



III разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете
науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

ОПШТИНСКИ НИВО
30. јануар 2021.

1. Електрон масе $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, количине наелектрисања $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C се креће у хомогеном магнетном пољу индукције $B = 1$ T усмереном у правцу z -осе. Кретање започиње из координатног почетка почетном брзином $v_0 = 10^5$ m/s у правцу x -осе. Када год путања електрона при његовом кретању пресече y -осу, индукција магнетног поља тренутно промени смер и удвостручи вредност. Колико износи време кретања и растојање електрона од почетне тачке кретања, до тренутка када његова путања пресече y -осу n -ти пут? Претпоставимо да можемо неограничено да повећавамо индукцију магнетног поља, колико дуго би се електрон кретао и колико би било максимално растојање од почетне тачке кретања електрона? [20 поена]

2. Две бесконачно дуге завојнице (на слици 1 је приказан њихов попречни пресек) пролазе кроз струјно коло као на слици 1. Отпорности у колу износе $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ и $R_3 = 3 \Omega$. Индукције магнетног поља унутар сваке завојнице имају исте вредности које се са временом мењају по закону $B_1 = B_2 = B_0 + \alpha \cdot t$, где је B_0 непозната константа, док је $\alpha = 100$ T/s. Смерови вектора индукције магнетног поља су супротни и нормални на раван струјног кола. Одредити јачину струје која пролази кроз сваки отпорник. Магнетна индукција изван завојница је једнака нули. Полупречници завојница износе $r_1 = 0,1$ m и $r_2 = 0,15$ m. [20 поена]

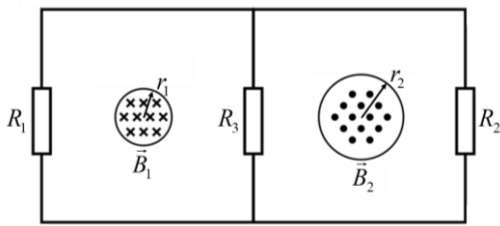
3. На торусно језгро направљено од челика релативне магнетне пермеабилности $\mu_r = 5000$, су густо намотана два једнослојна калема K_1 и K_2 , који тесно налажу један на други (слика 2). Први калем има $N_1 = 377$ намотаја, а други $N_2 = 188$ намотаја. Полупречник попречног пресека торуса износи $r = 1$ cm, док је полупречник који дефинише средњу линију торуса l , $R = 5$ cm (видети слику 2). Наћи коефицијент међусобне индукције L_{12} калема K_1 и K_2 . Занемарити самоиндукцију. Индукција магнетног поља унутар торуса која потиче од калема са N намотаја, кроз којих протиче струја I , износи $B = \mu_0 \mu_r NI / l$, где је l средња линија торуса, а $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m магнетна пермеабилност вакуума. Дебљину жица намотаја калема K_1 и K_2 занемарити. [20 поена]

4. За коло наизменичне струје са слике 3 познате су ефективне вредности струја $I_{R_1} = 2$ A, $I_C = I_{R_1} / \sqrt{3}$ и $I_2 = 2\sqrt{3}$ A, а струја I_2 фазно заостаје за напоном U за $\alpha = \pi / 3$. Израчунати ефективну вредност струје I и фазну разлику напона U и струје I . [20 поена]

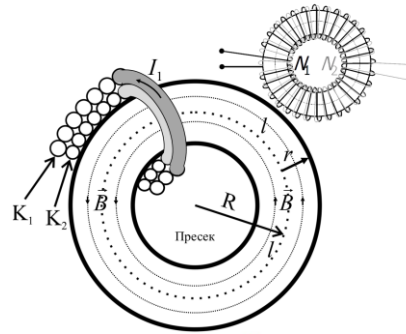
5. Хоризонтална цев С, попречног пресека облика круга, се налази изнад површине реке. Вертикална цев Р је спојена са цеви С на њеном ужем делу, савијена под правим углом и потопљена у реку са отвором окренутим супротно речном току, слика 4. Брзина ваздуха у ширем делу цеви је $v_g = 1,5$ m/s, брзина воде у реци је $v_v = 2,5$ m/s. Полупречник r_1 ширег дела цеви С четири пута је већи од полупречника r_2 њеног ужег дела тј. $r_1 = 4r_2$. Притисак пред улазом у цев С је једнак атмосферском притиску. Одредити вредност висине H до које ће се попети вода у вертикалној цеви Р у односу на слободну површину воде. Познате су следеће вредности: густина ваздуха $\rho_g = 1,22$ kg/m³, густина воде $\rho_v = 1000$ kg/m³, гравитационо убрзање Земље $g = 9,81$ m/s². Флуид сматрати хомогеним и нестишљивим, док је његово струјање ламинарно. Занемарити вискозност и површински напон. Занемарити хидростатички притисак ваздуха у цеви Р. [20 поена]



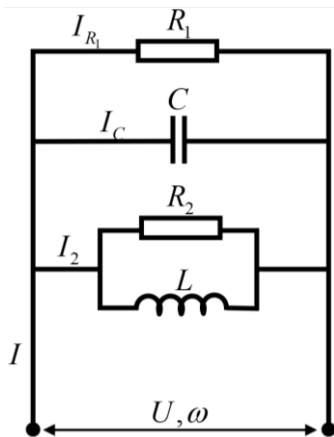
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.



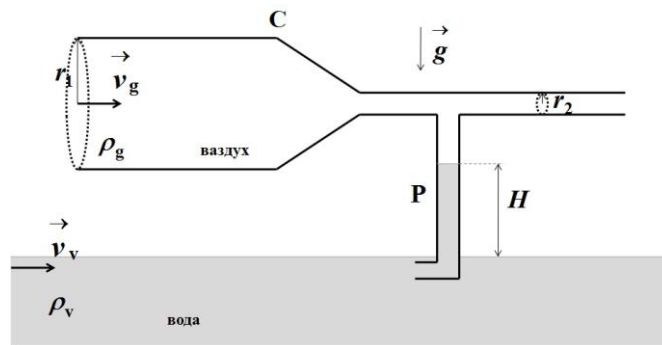
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

Сума следећег геометријског реда износи: $1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} + \dots + \frac{1}{a^{n-1}} = \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{1}{a}\right)^k = \frac{1 - \left(\frac{1}{a}\right)^n}{1 - \frac{1}{a}}$, за $a > 0$

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

* У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке 1, 2, 3 и 4 припремили: Љубица Кузмановић и Христина Делибашић, ПМФ Крагујевац; задатке 4,5: Владимир Чубровић

Рецензент: Проф. др Ненад Стевановић, ПМФ Крагујевац

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад!



III разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете,
науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА- АЛФА КАТЕГОРИЈА*

ОПШТИНСКИ НИВО
30. јануар 2020.

1. Како је брзина електрона нормална на индукцију магнетног поља, електрон ће вршити кружно кретање у равни нормалној на правац поља, тј. O_x . Лоренцова сила која делује на електрон $F = evB$ [1п] ће се уравнотежити са центрифугалном силом $F = \frac{mv^2}{R}$ [1п], одакле је радијус кружне путање $R = \frac{mv}{eB}$ [1п], а период обиласка кружне путање $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$ [1п]. Дејством магнетног поља у правцу z -осе, електрон ће скренути према позитивном смеру y -осе (слика 1). Време које протекне до пресецања y -осе је половина периода $t_1 = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{eB}$ [1п]. У тренутку пресецања y -осе смер магнетног поља се промени, а вредност удвостручи. Електрон ће наставити кружном путањом према позитивном смеру y -осе (слика 1), а време до следећег пресека је $t_2 = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{2eB} = \frac{t_1}{2}$. На сличан начин $t_3 = \frac{T}{2} = \frac{t_1}{2^2}$. Време између $(n-1)$ -ог и n -ог пресека са y -осом је $t_n = \frac{t_1}{2^{n-1}}$ [1п], на основу чега време до пресецања y -осе n -ти пут износи $t'_n = t_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}\right) = \frac{\pi m}{eB} \frac{1 - (1/2)^n}{1 - 1/2}$, односно, $t'_n = \frac{\pi m}{eB} \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \approx 18 \cdot \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \text{ ps}$ [4+1п]. y -координата тачке n -тог пресека путање електрона са y -осом износи $y_n = \frac{2mv}{eB} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}\right) = \frac{2mv}{eB} \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} = 1,1 \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \mu\text{m}$ [4+1п]. За велики број чланова суме $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1 - (1/2)^n}{1 - 1/2}$, члан $(1/2)^n$ постаје све мањи и мањи и тежи нули када број чланова суме тежи бесконачности. На тај начин добијамо да је $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots = \frac{1}{1 - 1/2} = 2$. Електрон би се зауставио после $t_u = t_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots\right) = t_1 \frac{1 - (1/2)^n}{1 - 1/2} = \frac{2\pi m}{eB} \approx 36 \text{ ps}$ [1+1п], тј. после једног пуног периода. Домет електрона у том случају износи $y_{\text{max}} = \frac{2mv}{eB} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots\right) = \frac{4mv}{eB} \approx 2,3 \mu\text{m}$ [1+1п]. У стварности електрон се неће зауставити јер ће се у одређеном тренутку испољити релативистички ефекти, али ово је резултат који даје калсични електомагнетизам.

2. У левој контури се индукује електромоторна сила $|\varepsilon_1| = \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t}$ [1п] где је $\Phi_1 = B_1 S_1$ [1п], одакле је $|\varepsilon_1| = S_1 \frac{\Delta B_1}{\Delta t} = S_1 \frac{B_1' - B_1}{t' - t} = S_1 \frac{B_0 + \alpha t' - B_0 - \alpha t}{t' - t} = S_1 \frac{\alpha(t' - t)}{t' - t} = S_1 \alpha$ [5п]. Индуковани напон покушава да успостави електричну струју која кроз ову контуру тече супротно смеру казаљке на сату. У десној контури се индукује напон $|\varepsilon_2| = \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = S_2 \alpha$ [1п], који покушава да успостави електричну струју која кроз ову контуру тече у смеру казаљке на сату. Површине су $S_1 = r_1^2 \pi$ [0,5п] и $S_2 = r_2^2 \pi$ [0,5п]. Претпоставимо да се индуковане електромоторне силе и струје у колу могу представити као на слици 2. Применом Кирхофовог правила за чвор имамо $I_3 = I_1 + I_2$ [1п], а Кирхофово правило за контуру даје изразе: $R_1 I_1 + R_3 I_3 = \varepsilon_1$ [2п] и $R_2 I_2 + R_3 I_3 = \varepsilon_2$ [2п]. Решавањем овог система се долази до тражених вредности $I_1 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_1 R_3 - \varepsilon_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 0,062 \text{ A}$ [1+1п], $I_2 = \frac{\varepsilon_2 R_1 + \varepsilon_2 R_3 - \varepsilon_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 0,86 \text{ A}$ [1+1п] и $I_3 = \frac{\varepsilon_2 R_1 + \varepsilon_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 0,92 \text{ A}$ [1+1п].



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.**



3. Магнетна индукција калема K_1 износи $B_1 = \mu_0 \mu_r N_1 I_1 / l$. Флуks магнетног поља које потиче од N_1 намотаја калема K_1 кроз N_2 намотаја калема K_2 је $\Phi_{21} = N_2 B_1 S$ [5п], тј. $\Phi_{21} = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 N_2 I_1 r^2 \pi}{2R\pi}$ [5п]. Како је $\Phi_{21} = L_{12} I_1$ [5п]

коэффициент међусобне индукције износи $L_{12} = \mu_0 \mu_r N_1 N_2 \frac{r^2}{2R} \approx 44,5 \text{ Н}$ [4+1п].

4 I начин. Гране са назначеним струјама I_{R_1} , I_C и I_2 имају заједнички напон. На фазорском дијаграму, фазор напона је у смеру фазорске осе. Струја која протиче кроз кондензатор I_C , предњачи у односу на напон за 90° . Струја која протиче кроз отпорник I_{R_1} је у фази са напонам, а струја I_2 касни у односу на напон за 60° , слика 2. Векторски збир ових струја даће резултујућу струју која протиче кроз извор, $\vec{I} = \vec{I}_C + \vec{I}_{R_1} + \vec{I}_2$. Збир ових вектора можемо рачунати постепено. Збир прва два фазора износи $\vec{I}_1 = \vec{I}_C + \vec{I}_{R_1}$, односно интензитет струје је

$I_1 = \sqrt{I_C^2 + I_{R_1}^2} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ [4п]. Угао који фазор струје \vec{I}_1 заклапа са фазором напона, који је колинеаран са фазором \vec{I}_C је

$\phi_1 = \arctg \frac{I_C}{I_{R_1}} = \frac{\pi}{6}$ [2п]. Одатле следи да су фазори струја I_1 и I_2 међусобно ортогонални, па јачина струје кола

износи $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} \approx 4,16 \text{ А}$ [4+1п]. Фазни угао између напона и струје кола се може одредити са фазорског дијаграма, слика 2, $\text{tg} \phi = \frac{I_L - I_C}{I_{R_1} + I_{R_2}}$ [5п], где је $I_L = I_2 \sin \alpha$ [1п] и $I_{R_2} = I_2 \cos \alpha$ [1п], одакле је

$\phi = \arctg \frac{I_2 \sin \alpha - I_C}{I_{R_1} + I_2 \cos \alpha} \approx 26,3^\circ$ [1+1п].

II начин. Струје у колу можемо изразити у комплексном домену, са тачношћу до познавања почетног фазног фактора, који се може узети нултим. Струја се може изразити у виду поларног комплексног броја $\underline{I} = I e^{j\phi} = I (\cos \phi + j \sin \phi)$, где је I ефективна вредност струје, а ϕ фазни померај између струје у напона. У том

случају можемо писати $\underline{I} = \underline{I}_{R_1} + \underline{I}_C + \underline{I}_2$ [3п], где је $\underline{I}_{R_1} = I_{R_1}$ [3п], $\underline{I}_C = \frac{I_{R_1}}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{2}} = I_{R_1} \frac{j}{\sqrt{3}}$ [3п] и $\underline{I}_2 = I_2 e^{-j\alpha}$ [3п]. Добија се

да је $\underline{I} = \left(2 + \sqrt{3} + j \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 3 \right) \right) \text{ А}$ [3п]. Ефективна вредност струје је $I = |\underline{I}| = \sqrt{(\text{Re} \underline{I})^2 + (\text{Im} \underline{I})^2} \approx 4,16 \text{ А}$ [1+1п], док је

фазна разлика напона U и струје I , негативна фазна разлика струје I и напона U , тј.

$\phi = -\arctg \left(\frac{\text{Im} \underline{I}}{\text{Re} \underline{I}} \right) = 26,3^\circ$ [2+1п].

5. Бернулијева једначина примењена на тачке 1 и 2 које се налазе на струјној линији 1–2 (слика 3) је

$p_1 + \frac{\rho_g v_1^2}{2} = p_{\text{at}} + \frac{\rho_g v_g^2}{2} = p_2 + \frac{\rho_g v_2^2}{2}$ [3п], јер је по поставци задатка $p_1 = p_{\text{at}}$ и $v_1 = v_g$, а струјна линија је хоризонтална.

Из једначина континуитета примењене на попречне пресеке S_1 и S_2 цеви С важи $S_1 v_1 = S_2 v_2$ тј. $r_1^2 \pi \cdot v_1 = r_2^2 \pi \cdot v_2$ односно $r_1^2 \cdot v_g = r_2^2 \cdot v_2$ [3п]. Бернулијева једначина примењена на тачке 3 и 4 које се налазе на струјној линији 3–4

(слика) је $p_3 + \frac{\rho_v v_3^2}{2} = p_4 + \frac{\rho_v v_4^2}{2}$. На улазу у цев Р, тачка 4, брзина воде је једнака нули тј. $v_4 = 0 \text{ (m/s)}$ [2п], док је

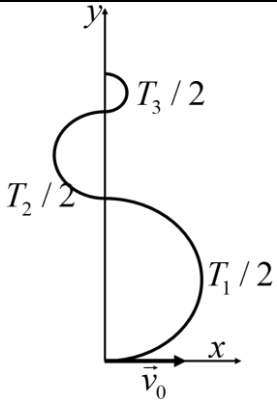
$v_3 = v_v$ тако да је $p_3 + \frac{\rho_v v_v^2}{2} = p_4$ [2п]. Услед занемаривања хидростатичког притиска у цеви Р следи да је $p_2 = p_5$

[2п]. Из једначине равнотеже следи $p_4 = p_5 + \rho_v g(H + h)$ [3п], док је $p_3 = p_{\text{at}} + \rho_v g h$ [2п]. Решавањем претходних

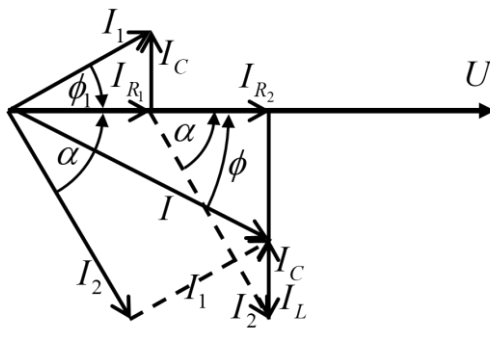
једначина и када уврстимо да је $r_1 = 4r_2$ добијамо $H = \frac{1}{2g} \left[v_v^2 + 255 \cdot \frac{\rho_g v_g^2}{\rho_v} \right] \approx 0,35 \text{ м}$ [2+1п]. $\left(\frac{r_1^4}{r_2^4} - 1 = 255 \right)$



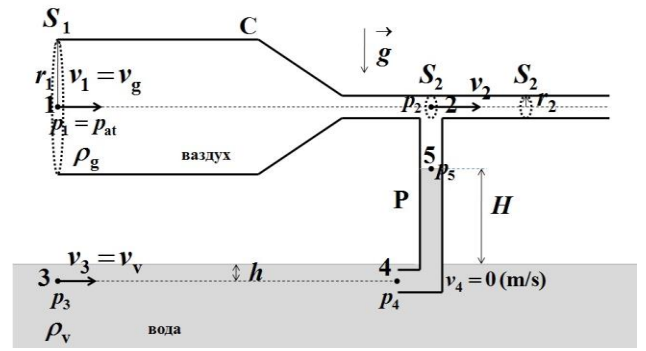
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.



Слика 1



Слика 2



Слика 3