрежу, као што су: random, scale-free, small world графови, али и оних који се јављају у применама: Кронекерски, Теплицови, квази-периодични, интегрални, пермутациони, итд. У дисертацији ће бити извршена систематизација одређених метода декомпозиција матрица које се могу употребити у оптимизацији модела, а затим и њихова компарација са новим методама. На одређеним класама графова очекују се резултати блиски оним који се добијају директним извршавањем модела уз реда величине мању сложеност метода. Како тополошке структуре графова могу у потпуности бити описане њиховим придруженим графовским матрицама, анализираћемо поједина спектрална својства и инваријанте графова које ће се јавити у оптимизационој проблему: спектар Лапласове и нормализоване Лапласове матрице Кронекерског графа, коефицијент корелације сопствених вектора Лапласове и нормализоване Лапласове матрице, заборављени тополошки индекс, дијаметар циркуларних графова, спектар цикличне матрице, итд.

2. Образложење предмета, метода и циља који уверљиво упућују да је предложена тема од значаја за развој науке.

2.1. Предмет, циљеви и хипотезе дисертације

Дисертација представља допринос проучавању предиктивних (регресионих и класификационих) модела заснованих на организацији излазних променљивих у виду графовских неусмерених веза. Како предиктивни модел у конкретним применама треба да процесира велику количину података, потребно је пронаћи ефикасне методе за његово директно извршавање. Анализом литературе може се закључити да ови модели немају задовољавајућу скалабилност са порастом броја чворова у графу. Илустрације ради, време извршења модела може бити проблематично уколико је ред графа 10 000, чак иако је густина графа мања од 50%, док је време извршења модела у 50 временских јединица, за редак граф реда 100 000, око 2 месеца. Одређено побољшање овог модела је предложено у раду (Glass 2016) у којем је посматран само одређени тип грана између чворова графа, међутим ова идеја није применљива на реалне графове који се јављају у проблемима теорије одлучивања у реалном времену. Током оптимизационог метода модела, потребно је итеративно извршавати рачунски неефикасне операције над матрицама придруженим графу модела, па су зато неопходна нова побољшања.

Циљ дисертације је налажење матричних метода са што мањом асимптотском сложености којима би се што прецизније проценили непознати параметри модела приликом њиховог нумеричког израчунања. Прецизније, нумерички (најчешће градијентни) метод оперише матрицом прецизности која представља суму дијагоналне матрице суме придружених параметара модела (на главној дијагонали се налазе суме параметара модела) и скалиране Лапласове матрице графа модела (скалирање се врши по интеракцијском параметру модела), па је за итеративно ажурирање параметара потребно налажење трага инверза матрице прецизности. Овај проблем је могуће еквивалентно формулисати у проблем налажења оптимума рационалних функција по непознатим параметрима модела, уколико се кроз претпроцесирање у итеративном (градијентном) методу изврши дијагонализација Лапласове матрице графа. Итеративни методи за налажење сопствених вредности и вектора извршени над целом матрицом графа су скупи (QR, Lanczos, Power iterations, Inverse iterations), зато је један од задатака дисертације налажење матрице нижег ранга која би апроксимирала Лапласову матрицу графа модела, а која би задржала доминантна спектрална својства поменуте матрице.

Природно се намеће идеја да се граф модела апроксимира Кронекерским производом два графа у односу на неку норму, јер се проблем налажења ових графова своди на примену метода сингуларне декомпозиције ранга 1 на одређени тип пермутационе матрице изведене из матрице суседства графа модела. Међутим, ова идеја се не може директно применити, с обзиром на то да се дијагонализација Лапласове матрице Кронекерског производа графова не може извести употребом дијагонализације графова чинилаца, те је потребно осмислити нове апроксимативне методе за решење овог проблема, што ће бити један од циљева рада. Такође, сама апроксимација графа Кронекерским производом не може бити довољно прецизна, јер матрица суседства Кронекерског производа два фактор-графа није увек довољно великог ранга у односу на матрицу суседства графа. Да би се решио проблем повећања ранга матрице којом се апроксимира матрица суседства графа, један од начина би био представљање матрице суседства у виду збира Кронекерских производа два графа (рангови матрица суседства фактор-графова су знатно мањи од ранга полазне матрице суседства графа). Овај проблем се може еквивалентно формулисати као

проблем налажења k највећих сингуларних вредности матрице суседства, као и њихових одговарајућих сингуларних вектора, где је k број сабирака у репрезентацији апроксимативног графа чија је матрица суседства збир Кронекерских производа матрица. Један од партикуларних циљева рада биће анализа потенцијалне неефикасности горњег метода. Наиме, може се одмах приметити да се поред очигледног повећања сложености израчунавања јавља и проблем одређивања сопствених вредности Лапласове матрице графа у функцији од сопствених вредности Лапласових матрица фактор-графа нижег ранга за које важи да је збир производа њихових матрица суседства једнак матрици суседства полазног графа. Графови чије су матрице суседства добијене од матрица суседства графова нижег реда употребом одређеног броја операција Кронекерског производа, су познати у литератури као Кронекерски графови (Leskovec 2010). Стога је од интереса проучити апроксимацију графа неким Кронекерским графом нижег ранга који поседује доминантна спектрална својства полазног графа. Овде треба имати у виду да се сваки повезани небипартитни граф може на јединствен начин представити као Кронекерски производ одређеног броја графова (проста факторизација графа), тј. сваки повезани небипартитни граф је граф Кронекерског типа (Hamack 2011). Оваква декомпозиција је захтевна у смислу сложености израчунавања, па је задатак одредити који је оптимални број фактора и који су фактори неопходни за ефикасну апроксимацију полазног графа.

Основне хипотезе од којих се полази у овом делу дисертације су следеће:

- * одговарајуће апроксимације Кронекерским графовима за граф модела коришћењем производа сопствених вектора (нормализованих) Лапласових матрица фактор-графа се могу употребити при налажењу ефикасног начина дијагонализације Лапласове матрице графа модела у циљу добијања разумног одступања у процени параметара модела;
- * Кронекерски графови природно поседују стандардне особине реалних мрежа и могу се употребити за ефективно моделирање структуре реалне мреже;
- * високе вредности метрика: коефицијент корелације сопствених вектора (нормализованих) Лапласових матрица фактор-графа и дистрибуција релативне грешке њихових сопствених вредности чија је медијана блиска x -оси гарантују добру апроксимацију Лапласове матрице графа модела;
- * прецизност Кронекерских апроксимација се повећава код грански гушћих графова када је ред графа фиксиран;
- * проблем налажења апроксимативне Кронекерске декомпозиције датог графа модела може се успешно извести коришћењем Декартовог скелетона графа модела, јер је спектар Лапласове матрице у потпуности детерминисан спектрима Лапласових матрица фактор-графа у односу на Декартов производ;
- * различитим врстама Кронекерских декомпозиција матрица придружених графу модела се могу добити различите класе ефикасних модела високе тачности.

Директна декомпозиција Лапласове матрице графа модела је још један правац у којем би се одвијало истраживање у смислу побољшања ефикасности модела. Овим приступом би се заобишао проблем карактеризације Лапласовог спектра графа у функцији Лапласових спектра његових фактор-графа, чиме би се смањила комплексност извршавања метода. Наиме, добро је познато да се сложеност израчунавања линеарног Теплицовог система може смањити апроксимацијом Теплицове матрице цикличном и то одређеним

размештањем елемената прве врсте Теплицове матрице (Strang 1986) или апроксимацијом у односу на неку норму (Chan 1988). Овај апроксимативни метод је само специјални случај декомпозиције матрице путем суме цикличних матрица са одговарајућом релаксацијом. Тачност апроксимације се повећава уколико се дата матрица трансформише у њој сличну матрицу, а онда се она декомпонује циркуларном декомпозицијом што се може извести употребом дводимензионалне брзе Фуријеове трансформације (FFT). Оваква декомпозиција матрице је еквивалентна разлагању матрице у степени ред по пермутационој матрици (матрици суседства циклуса). Циљ је одредити одређени број елемената (сабирака) у декомпозицији тако да се направи баланс између разумног губитка тачности модела и проређивања матрице да би се успешно применила Фуријеова трансформација. Такође је потребно окарактерисати графове са одређеним спектралним својствима у класи циркуларних графова да би допринели ефикасној циркуларној декомпозицији графа модела.

Основне хипотезе од којих се полази у овом делу дисертације су следеће:

- * апроксимација Лапласове матрице добијена њеном декомпозицијом путем циркуларне декомпозиције, тј. суме цикличних матрица са одговарајућом релаксацијом може довести до ефикасне и тачне оптимизације модела, пре свега у случају када је Лапласова матрица графа модела квази-периодична;
- * карактеризација графова са одређеним спектралним својствима у одређеној класи квази-периодичних графова (графови са малим бројем различитих сопствених вредности, графови са малим дијаметром, графови са максималним модулом највеће Лапласове сопствене вредности) може допринети ефикасној декомпозицији графа за коју је сложеност израчунавања модела мања.

2.2. Методе истраживања

У процесу истраживања и провере валидности постављених хипотеза користеће се следеће методе:

- * извођење формула за апроксимирање Лапласовог спектра и Лапласових сопствених вектора Кронекерског графа користећи спектре и сопствене векторе (нормализованих) Лапласових матрица његових фактор-графова;
- * извођење теоретских објашњења о стабилности апроксимација спектра и сопствених вектора Лапласове матрице Кронекерских графова и графова добијених циркуларним декомпозицијама у случајевима када расту ред графа и густина грана графа модела, као и у граничним случајевима;
- * провера валидности апроксимативних матрица за Лапласову матрицу графа модела поређењем апроксимираног спектра и оригиналног спектра Лапласових матрица у терминима релативне грешке, као и апроксимираних сопствених вектора и оригиналних сопствених вектора у терминима коефицијената корелације;
- * утврђивање односа између коефицијената корелације налажењем минимума одређене функције Загреб индекса и тзв. заборављеног тополошког индекса (Forgotten topological index) графа модела;
- * карактеризација спектралних својстава цикличних матрица методом анализе њихових сопствених вредности добијених брзом Фуријеовом трансформацијом прве врсте цикличне матрице;

- * тестирање ефикасности модела на различитим класама специјалних графова, као и на графовима који симулирају реалне мреже на основу изведених апроксимација;
- * примена довдимензионалне брзе Фуријеове трансформације у циркуларним декомпозицијама, која би се даље применила у апроксимацији сопствених вредности Лапласове матрице графа модела;
- * примена познатих аналитичких неједнакости у одређивању почетних вредности итеративног (градијентног) метода за оцењивање параметара модела.

2.3. Оквирни садржај докторске дисертације

Имајући у виду предложену тему докторске дисертације, предмет и циљ истраживања, дисертација би била организована на следећи начин:

Прва глава биће уводног карактера, у њој ће најпре бити изложен приказ резултата спектралне теорије графова који ће бити коришћени у тези, као и формалне математичке дефиниције појмова који представљају основ за даље разматрање графовско-матричних производа, декомпозиција и факторизација. Други део главе садржаће познате резултате о декомпозицији графова на простије графовске структуре, као и резултате о комбиновању графова у сложеније користећи граф-матричне операције, пре свега одређене типове графовских производа. Посебно ће бити истакнута три фундаментална графовска производа: Декартов, Кронекерски (тензорски, директни) и јаки, као и типови композиција: спектрална, циркуларна и сингуларна. У класи асоцијативних графовских производа, ове врсте производа укључују на природан начин одређена својства фактор-графова у нови граф (формално речено, бар једна пројекција новог графа на један од фактор-графова је хомоморфизам). Фокус ће бити усмерен на јединствености простих факторизација повезаних графова у односу на поменуте производе, као и на циркуларну декомпозицију. Везе између спектралне и сингуларне декомпозиције са једне, и декомпозиције ранга један са друге, биће обрађене у следећем делу главе, а онда ће се приступити примени овог резултата на декомпозицију графовских матрица у виду збира Кронекерских производа по две матрице. Коначно, у последњем делу ове главе биће описан графовски (структурни) пробабилистички модел чија функција модела зависи како од обележја улазних променљивих, тако и од релационе структуре између излазних променљивих (графа модела). Карактеристике овог модела биће коментарисане у светлу Лапласове матрице графа модела, као и почетних вредности параметара модела у итеративном (градијентном) методу за оцењивање параметара модела.

У другој глави дисертације биће изложени нови резултати у вези налажења апроксимативне матрице нижег ранга употребом производа која би апроксимирала Лапласову матрицу графа модела, а која би задржала доминантна спектрална својства поменуте матрице. Најпре ће граф модела бити апроксимиран Кронекерским производом два графа у односу на Фробениусову норму, а затим ће се анализирати уопштења ове апроксимације кроз суму Кронекерских производа два графа (специјални случај поменуте декомпозиције је Кронекерски збир) и Кронекерски производ више од два графа. У другом делу главе фокус ће бити на дијагонализацији Лапласове матрице Кронекерског производа графова, с обзиром на то да се она не може извести употребом дијагонализације фактор - графова (отворен проблем). У овом контексту ће бити изведене формуле за апроксимирање Лапласовог спектра и Лапласових сопствених вектора Кронекерског графа користећи спектре и

сопствене векторе (нормализованих) Лапласових матрица његових фактор-графова. Такође ће бити представљена теоретска објашњења о стабилности апроксимација спектра и сопствених вектора Лапласове матрице Кронекерских графова. Овде ће бити коришћене метрике коефицијената корелације за апроксимативне сопствене векторе и релативних грешака за апроксимативне сопствене вредности. Пошто се односи између одређених коефицијената корелације се свде на односе између одређених тополошких индекса графа (заборављени тополошки индекс, Загреб индекс,...), у овом делу рада ће бити показане одређене неједнакости између њих. На крају ове главе дискутоваће се како свака од горе наведених апроксимација утиче на ефикасност модела у смислу тачности оцене параметара и брзине конвергенције (градијентне) методе. Ефикасност предложених метода ће бити евалуирана нумеричким експериментима за графове модела из различитих класа специјалних графова, као и за типове графова добијених симулатором реалних мрежа.

У трећој глави користимо метод декомпозиције Лапласове матрице као суме циклических матрица са одговарајућом релаксацијом. Идеја ове декомпозиције састоји се у примени брзе Фуријеове трансформације да би се добила матрица слична полазној (полазна матрица и њој слична имају идентични спектар). У следећој етапи биће издвојен само одређени број циркуларних компоненти (одређени број сабирака декомпозиције) да би се полазна матрица апроксимирала матрицом нижег ранга. Тиме би се постигла бржа конвергенција метода уз разумно смањење тачности естимације параметара модела. У другом делу главе ће бити изведена нумеричка израчунавања у којима ће бити показано да овај метод даје добре резултате на Теплицовим, блок-Теплицовим, периодичним и квази-периодичним матрицама. Како конвергенција метода зависи од највеће сопствене вредности Лапласове матрице, биће презентоване одговарајуће горње и доње границе за ову вредност у класи циркуларних графова, у случају када се извршава декомпозиција блок-Теплицове матрице циркуларном декомпозицијом. Такође ће у наставку бити коментарисане тополошке инваријанте циркуларних графова које утичу на њихова спектрална својства (дијаметар, средње растојање у графу, итд.). Дијаметар графа је у директној кореспонденцији са модулом друге највеће сопствене вредности, а њена величина утиче на коефицијент кластеризације графа (а тиме и боље декомпозиције), па ће се разматрати максимална вредност дијаметра графа. У простој Декартовој факторизацији циркуларних графова јављају се графови који имају мали број различитих сопствених вредности, па ће се на крају ове главе приступити карактеризацији графова са три и четири различите сопствене вредности.

У закључку ће бити сумирани резултати целокупне докторске дисертације. Биће наведени могући правци у даљем истраживању, као и списак научних доприноса.

3. Образложење теме за израду докторске дисертације које омогућава закључак да је у питању оригинална идеја или оригиналан начин анализирања проблема

Као што се може видети у тачкама 1. и 2., осим уводног поглавља и закључка, остала поглавља би садржала оригиналне научне резултате настале у изради ове дисертације. У предложеној теми докторске дисертације ће бити уведене иновативне методе за декомпозицију Лапласових матрица графовских модела базиране на Кронекерском (тензорском) производу и циркуларној декомпозицији у циљу оптимизације таквих модела. Да би ове методе биле имплементиране на ефикасан начин, биће изведене апроксимативне формуле за Лапласов спектар и Лапласове сопствене векторе Кронекерског графа користећи спектре и сопствене векторе (нормализованих) Лапласових матрица његових фактор-графова (налажење аналитички тачних формула је још увек отворен). Даље ће бити разматрана

теоретска објашњења о стабилности апроксимација спектра и сопствених вектора Лапласове матрице Кронекерских графова коришћењем метрика коефицијената корелације за апроксимативне сопствене векторе и релативних грешака за апроксимативне сопствене вредности. Односи између одређених коефицијената корелације се свде на односе између одређених тополошких индекса графа модела, па ће у раду бити показане одређене неједнакости између њих. Лапласова матрица графа модела се може апроксимирати употребом циркуларне декомпозиције уз анализу само одређеног броја циркуларних компоненти (одређени број сабирака декомпозиције) да би се полазна матрица апроксимирала матрицом нижег ранга. Из тог разлога ће бити дата карактеризација графова са одређеним спектралним својствима у класи циркуларних графова (графови са малим бројем различитих сопствених вредности, графови са малим дијаметром, графови са максималним модулом највеће Лапласове сопствене вредности) што може допринети ефикасној циркуларној декомпозицији графа. Ефикасност оптимизационих метода у смислу тачности оцене параметара и брзине конвергенције метода ће бити евалуирана нумеричким експериментима за графове модела из различитих класа специјалних графова (близу Кронекерских, квазипериодичних, Теплицових, циркуларних), као и за типове графова добијених симулацијом реалних мрежа. Комисија закључује да је предложена тема дисертације **”Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела”** кандидата Милан Башића оригинална идеја.

4. Усклађеност дефиниције предмета истраживања, основних појмова, предложене хипотезе, извора података, метода анализе са критеријумима науке уз поштовање научних принципа у изради коначне верзије докторске дисертације

Кандидат је у пријави теме докторске дисертације обухватио све елементе савременог научно-истраживачког рада поштујући основне критеријуме математичке науке и научних принципа, коришћењем постојећих и развијањем оригиналних идеја научног истраживања. Кандидат је показао способност анализе обимне литературе и дефинисања хипотеза за даља теоријска и практична истраживања у областима спектралне теорије графова, теорије матрица и оптимизације. На основу утврђених хипотеза, кандидат је предложио смерове истраживања који ће довести до конкретних научних резултата. Добијени резултати ће бити верификовани у научним часописима међународног значаја из области дискретне и примењене математике. Комисија истиче да постоји усклађеност дефиниције предмета истраживања, основних појмова, предложених хипотеза са критеријумима научне мисли, уз поштовање научних принципа.

5. Предложени ментор докторске дисертације

Институт за математику и информатику Природно-математичког факултета у Крагујевцу је за ментора ове дисертације предложио др Игора Миловановића, редовног професора Електронског факултета у Нишу. Др Игор Миловановић се активно бави истраживањима у ужој научној области Математика, посебно у области спектралне и хемијске теорије графова и теорије матрица, има публиковане радове у репомираним научним часописима, као и већи број саопштења на међународним и националним научним скуповима.

6. Научна област дисертације

Предложена тема дисертације припада научној области Математика, ужа научна област Дискретна математика. У дисертацији се користе пре свега теоријски резултати

из области спектралне теорије графова и теорије матрица. Ова тема садржи и елементе неких других области: нумеричке математике и оптимизације, комплексних мрежа, апроксимативних метода и хеуристика и математичког моделирања.

7. Научна област чланова Комисије

Др Предраг Станимировић (председник комисије) је редовни професор на Природно-математичком факултету Универзитета у Нишу, ужа научна област Информатика. Др Предраг Станимировић се активно бави истраживањима у области нумеричке математике и оптимизације, као и теоријом матрица.

Др Бојана Боровићанин је ванредни професор на Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област Дискретна математика. Др Бојана Боровићанин се бави истраживањима у области спектралне и хемијске теорије графова. Област њеног интересовања је у највећој мери екстремална теорија графова, односно карактеризација графова који достижу највећу/најмању вредност различитих графовских инваријанти, уз одређивање одговарајућих горњих/доњих граница.

8. Кратка биографија кандидата

Милан Башић је рођен 19. 07. 1979. у Нишу. Завршио је ОШ Теле-кула и Гимназију Светозар Марковић у Нишу са одличним успехом (носилац дипломе Вук Караџић). Током основног и средњошколског образовања освојио је на десетине признања, похвала и награда (првих, других и трећих) на такмичењима из математике, програмирања, физике и научно-техничког стваралаштва од најнижег до највишег нивоа. Осим тога, учествовао је на летњим школама и другим програмима намењеним младим талентованим математичарима и информатичарима, попут истраживачких станица и семинара у Петници, Караташу, Авали, Белој Цркви, итд. За изузетан успех постигнут током основног и средњошколског образовања добитник је награде Скупштине града Ниша и стипендије Владе Краљевине Норвешке.

Дипломске студије на смеру за Информатику и рачунарство на Одсеку за Математику и информатику Природно-математичког факултета у Нишу завршио је 2004. године са просечном оценом 10 (десет) као студент генерације. Дипломски рад под називом "Конструкција преводаоца за подскуп програмског језика Pascal" одбранио је са оценом 10. У току студија укључен је у рад Семинара за алгебру, комбинаторику и информатику, у оквиру Математичког института САНУ и Природно-математичког факултета у Нишу, и рад пројекта „Center of Excellence for Applications of Mathematics“, немачке агенције за академску сарадњу DAAD и Пакта за стабилност Југоисточне Европе. По завршетку дипломских студија, школске 2004/2005, уписао је магистарске студије на смеру за Рачунарство и информатику на Одсеку за математику и информатику Природно-математичког факултета у Нишу и положио све испите са просечном оценом 10, а школске 2006/2007 године уписао је докторске академске студије на Природно-математичком факултету у Нишу, на студијском програму за Информатику (Рачунарске науке). Такође је положио све програмом предвиђене испите са просечном оценом 10 и стекао 120 ЕСПБ потребних за пријаву докторске дисертације. Докторску дисертацију под називом "Неки проблеми теорије графова на квантним мрежама и недетерминистичким аутоматима" успешно је одбранио 2011. године. Докторске академске студије је уписао на студијском програму Математика, на Природно-математичком факултету у Крагујевцу школске 2012/2013. године, где је положио све испите предвиђене планом и програмом са просечном оценом 10.

9. Преглед научно-истраживачког рада кандидата

Милан Башић се бави научно-истраживачким радом у областима: теорија графова (спектрална и хемијска), дискретна математика, теорија матрица, оптимизација, теорија језика и аутомата, квантна информатика, фази логике, итд.

До сада има објављених 20 радова на SCI листи, 13 саопштења на скуповима међународног значаја и једно саопштење на скупу националног значаја.

9.1. Референце из уже области докторске дисертације

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20)

1. M. Bašić, Hamiltonian properties of unitary Cayley graphs, *Filomat*, Vol. 32, 2018, No. 1, 71-85, ISSN: 0354-5180; M22, IF2018 = 0.789 (Mathematics, 148/314).
2. A. Ilić, M. Bašić, Path matrix and path energy of graphs, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 335, 2019, 537-541, ISSN: 0096-3003; M21a, IF2019 = 3.472 (Mathematics, Applied 7/261).
3. M. Bašić, A. Ilić, A. Stamenković, Maximal diameter on a class of circulant graphs, *Lecture Notes in Computer Science / Lecture Notes in Artificial Intelligence, ALGEBRAIC INFORMATICS, CAI 2019*, Vol. 11545, 2019, 76-87, ISSN: 0302-9743; M24 (Computer Science, Theory & Methods).
4. M. Bašić, A. Ilić, Polynomials of unitary Cayley graphs, *Filomat*, Vol. 29, No. 9, 2015, 2079-2086, ISSN: 0354-5180; M22, IF2015 = 0.603 (Mathematics 161/312).

Саопштења на међународним научним скуповима штампана у изводу (M30)

5. M. Bašić, Some spectral and combinatorial properties of nonnegative cyclic matrices, *The second Abu Dhabi university annual international conference: Mathematical science and its applications*, Abu Dhabi, UAE, 2013 (M32).- предавач по позиву
6. M. Bašić, Interconnection networks with recursive structure, *13th Serbian Mathematical Congress*, Vrnjačka Banja, Serbia, 2014 (M34).
7. M. Bašić, B. Arsić, Dynamic updates of hierarchical clustering operations, *Analysis, Topology, Algebra: Theory and Applications (ATA 16)*, Čačak, Serbia, 2016. (M34).
8. N. Spasić, M. Bašić, On the performances of GCRF model based on digraph network, *14th Serbian Mathematical Congress*, Kragujevac, Serbia, 2018 (M34).

Саопштења са скупова националног значаја штампана у изводу (M60)

9. M. Bašić, On the spread of integral circulant graphs, *Kongres mladih matematičara*, Srpsko naučno matematičko društvo, Novi Sad, Srbija, 2019. (M64).

З А К Л Ј У Ч А К

На основу свега изложеног Комисија закључује да:

- Кандидат **Милан Башић** испуњава све суштинске и формалне захтеве који се траже од кандидата за израду докторске дисертације;
- предложена тема за израду докторске дисертације је **потпуно научно заснована, врло значајна, интересантна, као и актуелна.**

Са задовољством предлагемо Наставно - научном већу Природно - математичког факултета у Крагујевцу и Већу за природно - математичке науке Универзитета у Крагујевцу да се тема под називом **"Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела"** прихвати као тема докторске дисертације и одобри кандидату **Милану Башићу** њена израда, као и да се за **ментора докторске дисертације** именује др **Игор Миловановић**.

У Крагујевцу и Нишу,
20.01.2022. године

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ



др Предраг Станимировић, редовни професор - **председник комисије**
Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу
Ужа научна област: Информатика



др Игор Миловановић, редовни професор - **ментор**
Електронски факултет, Универзитет у Нишу
Ужа научна област: Математика



др Бојана Боровитанин, ванредни професор - **члан комисије**
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Дискретна математика

Већу катедре Института за математику и информатику

**Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у
Крагујевцу**

Предмет: Мишљење руководиоца ДАС Математике о Извештају за оцену научне заснованости теме и испуњености услова кандидата и предложеног ментора за израду докторске дисертације

На основу увида у садржај Извештаја о оцени научне заснованости теме и испуњености услова кандидата **Милана Башића** за израду докторске дисертације под радним насловом „**Примена матричних операција и декомпозиција у оптимизацији предиктивних графовских модела**” и предложеног ментора **проф. др Игора Миловановића**, дајем **позитивно мишљење** на садржај Извештаја.

У Крагујевцу,

24.01.2022. године

Руководилац ДАС Математике


проф. др Емилија Нешовић