

## ВЕЋУ ДОКТОРСКЕ ШКОЛЕ МАТЕМАТИКЕ

### ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ УРАЂЕНЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

На седници Већа Докторске школе математике одржаној 18.04.2022. године, на седници Наставно-научног већа Природно-математичког факултета у Крагујевцу одржаној 27.04.2022. године (бр. 230/X-1) и на седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 18.05.2022. године (бр. IV-01-352/9) одређена сам за члана Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације кандидата **Богдана Пирковића** под насловом

**„Contribution to the theory of random environment integer-valued autoregressive processes”.**

Кандидат је поднео рукопис своје докторске дисертације Већу Докторске школе математике и Наставно-научном већу Природно-математичког факултета у Крагујевцу на оцену. Након детаљног прегледа рукописа, кандидату сам послала сугестије за мање корекције дисертације. Кандидат је усвојио предлоге и уградио их у финалну верзију, чиме су се стекли услови да поднесем следећи

### ИЗВЕШТАЈ

#### 1. Опис докторске дисертације

Докторска дисертација „Contribution to the theory of random environment integer-valued autoregressive processes” припада области Математичке статистике. Полазне основе докторске дисертације чине резултати досадашњих истраживања у области целобројних ауторегресивних (INAR) временских серија развијани од средине 80-тих година прошлог века. INAR временске серије, користивши независне приступе, увели су McKenzie (1985) и Al-Osh и Alzaid (1987). Freeland (2010) је први увео INAR модел који може узети како позитивне, тако и негативне вредности, док су Настић и остали (2016) представили појам случајне околине и INAR модела у случајној околини. Предложена дисертација бави се даљим развојем INAR модела који узимају вредности преко читавог скупа целих бројева, развојем INAR модела у случајној околини и њиховим међусобним комбиновањем.

Текст дисертације написан је у потпуности на енглеском језику. Текст садржи 117 страница и састоји се од четири поглавља, закључка, списка литературе и три прилога. Списак литературе садржи 50 референци. Саставни део дисертације су и Резиме на енглеском и српском језику, Предговор и Биографија аутора. У рукопису дисертације налази се 28 слика и 21 табела.

**Поглавље 1 - Историјски преглед развоја INAR модела.** Прво поглавље је уводног карактера и представља одличну теоријску основу истраживања. Конципирано је тако да уведе основне појмове и резултате који се надаље користе у дисертацији. Поглавље је подељено је на 4 секције. Прва секција доноси неке битне дефиниције и мотивацију за настанак INAR модела. У другој секцији дат је историјски преглед развоја INAR модела од настанка па све до данашњих дана. Трећа секција бави се битним расподелама које се у великој мери користе у наставку дисертације. У четвртој секцији наведена су тврђења, доказана од стране других аутора, која ће бити коришћена при доказивању теорема и ставова у наредним поглављима ове дисертације.

Оригинални резултати докторске дисертације изложени су у поглављима 2, 3 и 4, као и у прилозима А, В и С.

**Поглавље 2 - Идентификација и предвиђање латентних компоненти INAR временских серија са асиметричном Skellam-овом маргиналном расподелом.** Друго поглавље наслоњено је на резултате дате у Freeland-овом раду из 2010. године. Прве две секције овог поглавља детаљно описују INAR временске серије са симетричном, односно асиметричном Skellam-овом маргиналном расподелом које узимају вредности на читавом скупу целих бројева. Ове временске серије представљају основу за оригиналне резултате изложене у наредним секцијама. У трећој секцији предложене су статистике за идентификацију и предвиђање латентних компоненти INAR временских серија са асиметричном Skellam-овом маргиналном расподелом. Примена добијених резултата на симулираним низовима података дата је у четвртој секцији. Пета секција приказује примену резултата на реалним подацима.

**Поглавље 3 - INAR модел у случајној околини са дискретним Лапласовим маргиналним расподелама.** У трећем поглављу, кандидат је приступио конструкцији новог нестационарног INAR модела у случајној околини који може узети вредности на читавом скупу целих бројева. Конструкција модела дата је у првој секцији. У другој секцији описане су неке особине модела. Трећа секција бави се оценом непознатих параметара модела. Примена модела на симулираним подацима дата је у четвртој секцији. У петој секцији, квалитет модела је додатно испитан на реалним низовима података.

**Поглавље 4 - Нова техника за оцену стања околине података који одговарају уопштеној INAR временској серији вишег реда у случајној колони.** Ово поглавље садржи јединствену адаптацију K-means технике за кластеровање података. Модификована техника - RENNES метода, показала се веома погодном за оцењивање стања околине реализација које одговарају уопштеној RrINAR временској серији вишег реда. У првој секцији изложена је конструкција RENNES методе. Друга и трећа секција баве се применом новоуведене технике кластеровања на симулираним низовима података. Ефикасност RENNES методе потврђена је на реалним подацима у оквиру четврте секције. Додатно, многи резултати који се тичу примене RENNES методе на симулираним и реалним низовима података изложени су у прилозима А, В и С, што додатно повећава прегледност дисертације.

**Закључак.** У закључку су сумирани резултати читаве дисертације и изложени могући правци за даља истраживања.



## 2. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области

Докторска дисертација „Contribution to the theory of random environment integer-valued autoregressive processes” припада научној области Математика, односно ужој научној области Математичка статистика. Први INAR модел у случајној околини (random environment INAR model) уведен је 2016. године, а касније су настала и бројна уопштења овог модела. Дати резултати из литературе представљали су добру полазну основу за истраживање и добијање оригиналних научних резултата.

У овој дисертацији кандидат Богдан Пирковић обједињује два правца истраживања. Први правац се односи на конструкцију нових целобројних ауторегресивних временских серија у случајној околини који могу узети како позитивне, тако и негативне вредности. На овај начин, добијене су нове могућности у моделирању низова података са целобројним вредностима. Додатно, како је оцена стања околине сваке реализације један од кључних корака за моделирање реалних (стварних) процеса помоћу новоуведених модела у случајној околини, други правац истраживања обухвата прилагођавање постојећих метода кластеровања тако да оцене стања буду што прецизније.

У дисертацији су изложени оригинални резултати који су настали као резултат научног истраживања кандидата. Најпре, уведене су нове статистике за идентификацију и предвиђање латентних компоненти INAR временских серија са асиметричном Skellam-овом маргиналном расподелом. Затим, конструисан је нови нестационарни INAR модел у случајној околини са дискретним Лапласовим маргиналним расподелама. Овај модел омогућио је ефикасније моделирање података који узимају како позитивне, тако и негативне вредности. Поред тога, у дисертацији је изложен нови метод за оцену стања околине података који одговарају уопштеној INAR временској серији вишег реда у случајној околини. Овај метод, назван RENNES, показао се ефикаснијим од стандардне K-means технике која се до сада углавном користила за потребе оцењивања стања околине.

Све хипотезе од којих се полазило у истраживању постављене су на основу до сада познатих резултата из области INAR временских серија. Кандидат је најпре кренуо од хипотезе да је комбиновањем стационарних INAR модела који могу узети и позитивне и негативне вредности и ненегативних INAR модела у случајној околини могуће конструисати нове INAR моделе у случајној околини који узимају вредности преко читавог скупа целих бројева. Друга хипотеза претпоставља да је укључивањем оцена свих параметара INAR модела вишег реда у случајној околини (параметра расподеле, тининг параметра и реда модела) у процес кластеровања могуће унапредити преформансе K-means технике, која је најчешће коришћена за оцену стања околине.

У дисертацији су коришћене методе карактеристичне за увођење нових модела. Најпре су конструисани нови модели који задовољавају постављене критеријуме о стационарности и скуп допустивих вредности модела. Након тога су изведене нове технике за оцену непознатих параметара. Ефикасност тако добијених оцена тестирана је на симулираним низовима података. На самом крају, квалитет модела испитан је над адекватно одабраним реалним низовима података, при чему је квалитет модела одређен на основу вредности стандардне грешке предвиђања (RMS).

### 3. Оцена оригиналности резултата изложених у докторској дисертацији

На основу увида у постојећа истраживања и научне доприносе из области Математичке статистике, мишљења сам да је докторска дисертација кандидата Богдана Пирковића оригинално научно дело, односно да су резултати изнети у оквиру ове докторске дисертације оригинални рад кандидата и нису били предмет досадашњих истраживања других.

### 4. Преглед остваренх научних резултата из докторске дисертације кандидата

Кандидат Богдан Пирковић до сада има објављена два научна рада у међународним часописима са SCI листе (категорије M22), као и једно саопштење са скупа међународног значаја (категорије M34) штампано у изводу. **Сви научни резултати које је до сада остварио настали су на основу рада на дисертацији и резултата изнетих у докторској дисертацији.** Овим је кандидат успешно испунио услове за одбрану дисертације предвиђене Правилником о пријави, изради и одбрани докторске дисертације Универзитета у Крагујевцу и Правилником о реализацији заједничких докторских академских студија математике који је донело Веће Докторске школе математике. Додатно, кандидат има још један научни рад који се ослања на резултате из дисертације, а који је у процесу објављивања.

#### Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20)

- [1] M. S. Đorđević, M. M. Ristić, **B. A. Pirković** (2021) Identifying latent components of the TINAR model, *Filomat*, **35**(13), 4469-4482. (ISSN:0354-5180, **M22**, IF2020=0.844, 197/330, **Category**: Mathematics)  
<https://doi.org/10.2298/FIL2113469D>
- [2] **B. A. Pirković**, P. N. Laketa, A. S. Nastić (2021) On generalized random environment INAR models of higher order: estimation of random environment states, *Filomat*, **35**(13), 4545-4576. (ISSN:0354-5180, **M22**, IF2020=0.844, 197/330, **Category**: Mathematics)  
<https://doi.org/10.2298/FIL2113545P>

#### Саопштења са скупова међународног значаја штампана у изводу (M34):

- [1] **B. A. Pirković**, P. N. Laketa, A. S. Nastić (2021) Random Environment Estimation Method for Generalized Random Environment INAR Models of Higher Order, *Third International Workshop on Nonlinear Analysis and its Applications*, Niš, Serbia, October 13-16, 2021 Book of Abstracts-page 40.

### 5. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Обим истраживачког рада, циљеви, хипотезе и методолошки приступ у остваривању истраживања, који су планирани у оквиру поступка предлагања теме докторске дисертације, у потпуности су реализовани.



## 6. Применљивост резултата у теорији и пракси

Најважнији теоријски (научни) резултати који представљају научни допринос ове дисертације су:

- формулација статистика за идентификацију и предвиђање латентних компоненти INAR временске серије са асиметричном Skellam-овом маргиналном расподелом, под условом да је познат низ реализација поменуте временске серије;
- оцена непознатих параметара INAR временске серије са асиметричном Skellam-овом маргиналном расподелом;
- конструкција новог нестационарног INAR модела у случајној околини који може узети како позитивне, тако и негативне вредности;
- низ теорема којима се описују особине новоуведеног модела;
- адаптација Yulle-Walker методе и методе условно најмањег квадрата у циљу успешног оцењивања непознатих параметара модела;
- конструкција нове технике кластеровања која се користи за оцену стања околине реализација које одговарају уопштеној RrINAR временској серији.

**Применљивост резултата у теорији.** Уопштавање резултата из другог и трећег поглавља докторске дисертације води ка решавању проблема моделирања нестационарних целобројних низова података са компликованијом корелационом структуром. Поред тога, процес адаптације K-means технике изложен у четвртом поглављу може се применити и да друге технике кластеровања података.

**Применљивост резултата у пракси.** Сви резултати изложени у докторској дисертацији успешно су примењени на одговарајућим низовима података из реалног живота. На тај начин, недвосмислено је потврђена применљивост резултата у пракси. Поред примена описаних у оквиру текста дисертације, наведени резултати могу наћи практичну примену у медицини, телекомуникацијама, играма на срећу и бројним другим сферама живота.

## 7. Начин презентовања резултата научној јавности

Научни резултати докторске дисертације презентовани су јавности кроз два научна рада у истакнутим међународним часописима (категорије M22). Део резултата приказан је у трећем раду који се налази у процесу објављивања. Поред тога, део резултата из докторске дисертације представљен је научној јавности на међународном научном скупу *Third International Workshop on Nonlinear Analysis and its Applications*.

## ЗАКЉУЧАК

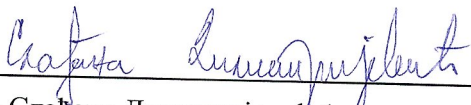
Поднети рукопис дисертације кандидата Богдана Пирковића под насловом „**Contribution to the theory of random environment integer-valued autoregressive processes**” представља оригинални рад кандидата из области Математичке статистике под менторством проф. др Александра Нastiћа.

Приказани оригинални научни резултати, као што су нове статистике за идентификацију и предвиђање латентних компоненти INAR временских серија са асиметричном Skellam-овом маргиналном расподелом, нови нестационарни INAR модел у случајној околини са дискретним Лапласовим маргиналним расподелама и унапређени метод за оцену стања околине података који одговарају уопштеној INAR временској серији вишег реда у случајној колини, донели су нове могућности у моделирању низова података са целобројним вредностима и низова података нестационарног карактера.

Квалитет научних резултата докторске дисертације верификован је публикавањем два рада у истакнутим међународним часописима са SCI листе (катеорије M22) и саопштењем са скупа међународног значаја (катеорије M34) штампаним у изводу.

Сходно наведеном, мишљења сам да су испуњени сви научни, стручни и формални услови за прихватање наведене докторске дисертације као оригиналног научног рада. У том смислу, мој став о предложеној докторској дисертацији гласи: **ДИСЕРТАЦИЈА СЕ ПРИХВАТА**. У вези са тим, предлажем Већу Докторске школе математике да Богдану Пирковићу одобри јавну одбрану докторске дисертације под наведеним насловом.

У Крагујевцу, 10.07.2022.



др Слађана Димитријевић (члан комисије)

доцент, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу  
ужа научна област: Математичка анализа са применама