



Институт за математику и информатику
27.06.2022.
Крагујевац

Наставно – научном већу
Природно – математичког факултета



Веће катедре Института за математику и информатику је разматрало Извештај чланова комисије у саставу:


1. Академик др Градимир В. Миловановић, редовни професор у пензији, Математички институт САНУ, ужа научна област: Нумеричка анализа и теорија апроксимација, датум избора у звање: 03.03.1986, **председник комисије**
2. Проф. др Марија Станић, редовни професор Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област: Математичка анализа са применама, датум избора у звање: 30.11.2017, **предложени ментор**
3. Доц. др Татјана Томовић Младеновић, доцент Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област: Математичка анализа са применама, датум избора у звање: 12.06.2019, члан комисије

који садржи

- позитивну оцену подобности теме докторске дисертације под називом **Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле**
- позитивну оцену испуњености услова кандидата Невене Петровић за израду докторске дисертације,
- позитивну оцену испуњености услова за ментора др Марије Станић.

Веће катедре је упознато са достављеним позитивним мишљењем Руководиоца докторских академских студија Математике којим се прихвата наведени Извештај и сагласно је да се Извештај проследи у даљу процедуру.

Молимо вас да наставите са даљом процедуром.


Управник Института
др Бојана Боровићанин

**НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ**

**ВЕЋУ ЗА ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКЕ НАУКЕ
УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ**

**ИЗВЕШТАЈ О НАУЧНОЈ ЗАСНОВАНОСТИ ТЕМЕ
И ИСПУЊЕНОСТИ УСЛОВА КАНДИДАТА
ЗА ИЗРАДУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

На седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 08.06.2022. године, одлуком број IV-01-398/15, а на предлог Наставно-научног већа Природно-математичког факултета, одлука број 270/VII-1 од 25.05.2022. одређени смо у Комисију за оцену научне заснованости теме и испуњености услова кандидата **Невене Петровић** и предложеног ментора за израду докторске дисертације под насловом

Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле.

На основу приложене документације, као и личног увида у рад кандидата, подносимо Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Научни приступ проблему предложеног нацрта докторске дисертације и процена научног доприноса крајњег исхода рада

Нумеричка анализа, још општије Нумеричка математика, развијала се у оквирима класичне математике, као и у радовима Њутна, Лагранжа, Ојлера и других, кад год би се неки проблем решавао приближним методима. У наше време она се издвојила у посебну грану математике. Ортогонални полиноми у великој мери прожимају Нумеричку анализу и Теорију апроксимација, а по први пут се јављају као имениоци у верижним разломцима код анализе Гаусових квадратурних формула у другој половини 19. века. Њихова важна примена је у конструкцији квадратурних формула максималног или скоро максималног алгебарског степена тачности за интеграле са позитивном мером.

Последњих година, изучавање ортогоналних полинома и конструкција одговарајућих квадратурних формула се проширивало и на друге линеарне просторе,

као што су простор тригонометријских полинома, рационалних функција итд. Такође, јавила се потреба за формирањем низа полинома ортогоналних у односу на више различитих тежинских функција, тзв. вишеструко ортогоналних полинома. Област истраживања кандидата Невене Петровић је управо везана за ортогоналне тригонометријске полиноме и вишеструко ортогоналне алгебарске полиноме, као и одговарајуће квадратурне формуле које су у неком смислу оптималне.

Како је примена одређених интеграла веома честа у разним областима математике, али и другима наукама, при чему је врло често подинтегрална функција сложеног облика, то нумеричка интеграција представља значајну област истраживања, која се управо бави конструкцијом квадратурних формула за добијање приближних вредности посматраних интеграла. Миловановић, Цветковић и Станић су конструисали квадратурне формуле Гаусовог типа на простору тригонометријских полинома. Борхес је увео појам оптималног скупа квадратурних формула за истовремену апроксимацију више интеграла са истим интеграндом и различитим тежинским функцијама реалне праве. Миловановић и Станић су показали како се вишеструко ортогонални алгебарски полиноми могу користити за оптималне скупове квадратурних формула у Борхесовом смислу. У циљу постизања што бољих апроксимација вредности једноструких интеграла, Лори (Dirk Laurie) је дошао на идеју конструкције анти-Гаусових квадратурних формула које ће дати грешку једнаке величине, али супротног знака у односу на грешку насталу применом одговарајуће Гаусове квадратурне формуле, на простору алгебарских полинома.

Планирано је да кандидат Невена Петровић у свом истраживању у оквиру докторске дисертације проучава са теоријског аспекта и одреди нумерички стабилне алгоритме за конструкцију анти-Гаусових и усредњених квадратурних формула на простору тригонометријских полинома, као и скуп анти-Гаусових и усредњених квадратурних формула за оптимални скуп квадратурних формула у Борхесовом смислу.

Процена крајњег исхода истраживања и рада на дисертацији је да ће се добити карактеризација и нумерички стабилни алгоритми за конструкцију низа тригонометријских ортогоналних полинома, као и вишеструко ортогоналних алгебарских полинома, у односу на нове скаларне производе, који одговарају анти-Гаусовим квадратурама. Такође, очекује се добијање стабилног алгоритма за конструкцију анти-Гаусових и усредњених квадратурних формула на простору тригонометријских полинома, као и оптималног скупа анти-Гаусових квадратура и скупа усредњених квадратура за посматрани оптимални скуп квадратурних формула у Борхесовом смислу.

Сва израчунавања биће изведена у програмском пакету Mathematica, уз интезивно коришћење пакета OrthogonalPolynomials.

2. Образложење предмета, метода и циља који уверљиво упућује да је предложена тема од значаја за развој науке

Нумеричка интеграција је област нумеричке анализе која се бави приближним израчунавањем вредности одређених интеграла користећи вредности подинтегралне

функције на неком скупу тачака. Формуле за апроксимацију вредности једноструких интеграла називају се квадратурним формулама. Гаус је 1814. године увео метод којим се постиже максимални алгебарски степен тачности, па су по њему ове формуле добиле име. Од тада су Гаусове квадратурне формуле разматране од стране многих научника и генерализоване у више праваца. Конструисане су формуле Гаусовог типа на другим линеарним просторима, као што су простор тригонометријских полинома, простор рационалних функција итд. Такође, јавила се идеја о формирању анти-Гаусових квадратурних формула за алгебарске полиноме.

Предмет ове дисертације биће анализа Гаусових и анти-Гаусових квадратурних формула за алгебарске и тригонометријске полиноме, као и скупа анти-Гаусових квадратурних формула за оптималне скупове квадратурних формула у Борхесовом смислу.

Циљ дисертације је детаљна анализа и нумерички стабилна конструкција квадратурних формула Гаусовог типа, анти-Гаусових и усредњених Гаусових квадратурних формула за тригонометријске полиноме, као и анти-Гаусових и усредњених квадратурних формула за оптимални скуп квадратурних формула у Борхесовом смислу.

Основне хипотезе од којих се полази у овом истраживању засноване су на постојећим резултатима за квадратурне формуле Гаусовог типа за алгебарске и тригонометријске системе, као и за начине формирања анти-Гаусових и усредњених квадратурних формула за алгебарске полиноме. Такође, биће коришћени резултати генерализација Гаусових квадратурних формула базираних на концепту вишеструке ортогоналности.

У истраживању ће се користити разне **математичке методе истраживања**, специјално методе функционалне анализе, нумеричке анализе и теорије апроксимација. Одговарајуће аналитичке методе ће бити праћене израдом одговарајућег софтвера у програмском пакету Mathematica.

Имајући у виду предложену тему докторске дисертације, предмет и циљ истраживања, **оквирни садржај дисертације** би био организован на следећи начин.

У првој глави биће дат преглед основних резултата теорије ортогоналних полинома на реалној правој, као и тригонометријских ортогоналних полинома целобројног и полу-целобројног степена. Тиме ће бити обухваћени услови за егзистенцију и јединственост ових полинома, као и докази рекурентних релација које они задовољавају.

Друга глава биће посвећена Гаусовим квадратурним формулама за алгебарске и тригонометријске полиноме, при чему ће бити посебно разматране квадратурне формуле Гаусовог типа са парним и непарним бројем чворова, за тригонометријске полиноме. Биће наведени начини формирања ових формула.

У трећој глави биће уведени појмови анти-Гаусових и усредњених квадратурних формула, уз начине нумеричког конструисања ових формула на класи тригонометријских полинома, базираног на везама између њихових чворова и тежинских коефицијената са наведеним параметрима у одговарајућим квадратурним формулама Гаусовог типа за алгебарске полиноме.

Четврта глава биће посвећена вишеструко ортогоналним полиномима и оптималним скуповима квадратурних формула у Борхесовом смислу. Биће уведене анти-Гаусове квадратурне формуле и скуп усредњених квадратурних формула за наведени скуп квадратура, као и одговарајући вишеструко ортогонални полиноми, њихове особине и рекурентне релације које ови полиноми задовољавају.

На крају дисертације биће дат приказ коришћене литературе.

3. Образложење теме за израду докторске дисертације омогућава закључак да је у питању оригинална идеја или оригинални начин анализирања проблема

Класични ортогонални полиноми имају широку примену у многим областима науке и инжењерства. Насупрот њима полиноми ортогонални у односу на нестандартне тежине и мере имају много мање примећену примену. Разлог овоме су бројне тешкоће које прате њихово генерисање. У последње време са развојем конструктивне теорије ортогоналних полинома и специјализованих софтверских пакета реализованих у системима Matlab и Mathematica, постигнут је напредак на овом плану, како у методама везаним за израчунавања неklasичних ортогоналних полинома тако и у могућности нових примена.

Тригонометријски ортогонални полиноми, као и вишеструко ортогонални алгебарски полиноми, у односу на нове скаларне производе, који одговарају анти-Гаусовим квадратурама се по први пут уводе у овој дисертацији.

Са друге стране, разне модификације Гаусових квадратура, као и саме Гаусове квадратуре за неklasичне тежинске функције, интензивно се истражују последњих тридесетак година. У примени се све чешће јавља потреба за одређивањем вредности интеграла периодичних функција, па је отуда потекла идеја о конструисању квадратурних формула Гаусовог типа на простору тригонометријских полинома. Такође, скуп интеграла са истим интеграндом и истим интервалом интеграције, али различитим тежинским функцијама заузимају значајно место у области нумеричке интеграције, па конструисање оптималног скупа квадратурних формула за њихову апроксимацију у великој мери убрзава и олакшава процес добијања жељених приближних вредности.

У истраживању које се предлаже по први пут ће се проучавати анти-Гаусове квадратурне формуле за тригонометријске полиноме, као и скуп анти-Гаусових квадратурних формула за оптимални скуп квадратурних формула у Борхесовом смислу, које ће допринети повећању тачности апроксимација вредности посматраних интеграла.

На основу свега наведеног Комисија закључује да је предложена тема „Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле” кандидата Невене Петровић оригинална.

4. Усклађеност дефиниције предмета истраживања, основних појмова, предложене хипотезе, извора података, метода анализе са критеријумима науке уз поштовање научних принципа у изради коначне верзије докторске дисертације

Кандидат Невена Петровић ће у изради коначне верзије докторске дисертације обухватити све елементе савременог научно-истраживачког рада поштујући основне критеријуме математичке науке и научних принципа. Усклађеност свих сегмената истраживања, па и овог истраживања, у оквиру математике као егзактне науке се подразумева, јер само на тај начин ће истраживање водити ка валидним научним резултатима. Добијени резултати ће бити верификовани у познатим научним часописима за математичку анализу, нумеричку анализу и примењену математику, као и изложени на научним скуповима.

5. Предложени ментор докторске дисертације

На предлог кандидата Невене Петровић Веће катедре Института за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу је дало сагласност да се за ментора ове дисертације предложи др Марија Станић, редовни професор Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу. Др Марија Станић се бави истраживањем у научној области Математичка анализа са применама, специјално Нумеричка анализа и теорија апроксимација, и има публиковане радове у водећим и реномираним научним часописима и велики број саопштења на међународним и националним конференцијама. Професор Станић ће се бавити координацијом рада кандидата, давањем истраживачких идеја, усмеравањем ка методама истраживања и праћењем статуса и квалитета урађеног истраживања.

Листа референци предложеног ментора којима се доказује испуњеност услова за менторство:

M.P. STANIĆ: *Multiple orthogonal polynomials on the semicircle and applications*, Appl. Math. Comput. **243** (2014), 269-282. ISSN 0096-3003 M21

M.P. STANIĆ, T.V. TOMOVIĆ: *Multiple orthogonality in the space of trigonometric polynomials of semi-integer degree*, FILOMAT **29** (10) (2015), 2227-2237. ISSN 2406-0933 M21

T.V. TOMOVIĆ, M.P. STANIĆ: *Construction of the optimal set of two or three quadrature rules in the sense of Borges*, Numer. Algorithms, **78** (4) (2018), 1087-1109. ISSN 1017-1398 M21a

A.N. JOVANOVIĆ, M.P. STANIĆ, T.V. TOMOVIĆ: *Construction of the optimal set of quadrature rules in the sense of Borges*, Electron. Trans. Numer. Anal. **50** (2018), 164-181. ISSN 1068-9613 M21

N.Z. PETROVIĆ, M.P. STANIĆ, T.V. TOMOVIĆ MLADENOVIĆ: *Anti-Gaussian quadrature rules for trigonometric polynomials*, FILOMAT **36** (3) (2022), 1005-1019. ISSN 2406-0933 M22

6. Научна област дисертације

Предложена тема дисертације припада научној области Математика, ужа научна област Математичка анализа са применама, специјално Нумеричка анализа и Теорија апроксимација.

7. Научна област чланова комисије

Академик др Градимир В. Миловановић (председник комисије) је редовни професор у пензији Математичког института САНУ (институт од националног значаја за Републику Србију), ужа научна област Нумеричка анализа и Теорија апроксимација. Др Градимир В. Миловановић је биран 1986. године за наведену ужу научну област која спада у област Математичка анализа са применама. Активно се бави истраживањима у области Нумеричке анализе и Теорије апроксимација.

Др Татјана Томовић Младеновић је доцент на Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област Математичка анализа са применама. Област њеног истраживања је Нумеричка анализа и Теорија апроксимација.

8. Кратка биографија кандидата

Невена Петровић је рођена 1986. године у Крагујевцу. Завршила је основну школу „Радоје Домановић” у Крагујевцу, као носилац дипломе *Вук Караџић* и *Аласове дипломе* за математику и физику, а затим Прву крагујевачку гимназију, одељење обдарених ученика математичке гимназије, као носилац Аласових диплома за математику, физику и информатику. Била је учесник семинара астрономије, математике и информатике у истраживачкој станици *Петница*.

Дипломирала је 2010. године на Природно-математичком факултету у Крагујевцу, смер математика-информатика као најбољи студент у генерацији, са просечном оценом 9,46. Дипломски рад под називом „*Ортогонални полиноми и примене*”, из предмета Нумеричка анализа, код др Марије Станић одбранила је са оценом 10. Исте године уписала је докторске студије математике (Математичка анализа са применама – Нумеричка анализа) на Природно-математичком факултету у Крагујевцу. Током студија била је стипендиста Министарства просвете Републике Србије, фонда „Академик Драгослав Срејовић”, фонда српске народне одбране у Америци „Михајло Пупин” и фонда за младе таленте.

Од 2011. године запослена је на Институту за математику и информатику, на Природно-математичком факултету у Крагујевцу. Најпре као истраживач-приправник,

а потом као асистент за ужу научну област Математичка анализа са применама. Изводила је вежбе из предмета: Аналитичка геометрија, Анализа 3, Елементарна математика, Нумеричка математика и симболичко програмирање, Комбинаторна геометрија, Нумеричка анализа 1, Софтверски алати 1, Образовни софтвер 1 (за студенте математике), Образовни софтвер 2 (за студенте информатике), Нумеричка математика, Функционална анализа, Одабрана поглавља анализе и Пословна математика (на Факултету за хотелијерство и туризам у Врњачкој бањи).

Од 2011. до 2019. године је била учесник пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, под називом *Апроксимације интегралних и диференцијалних оператора и примене*, #174015.

Члан је Друштва математичара Србије. Од 2008. године ради као предавач у оквиру *Математичке радионице младих*, а од 2010. до 2016. је радила у *Регионалном центру за таленте* као ментор из области математике за научно-истраживачке радове. Од 2018. године је ангажована као реализатор семинара стручног усавшавања наставника основних и средњих школа (Модели и експерименти у настави математике; Стратегије решавања математичких задатака). Од 2021. године је члан Државне комисије за математичка такмичења ученика средњих школа.

9. Преглед научно-истраживачког рада кандидата

1. **N. Z. Petrović**, M. P. Stanić, T. V. Tomović Mladenović: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials*, *FILOMAT* **36** (3) (2022), 1005-1019. ISSN 2406-0933 M22 (<https://doi.org/10.2298/FIL2203005P>)
2. 14th Serbian Mathematical Congress, May 16th-19th, 2018, Kragujevac, Serbia
N. Z. Petrović, T. V. Tomović, M. P. Stanić: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Book of Abstract, p. 179, ISBN 978-86-6009-055-5)
3. The 2nd Mediterranean International Conference of Pure & Applied Mathematics and Related Areas, August 28th-31st, 2019, Paris, France
M. P. Stanić, **N. Z. Petrović**, T. V. Tomović: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Abstract Booklet, p. 41)
4. Kongres mladih matematičara u Novom Sadu, 03-05. oktobar 2019, Novi Sad, Srbija
N. Petrović, T. Tomović, M. Stanić: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Knjiga sažetaka, str. 33)
5. Mathematical meeting of Serbia and Montenegro, October 11th-14th, 2019, Budva, Montenegro
N. Petrović, T. Tomović, M. Stanić: *Anti-Gaussian quadrature rule for trigonometric polynomials* (Book of Abstract, p. 12)

У припреми је још један рад из области дисертације.

ЗАКЉУЧАК

Кандидат Невена Петровић, студент докторских академских студија математике на Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу, у досадашњем раду је показала изузетно интересовање за научно-истраживачки рад и висок степен одговорности и способности решавања постављених научних задатака, као и висок степен самосталности у решавању истих.

Досадашњи резултати научно-истраживачког рада кандидата везани за предложену тему докторске дисертације објављени су у оквиру једног рада у часопису категорије М22 (рад [1] у часопису међународног значаја, из библиографије кандидата), а још један рад је у завршној фази припреме. Такође, кандидат Невена Петровић је своје досадашње резултате саопштила на више међународних и домаћих научних скупова.

На основу анализе предложеног плана и програма истраживања, избора методологије и очекиваних резултата истраживања, Комисија сматра да предложена тема докторске дисертације кандидата Невене Петровић јесте актуелна и веома важна, како са теоријске тачке, тако и због примена. Добијени резултати биће од користи у многим гранама математике и технике, где се користи теорија ортогоналности, као и Гаусове и њима сродне квадратуре.

Комисија је мишљења да кандидат Невена Петровић испуњава све услове који су неопходни за пријаву теме за израду докторске дисертације и да ће успешно реализовати сва планирана истраживања.

За ментора дисертације предлагемо проф. др Марију Станић, редовног професора Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу.

Најзад, Комисија са задовољством предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког Факултета у Крагујевцу и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу да позитивно оцене испуњеност услова кандидата **Невене Петровић** и научну заснованост теме њене докторске дисертације и одобре јој израду докторске дисертације под називом „**Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле**”.

У Београду и Крагујевцу, 20.06.2022.

Комисија:



Академик др Градимир Миловановић, редовни професор у пензији, **председник Комисије**

Математички институт САНУ, Београд

Ужа научна област: Нумеричка анализа и Теорија апроксимација



др Марија Станић, редовни професор, **предложени ментор, члан Комисије**

Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу

Ужа научна област: Математичка анализа са применама



др Татјана Томовић Младеновић, доцент, **члан Комисије**

Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу

Ужа научна област: Математичка анализа са применама

Већу катедре Института за математику и информатику

**Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у
Крагујевцу**

Предмет: Мишљење руководиоца ДАС Математике о Извештају за оцену научне заснованости теме и испуњености услова кандидата и предложеног ментора за израду докторске дисертације

На основу увида у садржај Извештаја о оцени научне заснованости теме и испуњености услова кандидата **Невене Петровић** за израду докторске дисертације под радним насловом „Нестандардне анти-Гаусове квадратурне формуле” и предложеног ментора **проф. др Марије Станић**, дајем **позитивно мишљење** на садржај Извештаја.

У Крагујевцу,

24.06.2022. године

Руководилац ДАС Математике



проф. др Емилија Нешовић